

CURSO DE TEORÍA ERGÓDICA

Eleonora Catsigeras¹

6 de setiembre de 2013

Ir al índice de clases con enlaces a los videos y a las fotos de los pizarrones [aquí](#)

XXVI ESCUELA VENEZOLANA DE MATEMÁTICA EMALCA- VENEZUELA 2013

**Facultad de Ciencias - Universidad de los Andes
Mérida, Venezuela
del 1 al 6 de setiembre de 2003**

Resumen

El curso de Teoría Ergódica de la XXVI de la Escuela Venezolana de Matemática estaba previsto que se desarrollara en la Facultad de Ciencias de la Universidad de los Andes, y fue preparado desde el año 2012 en que fue aceptada por la Organización de la EMALCA- Venezuela 2013, mi propuesta para dictar dicho curso. Su temática sigue el libro [1], incluyendo una primera parte introductoria a la Teoría Ergódica de los Sistemas Dinámicos por iterados de una transformación, y una segunda parte enfocada a la Teoría Ergódica de los Atractores Topológicos y Estadísticos. Debido a un inesperado quebranto de salud, no he podido viajar desde Uruguay a Venezuela y lamentablemente no he podido cumplir con la presentación de dicho curso en forma presencial en la EMALCA- Venezuela- 2013. Por este motivo, he grabado en videos, con audio a tiempo real, todas las clases de este curso y las he publicado en Internet. En este documento incluyo los enlaces a dichos videos. Si bien estos videos no equivalen ni contienen la necesaria riqueza de las clases presenciales con interacción entre la expositora y los participantes de la Escuela, en forma directa y en vivo, quizás sean útiles para sustituir en parte dichas clases, teniendo en cuenta la circunstancia de mi imprevista ausencia en el evento.

¹ Instituto de Matemática y Estadística “Prof. Rafael Laguardia” (IMERL), Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Av. Herrera y Reissig 565, C.P.11300 Montevideo, URUGUAY
Correo electrónico: eleonora@fing.edu.uy

Los videos del curso breve de Teoría Ergódica de la Escuela Venezolana de Matemática EMALCA 2013 fueron grabados en Montevideo en el año 2013.

Están publicados en YouTube en el siguiente canal

<https://www.youtube.com/@eleonora17s/videos>

Índice clase a clase de temas con los enlaces al video de cada clase y a las fotos de los pizarrones Clases [1A](#), [1B](#), [1C](#), [2A](#), [2B](#), [2C](#), [3A](#), [3B](#), [3C](#), [4A](#), [4B](#), [4C](#), [5A](#), [5B](#), [6A](#), [6B](#), [6C](#).

Clase1ParteA <https://youtu.be/yoZlufZQW-4>

Sistema dinámico por iterados de T. Medidas de probabilidad invariantes. Topología débil* en espacio de probabilidades. Teorema de existencia de medidas de prob. invariantes (enunciado y demostración)

Pizarrones: <http://www.fing.edu.uy/~eleonora/TeoriaErgodicaVideos2013/TeoErgClase1.pdf>

[Inicio](#)

Clase1ParteB <https://youtu.be/cWyZbVJhISM>

Definición de omega-límite y recurrencia Lema de recurrencia de Poincaré- versión medible y versión topológica (enunciados y demostración) Definición de Ergodicidad Caracterización de la ergodicidad Enunciado del teorema de existencia de medidas ergódicas Promedios temporales Enunciado del Teorema Ergódico de Birkhoff Singularidad mutua de medidas ergódicas.

Pizarrones: <http://www.fing.edu.uy/~eleonora/TeoriaErgodicaVideos2013/TeoErgClase1.pdf>

[Inicio](#)

Clase1ParteC <https://youtu.be/z4qP7FfQXdU>

Convexidad, Teorema de Krein Milman del Análisis Funcional (solo enunciado) Extremalidad de las medidas ergódicas Demostración del teorema de existencia de medida ergódicas.

[Pizarrones](#)

[Inicio](#)

Clase2 ParteA <https://youtu.be/8uNUHrWTD7Y>

Teorema Ergódico de Birkhoff-Khinchin: Enunciado Corolarios: promedio de medida de transitividad, tiempo medio de estadía, caracterizaciones de la ergodicidad. Teorema ergódico subaditivo de Kingmann (solo enunciado)

[Pizarrones](#)

[Inicio](#)

Clase2 ParteB <https://youtu.be/a5Q4qNd4pJc>

Demostración del teorema ergódico de Birkhoff-Khinchin, Teorema ergódico maximal (enunciado, demostración y corolarios)

[Pizarrones](#)

[Inicio](#)

Clase2 ParteC <https://youtu.be/9aITvvNSAIQ>

Ergodicidad única. Definición y teorema de caracterización de transformaciones únicamente ergódicas. Demostración que la rotación irracional del círculo es únicamente ergódica.

[Pizarrones](#)

[Inicio](#)

Clase2 ParteD <https://youtu.be/NRifLYApZSE>

Medidas mixing. Definición. Ejemplos: rotación irracional no es mixing. Tent map en $[0,1]$ es mixing. Teorema de descomposición ergódica (enunciado solo) Conjuntos de probabilidad total.

[Pizarrones](#)

[Inicio](#)

Clase3 ParteA <https://youtu.be/W2X27xU6YU8>

Automorfismo lineal en el toro $2,1,1,1$.

[Pizarrones](#)

[Inicio](#)

Clase3 ParteB <https://youtu.be/IPqUjthiQe0>

Difeomorfismos de Anosov y conjuntos uniformemente hiperbólicos Herradura de Smale. Teorema de subvariedades invariantes en conjuntos uniformemente hiperbólicos (solo enunciado).

[Pizarrones](#)

[Inicio](#)

Clase3 ParteC https://youtu.be/d_mrmCJ0wd8

Definiciones de puntos regulares, exponentes de Lyapunov y subespacios de Oseledets. Teorema de Oseledets (enunciado solo) Definición de Región de Pesin y de medidas hiperbólicas. Teorema de subvariedades invariantes locales en Región de Pesin (solo enunciado).

[Pizarrones](#)

[Inicio](#)

Clase4 ParteA <https://youtu.be/d365KMQVzyw>

Definición de atractor topológico y estabilidad orbital. Ejemplos. Cuenca global de atracción topológica. Existencia de medidas invariantes y ergódicas soportadas en atractor topológico.

[Pizarrones](#)

[Inicio](#)

Clase4 ParteB https://youtu.be/bi_jlBdwEMc

Atractores de Milnor, alfa observabilidad y alfa-obs. minimalidad: definiciones y ejemplos (advertencia: hay un error en el libro en la definición 6.1.1, donde dice $m(E(K))=1$ debe decir $m(E(K))>0$.) Teorema de existencia de atractores de Milnor alfa-obs. minimales (enunciado y demostración)

[Pizarrones](#)

[Inicio](#)

Clase4 ParteC <https://youtu.be/FPpL4xqEBPg>

Atractores ergódicos (definición y ejemplos) Atracción estadística y medidas SRB o físicas (definiciones)

[Pizarrones](#)

[Inicio](#)

Clase5 ParteA https://youtu.be/16_K7isNae4

Atractores estadísticos o de Ilyashenko (Definición) Caracterización de la atracción estadística (enunciado y demostración) Relación entre medidas SRB o físicas (cuando existen) y los atractores estadísticos (enunciado, demostración y ejemplo)

[Pizarrones](#)

[Inicio](#)

Clase5 ParteB https://youtu.be/eRO_l0oh0is

Ejemplos de atractores estadísticos (automorfismo lineal en el toro, ejemplos de Hu-Young y ojo de Bowen). Alfa-obs. minimalidad de atractores estadísticos (definición) Teorema de existencia de atractores estadísticos alfa-observable minimales.

[Pizarrones](#)

[Inicio](#)

Clase6 ParteA <https://youtu.be/GlwKExCOkhE>

Definición de cuenca de atracción estadística epsilon-débil de una medida de probabilidad. Medidas SRB-like o pseudo-físicas (definición). Teorema de existencia de medidas SRB-like (enunciado y demostración)

[Pizarrones](#)

[Inicio](#)

Clase6 ParteB <https://youtu.be/SkUJMt4T4vI>

Teorema de optimalidad estadística del conjunto de medidas SRB-like (enunciado y demostración).

[Pizarrones](#)

[Inicio](#)

Clase6 ParteC https://www.youtube.com/watch?v=TumdtYK_GvE

Teorema de caracterización de atractores estadísticos o de Ilyashenko por medidas SRB-like (enunciado y demostración).

[Pizarrones](#)

[Inicio](#)