

Curso Audiovisual de Cálculo Diferencial e Integral I. Cálculo en Una Variable Real. (Incompleto).

Eleonora Catsigeras

Universidad de la República

Montevideo.- Uruguay

2011

Ir al índice de clases [aquí](#)

RESUMEN

En enero del año 2003 se hicieron algunos videos de clases de Cálculo 1 en una actividad de verano dedicada a estudiantes que estaban preparando el examen para febrero de ese año. Los videos fueron grabados con audio a tiempo real e imágenes móviles de pizarrones, en los que aparecía la escritura a medida que se realizaba. Los archivos generados fueron guardados en un CD y entregados a los estudiantes. Los videos se reproducían con un software que se bajaba en línea de Real Player. Sin embargo, cuatro años después ese software dejó de existir, y no se pudo más reproducir los videos. Los archivos de los videos no eran convertibles a formatos estándar. Por lo que quedaron inutilizados.

En el año 2011, pudo recuperarse los archivos de audio y las fotos fijas de los pizarrones de los videos. Todos esos archivos, que ocupan mucha memoria, junto al índice de clases que figura en este documento, se subieron a una página de internet del sitio que se llamaba “wikispaces”, para que los estudiantes pudieran escuchar las clases en línea mientras miraban las fotos fijas de los pizarrones. Ya antes, en 2007, con la intención de completar el

curso se grabaron algunos pizarrones más y los videos de cinco clases. Sin embargo nunca se grabaron los videos que faltan y el curso quedó incompleto.

El sitio de “wikispaces” dejó de existir 8 años después. Y se perdió el acceso a los audios y fotos de los pizarrones. En el año 2024, se recuperaron los archivos de audio y las fotos de los pizarrones de los archivos antiguos que estaban en un CD.

Los archivos de audio fueron convertidos a videos con imagen fija, y se intentó subirlos a YouTube, pero este sitio no los pudo procesar. Se subieron a mi página personal de FING. Los archivos de las fotos de los pizarrones también fueron subidos a mi página personal de FING, para que tengan acceso público. Las fotos de los pizarrones fueron guardados todos juntos en un archivo pdf que será entregado a la Biblioteca Central de la Facultad de Ingeniería, para que, en un futuro próximo, pueda encontrarse accesible en forma permanente y bajarse del sitio biur.edu.uy.

Cada 5 clases de este curso audiovisual corresponden a una semana de clases presenciales del curso de Cálculo 1 de la Facultad de Ingeniería, según el programa de ese curso de los años 2003, 2007 y 2011.

INDICE

Capítulo I. Repaso de Aritmética de números naturales, enteros, racionales y reales. Axioma de completitud y topología en la recta real.

Clases del 2003: [B00](#), [B01](#), [B03](#), [B04](#), [B05](#).

Clases del 2011: [01](#), [02](#), [03](#), [04](#).

Capítulo II. Números complejos.

Clases del 2011: [05](#), [06](#), [07](#), [07 complementaria](#).

Capítulo III. Sucesiones de reales.

Clases del 2003: [B06](#), [B07](#), [B08](#), [B09](#), [B10](#).

Clases del 2011: [08](#), [09](#), [10](#), [11](#), [12](#), [13](#), [14](#), [14 complementaria](#).

Inicio

Indice

Capítulo IV. Funciones y límite de funciones.

Clases del 2011: [15](#), [16](#), [17](#), [18](#), [19](#).

Capítulo V. Continuidad de funciones.

Clases del 2003: [B27](#), [B28](#).

Clases del 2011: [20](#), [21](#), [22](#), [23](#), [24](#), [25](#), [26](#), [27](#).

Capítulo VI Derivada y diferencial (en construcción). Desarrollo de Taylor.

Clase del 2007: [C18](#).

Clases del 2011: [28](#), [29](#), [30](#), [31](#), [32](#), [33](#), [34](#), [35](#).

Inicio

Indice

Capítulo VII Extremos relativos y absolutos de funciones derivables (en construcción).

Clases del 2011: [36](#), [37](#), [38](#), [39](#), [40](#).

Capítulo VIII Integral de Riemann y primitivación.

Clases del 2003: [B28](#), [B29](#), [B30](#), [B45](#), [B46](#).

Clases del 2011: [41](#), [42](#), [43](#), [44](#), [45](#), [46](#).

Capítulo IX Métodos de integración.

Clases del 2003: [B47](#), [B48](#), [B49](#), [B50](#).

Clases del 2011: [47](#), [48](#), [49](#), [50](#), [51](#), [52](#).

Capítulo X Integrales impropias (en construcción)

Clases del 2011: [53 al 56](#) (en construcción)

Capítulo XI Series

Clases del 2003: [B11](#), [B12](#), [B13](#), [B14](#).

Clases del 2011: [57](#), [58](#), [59](#), [60](#).

Capítulo XII. Ecuaciones diferenciales.

Clases del 2007: [A01](#), [A02](#), [A03](#), [A04](#).

Clases del 2011: [61](#), [62](#), [63](#), [64](#).

Inicio

Indice

Capítulo I.

Repaso de Aritmética de números naturales, enteros, racionales y reales.

Axioma de completitud y topología en la recta real.

Clases del 2003: [B00](#), [B01](#), [B03](#), [B04](#), [B05](#).

Clases del 2011: [01](#), [02](#), [03](#), [04](#).

Clase B00 del año 2003 Notaciones sobre conjuntos. Idea de sucesión Idea de número real como sucesión de intervalos encajados convergentes.

Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase00del2003.pdf>

Audio: Clase B00 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB00parte1.mp4>

Clase B00 parte2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB00parte2.mp4>

Clase B00 parte3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB00parte3.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase 01 Números naturales y axioma de inducción completa.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase01.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase B01 del año 2003 Principio de inducción completa, conjuntos de números naturales, racionales y reales. Demostración que raíz cuadrada de 2 es irracional. Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase01del2003.pdf>

Audio: Clase B01 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB01parte1.mp4>

Clase B01 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB01parte2.mp4>

Clase B01 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB01parte3.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase 02 Números enteros y racionales. Axiomas de orden y de cuerpo. Valor absoluto.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase02.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 03 Números reales. Axiomas de orden y de cuerpo. Demostración que raíz cuadrada de 2 es irracional. Axioma de completitud, supremo e ínfimo de un conjunto acotado no vacío de reales.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase03.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase B03 del año 2003: Sucesiones de reales: Ejemplo de sucesión geométrica y suma geométrica. Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase03del2003.pdf>

Audio: Clase B03 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB03parte1.mp4>

Clase B03 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB03parte2.mp4>

Clase B03 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB03parte3.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase B04 del año 2003: Axiomas de cuerpo, orden y completitud de los números reales Demostración que los naturales no están acotados superiormente y que todo conjunto de naturales tiene mínimo. Principio de Arquímedes y definición de parte entera de un real. Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase04del2003.pdf>

Audio: Clase B04 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB04parte1.mp4>

Clase B04 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB04parte2.mp4>

Clase B04 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB04parte3.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase 04 Números reales. Raiz cuadrada real y raiz n-ésima real. Valor absoluto. Topología en la recta.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase04.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase B05 del año 2003 Topología en la recta: definición de valor absoluto, distancia entre puntos y entorno o bola de radio epsilon. Definición de abierto, cerrado, compacto. Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase05del2003.pdf>

Audio: Clase B05 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB05parte1.mp4>

Clase B05 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB05parte2.mp4>

Clase B05 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB05parte3.mp4>

Inicio

Indice

Capítulo II.

Números complejos

Clases del 2011: [05](#), [06](#), [07](#), [07 complementaria](#).

Clase 05 Definición de número complejo y representación gráfica. Módulo, argumento, conjugado, operaciones con los complejos, estructura de cuerpo, interpretación geométrica de suma y producto. Rotohomotecias y Traslaciones. Conjugación. Cálculo del cociente.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase05.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 06 Teorema fundamental del álgebra (solo enunciado). Raíz cuadrada compleja. Raíz n -ésima compleja.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase06.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 07 Transformaciones de Moebius (definición y ejemplos). Exponencial compleja y logaritmo complejo (solo definiciones). Fórmula de un complejo no nulo como el producto de su módulo por la exponencial de exponente imaginario.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase07.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 07 Complementaria. Ejemplos con números complejos.

Ver documento en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase07Comp.pdf>

[Inicio](#)

[Indice](#)

Capítulo III

Sucesiones de números reales.

Clases del 2003: [B06](#), [B07](#), [B08](#), [B09](#), [B10](#).

Clases del 2011: [08](#), [09](#), [10](#), [11](#), [12](#), [13](#), [14](#), [14 complementaria](#).

Clase 08 Definición de sucesión de reales. Definición de sucesión de sumas acumuladas de reales (reducidas enésimas de series de reales). Ejemplo. Suma acumulada usando inducción completa. Sucesión geométrica. Serie geométrica. Suma de los primeros n naturales.

Fotos de pizarrones + audio a tiempo real: ver **Clase [B03](#) del 2003** (en el [Capítulo 1](#))

Ir al [Índice](#)

Clase 09 Definición de límite de una sucesión. Sucesiones convergentes. Condición para que una sucesión no converja a L . Sucesiones de Cauchy. Teorema y demostración que toda sucesión de Cauchy es convergente y recíprocamente.

Fotos de pizarrones + audio a tiempo real: ver **Clase [B06](#) del 2003**, más abajo en este capítulo.

Ir al [Índice](#)

Otra demostración alternativa del teorema de convergencia de sucesiones de Cauchy está más abajo en este capítulo en la clase 14 complementaria, pero tiene como prerequisite demostrar primero el teorema de Bolzano -Weierstrass.

Clase 10 Sucesiones convergentes, no convergentes, acotadas, no acotadas.

Fotos de pizarrones + audio a tiempo real: ver **Clase [B07](#)** del 2003, más abajo en este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 11 Algunas propiedades de límites de sucesiones.

Fotos de pizarrones + audio a tiempo real: ver **Clase [B08](#)** del 2003 (primera parte), más abajo en este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 12 Operaciones con límites de sucesiones. Más propiedades sobre límites de sucesiones.

Fotos de pizarrones + audio a tiempo real: ver **Clase [B09](#)** del 2003 (primera parte), más abajo en este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 13 Subsucesiones, definición, ejemplos, límites de subsucesiones y ejemplos

Fotos de pizarrones + audio a tiempo real: ver **Clase [B10](#)** del 2003 (primera parte), más abajo en este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 14 Teorema de Bolzano Weierstrass para sucesiones (con demostración)

Fotos de pizarrones + audio a tiempo real: ver **Clase [B10](#)** del 2003 (primera parte), más abajo en este capítulo.

Otra demostración alternativa del Teorema de Bolzano Weierstrass para sucesiones, con su explicación detallada, está en la [clase 14 complementaria](#).

Ir al [Indice](#)

Clase 14 Complementaria Teorema de Bolzano Weierstrass para sucesiones (demostración alternativa por el método de la cumbres) Demostración alternativa del teorema de convergencia de las sucesiones de Cauchy. Definición y ejemplos de conjunto de reales cerrado, completo, compacto y abierto.

Ver documento en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase14Comp.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase B06 del año 2003 Límite de sucesiones de reales. Sucesión de Cauchy. Toda suc de Cauchy es convergente y recíprocamente. Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase06del2003.pdf>

Audio: Clase B06 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB06parte1.mp4>

Clase B06 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB06parte2.mp4>

Clase B06 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB06parte3.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase B07 del año 2003 Sucesiones de reales convergentes, no convergentes, acotadas, etc. Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase07del2003.pdf>

Audio: Clase B07 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB07parte1.mp4>

Clase B07 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB07parte2.mp4>

Clase B07 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB07parte3.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase B08 del 2003 Sucesiones monótonas de reales. Sucesiones potenciales y sucesiones exponenciales. Demostración que toda sucesión de intervalos encajados convergente define un único real (usando el axioma de completitud de los reales) Definición del número e. Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase08del2003.pdf>

Audio: Clase B08 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB08parte1.mp4>

Clase B08 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB08parte2.mp4>

Clase B08 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB08parte3.mp4>

Clase B08 parte 4

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB08parte4.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase B09 del 2003 Cálculo práctico de límite de sucesiones. Operaciones con límites de sucesiones. Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase09del2003.pdf>

Audio: Clase B09 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB09parte1.mp4>

Clase B09 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB09parte2.mp4>

Clase B09 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB09parte3.mp4>

Clase B09 parte 4

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB09parte4.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase B10 del 2003 Subsucesiones. Bolzano Weierstrass y caracterización de compactos en la recta por la compacidad secuencial. Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase10del2003.pdf>

Audio: Clase B10 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB10parte1.mp4>

Clase B10 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB10parte2.mp4>

Clase B10 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB10parte3.mp4>

Clase B10 parte 4

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB10parte4.mp4>

Ir al [Indice](#)

Capítulo IV

Funciones y Límite de funciones.

Clases del 2011: [15](#), [16](#), [17](#), [18](#), [19](#)

Clase 15 Definición de función. Inyectiva. Sobreyectiva. Biyectiva. Función inversa. Gráfica. Ejemplos: $\sin(1/x)$, $x \sin(1/x)$, $x^2 \sin(1/x)$.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase15.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 16 Conjuntos imagen y preimagen. Ejemplos. Propiedades.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase16.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 17 Límite de funciones. Definición. Negación de existencia de límite. Ejemplos. Propiedades de unicidad del límite y linealidad.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase17.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 18 Ley de conservación del signo del límite (para funciones no necesariamente continuas) Monotonía del límite. Existencia del límite por teorema del sandwich.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase18.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 19 Teorema del pasaje a límite de función por límite de sucesiones. Enunciado y demostración. Corolarios y ejemplos.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase19.pdf>

[Inicio](#)

[Indice](#)

Capítulo V

Continuidad de funciones.

Clases del 2003: [B27](#), [B28](#).

Clases del 2011: [20](#), [21](#), [22](#), [23](#), [24](#), [25](#), [26](#), [27](#).

Clase 20 Continuidad de función en un punto. Definición. Ejemplos. Ley de conservación del signo para funciones continuas. Definición de continuidad en un intervalo compacto. Propiedades aritméticas de la continuidad.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase20.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 21 Módulo de continuidad. Ejemplos y estrategia de cálculo del módulo de continuidad. Continuidad de funciones invertibles en intervalos y monótonas.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase21.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 22 Teorema del pasaje de límite por sucesiones a continuidad de una función en un punto. Corolarios y Ejemplos. Teorema de continuidad de la función compuesta.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase22.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 23 Teorema de Bolzano (enunciado y demostración) Teorema de Bolzano-Darboux. Límite cuando x tiende a $+\infty$ o $-\infty$. Función que tiende a $+\infty$ o $-\infty$. Propiedades aritméticas de los límites (solo enunciados). Límite de polinomios cuando x tiende a $+\infty$ o $-\infty$. Corolario del teorema de Bolzano: Existencia de raíz real de polinomio de grado impar.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase23.pdf>

Ir al [Índice](#)

Clase 24 Funciones acotadas, definiciones y ejemplos de supremo, ínfimo, máximo y mínimo de una función en un intervalo acotado o no acotado

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase24.pdf>

Ir al [Índice](#)

Clase 25 Intervalos compactos. Teorema de Bolzano Weierstrass para intervalos compactos (compacidad secuencial). Teorema de Weierstrass : Existencia de mínimo y máximo absolutos. Enunciado y demostración.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase25.pdf>

Ir al [Índice](#)

Clase 26 Continuidad uniforme. Definición. Ejemplos de cálculo de módulo de continuidad uniforme y no uniforme. Pizarrones + audio: Clase [B27](#) del 2003 (Ver más abajo en este capítulo)

Ir al [Indice](#)

Clase 27 Teorema de Heine-Cantor de continuidad uniforme en compactos. Enunciado y demostración.

Pizarrones + audio: Clase [B28](#) del 2003 (Ver más abajo en este capítulo)

Ir al [Indice](#)

Clase B27 del 2003 Módulo de continuidad. Continuidad uniforme. Módulo de continuidad uniforme. Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase27del2003.pdf>

Audio: Clase B27 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB27parte1.mp4>

Clase B27 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB27parte2.mp4>

Clase B27 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB27parte3.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase B28 del 2003 Teorema de Heine-Cantor (Continuidad uniforme en conjuntos compactos). Calibre de una partición y oscilación de una función continua en una partición. Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase28del2003.pdf>

Audio: Clase B28 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB28parte1.mp4>

Clase B28 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB28parte2.mp4>

Clase B28 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB28parte3.mp4>

Clase B28 parte 4

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB28parte4.mp4>

Inicio

Indice

Capítulo VI

Derivación y diferenciabilidad (en construcción) Desarrollo de Taylor.

Clase del 2007: [C18](#).

Clases del 2011: [28](#), [29](#), [30](#), [31](#), [32](#), [33](#), [34](#), [35](#).

Clase 28 Definición de derivada. Interpretación gráfica. Recta tangente. Ejemplos. Propiedades de la derivada: de la suma, del producto, del cociente, de la función compuesta (enunciados).

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase28.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 29 Teorema de continuidad de las funciones derivables. Ejemplos $x\sin(1/x)$ continua y no derivable y $x^2\sin(1/x)$ continua y derivable.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase29.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 30 Diferenciabilidad. Definición y ejemplos. Método de aproximación por el diferencial. Diferenciabilidad y derivabilidad.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase30.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 31 Demostraciones de las propiedades de la derivada y regla de la cadena.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase31.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 32 Teorema de Rolle (derivada nula). Enunciado y demostración. Teorema del valor medio del Cálculo diferencial (Teorema de Lagrange) (enunciado y demostración) y Corolarios.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase32.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 33 Regla de l'Hôpital. Lema de valor medio de Cauchy. Derivada segunda, y de orden superior. Funciones de clase C^r . Concavidad.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase33.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 34 . Complementos, ejemplos, ejercicios. (En construcción).

Clase 35 Fórmula de desarrollo de Taylor (enunciado y demostración). Aplicación del desarrollo de Taylor al cálculo de límites de funciones. Ejemplos.

Videos + fotos de los pizarrones: ver Clase [C18](#) del 2007 en este capítulo (bajar el cursor).

Ir al [Indice](#)

Clase C18 del 2007 Desarrollo de Taylor. Enunciado y demostración. Fórmula de Lagrange para el resto en una variable. Ejemplo de aplicación al cálculo de límites.

Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Clase18del2007.pdf>

Videos Clase C18 Parte 1 <https://youtu.be/tuPMiwytNH0>

Clase C18 Parte 2 https://youtu.be/xbim1mqU_DM

[Inicio](#)

[Indice](#)

Capítulo VII

Extremos relativos y absolutos de funciones derivables (en construcción).

Clases del 2011: [36](#), [37](#), [38](#), [39](#), [40](#).

Clase 36 Extremos relativos o locales y extremos absolutos. Definiciones y ejemplos. Puntos críticos (o singulares o estacionarios) Definición. Teorema de derivada nula (puntos críticos) en extremos relativos (enunciado y demostración)

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase36.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 37 Teorema de clasificación de puntos críticos con la derivada segunda. Ejemplos de clasificación de puntos críticos. Ejemplo de cálculo de extremos relativos. Pizarrones (en construcción)

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase37.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 38 Extremos absolutos. Estrategia de cálculo de máximo y mínimo absolutos cuando se sabe que existen. Ejemplos de cálculo de máximo y mínimo absolutos. Pizarrones (en construcción)

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase38.pdf>

Ir al [Indice](#)

Clase 39 Complementos, ejemplos, ejercicios. (En construcción).

Clase 40 Otros ejemplos y ejercicios. (En construcción).

[Inicio](#)

[Indice](#)

Capítulo VIII

Integral de Riemann y primitivación.

Clases del 2003: [B28](#), [B29](#), [B30](#), [B45](#), [B46](#).

Clases del 2011: [41](#), [42](#), [43](#), [44](#), [45](#), [46](#).

Clase 41 Calibre de una partición y oscilación de una función continua en una partición.

Pizarrones + audio: Ver Clase [B28](#) del 2003 (última parte) al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 42 Sumas de Riemann y de Darboux de funciones acotadas. Convergencia de sumas de Riemann de funciones continuas. Ejemplo de cálculo exacto de límite de sumas de Riemann.

Pizarrones + audio: Ver Clase [B29](#) del 2003 al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 43 Integrabilidad Riemann. Definición, integrabilidad Riemann de funciones continuas, de continuas a trozos y de funciones monótonas. Integral Riemann de funciones constantes y constantes a trozos (o escalonadas) Aditividad en el intervalo y linealidad de la integral de Riemann.

Pizarrones y audio: Ver Clase [B30](#) del 2003 al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 44 Primitivación. Definición, linealidad, ejemplos
Teorema fundamental del cálculo integral y Regla de Barrow
(enunciados y demostraciones)

Pizarrones + audio: Ver Clase [B45](#) del 2003 (primera y segunda partes) al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 45 Ejemplos de cálculo de integral de Riemann mediante primitivación. Corolario del teorema fundamental del Cálculo integral. Campana de Gauss.

Pizarrones + audio: Ver Clase [B45](#) del 2003 (segunda y tercera partes) al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 46 Función integral ó Integral indefinida (con límite superior de integración variable). Ejemplos.

Pizarrones + audio: Ver Clase [B46](#) del 2003 al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase B28 del 2003 Continuidad uniforme en conjuntos compactos. Teorema de Heine-Cantor. Calibre de una partición y oscilación de una función continua en una partición. Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase28del2003.pdf>

Audio: Clase B28 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB28parte1.mp4>

Clase B28 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB28parte2.mp4>

Clase B28 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB28parte3.mp4>

Clase B28 parte 4

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB28parte4.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase B29 del 2003 Sumas de Riemann y de Darboux (sumas de Riemann a valores intermedios) de funciones acotadas. Convergencia de sumas de Riemann de funciones continuas. Ejemplo de cálculo exacto de límite de sumas de Riemann. Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase29del2003.pdf>

Audio: Clase B29 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB29parte1.mp4>

Clase B29 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB29parte2.mp4>

Clase B29 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB29parte3.mp4>

Clase B29 parte 4

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB29parte4.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase B30 del 2003 Integrabilidad Riemann. Definición, integrabilidad Riemann de funciones continuas, de continuas a trozos y de funciones monótonas. Integral Riemann de funciones constantes y constantes a trozos (o escalonadas) Aditividad en el intervalo y linealidad de la integral de Riemann. Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase30del2003.pdf>

Audio: Clase B30 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB30parte1.mp4>

Clase B30 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB30parte2.mp4>

Clase B30 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB30parte3.mp4>

Clase B45 del 2003 Primitivación. Definición, linealidad, ejemplos Teorema fundamental del cálculo integral y Regla de Barrow (enunciados y demostraciones) Ejemplos de cálculo de integral de Riemann mediante primitivación. Corolario del teorema fundamental del Cálculo integral. Campana de Gauss. Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase45del2003.pdf>

Audio: Clase B45 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB45parte1.mp4>

Clase B45 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB45parte2.mp4>

Clase B45 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB45parte3.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase B46 del 2003 Función integral ó Integral indefinida (con límite superior de integración variable). Ejemplos. Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase46del2003.pdf>

Audio: Clase B46 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB46parte1.mp4>

Clase B46 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB46parte2.mp4>

Clase B46 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB46parte3.mp4>

[Inicio](#)

[Indice](#)

Capítulo IX

Métodos de integración.

Clases del 2003: [B47](#), [B48](#), [B49](#), [B50](#).

Clases del 2011: [47](#), [48](#), [49](#), [50](#), [51](#), [52](#).

Clase 47 Métodos de sustitución y de cambio de variables.
Ejemplos. Cálculo de integral con radicales.

Pizarrones + audio: Ver Clase [B47](#) del 2003 al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 48 Método de integración por partes. Integrales de las potencias de $1/(1+x^2)$.

Pizarrones + audio: Ver Clase [B48](#) del 2003 al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 49 Algunas integrales con funciones trigonométricas.

Pizarrones + audio: Ver Clase [B49](#) del 2003 al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 50 Integración de funciones racionales. Casos tipos.
Fracciones simples. Descomposición en fracciones simples.
Método de la tapadita.

Pizarrones + audio: Ver Clase [B50](#) del 2003 al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 51 Cálculo de áreas. Ejemplos. Pizarrones (en construcción)

Clase 52 Volúmenes de revolución. Ejemplos. Pizarrones (en construcción)

Ir al [Indice](#)

Clase B47 del 2003 Métodos de sustitución y de cambio de variables. Ejemplos. Cálculo de integral con radicales. Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase47del2003.pdf>

Audio: Clase B47 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB47parte1.mp4>

Clase B47 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB47parte2.mp4>

Clase B47 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB47parte3.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase B48 del 2003 Método de integración por partes. Integrales de las potencias de $1/(1+x^2)$. Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase48del2003.pdf>

Audio: Clase B48 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB48parte1.mp4>

Clase B48 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB48parte2.mp4>

Clase B48 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB48parte3.mp4>

Clase B48 parte 4

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB48parte4.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase B49 del 2003 Algunas integrales con funciones trigonométricas. Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase49del2003.pdf>

Audio: Clase B49 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB49parte1.mp4>

Clase B49 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB49parte2.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase B50 del 2003 Integración de funciones racionales. Casos tipos. Fracciones simples. Descomposición en fracciones simples. Método de la tapadita. Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase50del2003.pdf>

Audio: Clase B50 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB50parte1.mp4>

Clase B50 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB50parte2.mp4>

Clase B50 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB50parte3.mp4>

[Inicio](#)

[Indice](#)

Capítulo X

Integrales impropias (en construcción)

Clase 53 Integrales impropias. Definición. Convergencia.

Ejemplos de integrales impropias de primera y segunda especie convergentes y no convergentes. (en construcción)

Clase 54 Integrales impropias de funciones positivas. Criterio de comparación. Ejemplos. (en construcción)

Clase 55 Integrales impropias de funciones de cualquier signo. Convergencia absoluta y convergencia condicional. Ejemplos. (en construcción)

Clase 56 Integrales impropias de segunda y tercera especie. Ejemplos de clasificación de integrales impropias (en construcción)

[Inicio](#)

[Indice](#)

Capítulo XI

Series.

Clases del 2003: [B11](#), [B12](#), [B13](#), [B14](#).

Clases del 2011: [57](#), [58](#), [59](#), [60](#).

Clase 57 Series de números reales. Convergencia. Serie geométrica. Series alternadas (criterio de Leibnitz) Series de términos con signo constante. Series telescópicas. Operaciones con series.

Pizarrones + audio. Ver Clase [B11](#) del 2003 al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 58 Límite a cero del término general de serie convergente. Condición de Cauchy. Series potencias de la armónica. Convergencia absoluta.

Pizarrones + audio. Ver Clase [B12](#) del 2003 al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 59 Clasificación de series: Criterios de comparación de series y de comparación por límites. Ejemplos.

Pizarrones + audio. Ver Clase [B13](#) del 2003 al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 60 Clasificación de series: Criterio de D'Alembert, criterio de Cauchy (o de la raíz n -ésima) y criterio integral.

Pizarrones + audio. Ver Clase [B14](#) del 2003 al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase B11 del 2003 Series de números reales. Convergencia. Serie geométrica. Series alternadas (criterio de Leibnitz) Series de términos con signo constante. Series telescópicas. Operaciones con series.

Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase11del2003.pdf>

Audio: Clase B11 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB11parte1.mp4>

Clase B11 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB11parte2.mp4>

Clase B11 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB11parte3.mp4>

Clase B11 parte 4

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB11parte4.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase B12 del 2003 Límite a cero del término general de serie convergente. Condición de Cauchy. Series potencias de la armónica. Convergencia absoluta.

Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase12del2003.pdf>

Audio: Clase B12 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB12parte1.mp4>

Clase B12 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB12parte2.mp4>

Clase B12 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB12parte3.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase B13 del 2003 Clasificación de series: Criterios de comparación de series y de comparación por límites. Ejemplos.

Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase13del2003.pdf>

Audio: Clase B13 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB13parte1.mp4>

Clase B13 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB13parte2.mp4>

Clase B13 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB13parte3.mp4>

Clase B13 parte 4

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB13parte4.mp4>

Ir al [Indice](#)

Clase B14 del 2003 Clasificación de series: Criterio de D'Alembert, criterio de Cauchy (o de la raíz n -ésima) y criterio integral.

Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/clase14del2003.pdf>

Audio: Clase B14 parte 1

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB14parte1.mp4>

Clase B14 parte 2

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB14parte2.mp4>

Clase B14 parte 3

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/Audio/claseB14parte3.mp4>

[Inicio](#)

[Indice](#)

Capítulo XII

Ecuaciones diferenciales.

Clases del 2007: [A01](#), [A02](#), [A03](#), [A04](#).

Clases del 2011: [61](#), [62](#), [63](#), [64](#).

Clase 61 Ecuaciones diferenciales ordinarias. Definiciones.

Ejemplos. Ecuaciones en variables separadas.

Pizarrones + videos: Ver Clase [A01](#) del 2007 al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 62 Ecuación diferencial lineal de primer orden homogénea y no homogénea. Método de variación de constante.

Pizarrones + videos: Ver Clase [A02](#) del 2007 al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 63 Ecuación diferencial lineal de segundo orden homogénea con coeficientes constantes. Soluciones exponenciales. Ecuación característica y Solución general.

Pizarrones + videos: Ver Clase [A03](#) del 2007 al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase 64 Ecuación diferencial lineal de segundo orden no homogénea con coeficientes constantes. Método de selección.

Pizarrones + videos: Ver Clase [A04](#) del 2007 al final de este capítulo.

Ir al [Indice](#)

Clase A01 del 2007 Ecuaciones diferenciales ordinarias.

Definiciones. Ejemplos. Ecuaciones en variables separadas.

Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/ClaseA01del2007.pdf>

Videos: Clase A01 Parte 1 <https://youtu.be/ALbHp6lkcLM>

Clase A01 Parte 2 <https://youtu.be/zkjEDP1NaC0>

Clase A01 Parte 3 <https://youtu.be/JixMZMv9mtw>

Ir al [Indice](#)

Clase A02 del 2007. Ecuación diferencial lineal de primer orden homogénea y no homogénea. Método de variación de constante.

Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcul/ClaseA02del2007.pdf>

Videos Clase A02 parte1 <https://youtu.be/9-BmX7nW7bw>

Clase A02 parte 2 <https://youtu.be/EN0PViehd74>

Clase A02 parte 3 <https://youtu.be/yWgseXkOZ5s>

Ir al [Indice](#)

Erratas a la clase A2 parte 1: Ecuación diferencial lineal de primer orden a coeficiente constante: donde **debería decir $y' = by$** dice $y' = bx$. La causa de este error está en el siguiente video.

Este es un enlace a un video publicado en YouTube:

http://www.youtube.com/watch?v=s-h2lhJt_pU

Ir al [Indice](#)

Clase A03 del 2007. Ecuación diferencial lineal de segundo orden homogénea con coeficientes constantes. Soluciones exponenciales. Ecuación característica y Solución general.

Ver imágenes en

<https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcu1/ClaseA03del2007.pdf>

Videos Clase A03 parte 1 <https://youtu.be/WeGqlxZ3Kj8>

Clase A03 parte 2 <https://youtu.be/leqc20EKN3M>

Clase A03 parte 3 <https://youtu.be/UOPyM-c6pPY>

Ir al [Indice](#)

Clase A04 del 2007. Ecuación diferencial lineal de segundo orden no homogénea con coeficientes constantes. Método de selección.

Ver imágenes en <https://www.fing.edu.uy/~eleonora/calcu1/ClaseA04del2007.pdf>

Videos: Clase A04 parte 1 <https://youtu.be/1OxsZ5zdW7Q>

Clase A04 parte 2 <https://youtu.be/G0PRuYRH4XM>

Clase A04 parte 3 <https://youtu.be/dmh0F5HNmjg>

[Inicio](#)

[Indice](#)