

## ESTUDIO DE LA DINÁMICA DE UNA RED NEURONAL INHIBITORIA

|   |   |
|---|---|
| <b>Universidad:</b>   | UDELAR  |
| <b>Facultad/Centro/Instituto:</b>                             | IMERL/FACULTAD DE INGENIERÍA  |
| <b>Autor/es:</b>  | GARCÍA, Victoria; LÓPEZ DE LACALLE, Agustín; MARTÍNEZ, Mauro  |
| <b>Director/es:</b>   | CATSIGERAS, Eleonora; BARBONI, Leonardo   |
| <b>Título del trabajo:</b>                                    | Estudio de la Dinámica de una Red Neuronal Inhibitoria  |
| <b>Núcleo Disciplinario / Comité Académico / Otros temas:</b> | 10-Matemática Aplicada  |
| <b>Dirección electrónica:</b>                                 | mavigt182@hotmail.com;agustinl@fing.edu.uy;maumart@fing.edu.uy  |
| <b>Palabras claves:</b>                                       | neurodinámica, red neuronal inhibitoria, mapa de Poincaré, mapa contractivo   |
| <b>Resumen:</b>   | <p>Se definen en este trabajo los elementos fundamentales de la dinámica de una red neuronal inhibitoria, describiendo tanto el comportamiento individual de la neurona con el de la red en conjunto. Finalmente, se estudia cómo la dinámica de la red se reduce al estudio de la dinámica de un mapa que es contractivo a trozos.</p> |

# **10-Estudio de la dinámica de una red neuronal inhibitoria**

## **INTRODUCCIÓN**

El resultado abstracto sobre la dinámica de mapas continuos y contractivos a trozos, puede ser aplicado a la comprensión de redes dinámicas idealizadas compuestas por un gran número de osciladores mutuamente acoplados, con aplicación a la ingeniería o confiabilidad en las comunicaciones.

En particular, el resultado puede ser usado como un modelo matemático determinístico de una red idealizada compuesta por una gran cantidad de neuronas artificiales o biológicas simplificadas, cada una comportándose de manera lineal u oscilando de manera no lineal, que son mutuamente acopladas instantáneamente por sinapsis inhibitoria.

Dicha red neuronal puede ser estudiada como la discretización de un sistema dinámico continuo a trozos, a través de la proyección del Mapa de Poincaré (o Mapa de Retorno)  $\rho$ , sobre una sección transversal al flujo.

El objetivo de este trabajo es entonces estudiar el comportamiento de una red neuronal inhibitoria y demostrar que la dinámica de la misma se reduce al estudio de la dinámica de un mapa que es contractivo a trozos y con la propiedad de separación.

## **METODOLOGÍA**

Se buscó comprender y analizar el comportamiento dinámico de una red neuronal inhibitoria. Para ello, se idealizó el comportamiento de una neurona a través de un modelo matemático.

Una vez definido el modelo, se pasó al estudio de un sistema formado únicamente por dos neuronas. En primer lugar, se analizó la evolución de dicho sistema cuando no hay sinapsis, es decir, cuando no hay interacción entre ambas neuronas y luego se estudió el caso en el cual las neuronas hacen

sinapsis inhibitoria.

Generalizamos el problema y pasamos al estudio de una red conformada por  $m$  neuronas, todas interconectadas entre sí con sinapsis inhibitoria. En particular se definió un modelo matemático para dicho sistema y las interacciones entre los elementos que la conforman.

Probamos que el sistema que define el modelo, evoluciona en un subconjunto compacto de  $R^n$  y define un mapa  $\rho$ , que es continuo a trozos y uniformemente contractivo para una métrica particular en cada una de las piezas de continuidad; Mapa de Poincaré.

Se observó además, que  $\rho$  posee la "propiedad de separación", es decir, piezas de continuidad distintas poseen imágenes disjuntas.

Este resultado, nos lleva al estudio de un sistema dinámico discreto, definido por iteraciones de mapas continuos a trozos y localmente contractivos, en un espacio compacto de dimensión finita. En particular, los sistemas que verifican la propiedad de separación, "genéricamente" su atractor está formado por una cantidad finita de órbitas periódicas.

## **RESULTADOS**

Definimos una neurona como un elemento, celda, o unidad  $i$  cuyo estado en el instante  $t \in R^+$  está dado por una variable  $x$ . Esta es la solución a la ecuación diferencial:  $dx/dt = \gamma_i(x)$ , donde  $\gamma_i: [-V_{min}, \theta_i] \rightarrow R$  es de clase  $C^2$ , es positivo y con derivada negativa, y representa el "*potencial de membrana*" de la neurona. Como se puede apreciar,  $x$  está definida entre un valor mínimo  $-V_{min}$  y un umbral  $\theta_i$  (cuyo valor, para simplificar, será 1) que depende de la neurona, llamado "*umbral de disparo*". Notar que la solución de la ecuación diferencial alcanza el valor  $\theta$ , pues  $\gamma_i$  es positiva. El tiempo en el cual esto ocurre, se denomina "instante de disparo" y provoca que el potencial de la neurona se "reseteo a cero".

Podemos pensar  $x$  como una variable en  $S^1$  (la circunferencia de radio 1) y en el caso de tener dos neuronas que no interactúan entre sí, podemos pensar su dinámica como conjunto, como una sola dinámica en el toro  $T^2$ . De modo que para saber que sus dinámicas se sincronizan en algún momento, o sea, que en algún momento descargan a la misma vez, alcanza con saber que ambos períodos son racionales entre sí. Si sus períodos son irracionales entre sí, las rotaciones tienen órbitas densas.

La interacción entre dos neuronas biológicas se llama sinapsis. Ocurre cuando una de las neuronas, que es llamada presináptica, alcanza su umbral y descarga, produciendo con esta un cambio (salto en el potencial) en la otra neurona, llamada postsináptica.

La sinapsis puede ser de tipo excitatoria, cuando el salto que produce en la otra neurona es positivo, o inhibitoria, cuando el salto producido es negativo.

El sistema compuesto por ambas neuronas puede a su vez ser de 3 tipos: excitatorio, si ambas neuronas son excitatorias, inhibitorio, si ambas neuronas son inhibitorias, o combinado, si está compuesto por una neurona inhibitoria y otra excitatoria. Diremos que el sistema es no inhibitorio, si es o bien excitatorio, o combinado.

Supongamos que la neurona "A" es excitatoria, y cuando esta descarga, hace que la neurona "B", que supondremos inhibitoria, sobrepase su umbral. En este caso, ambas neuronas regresan al potencial 0 tras descargar. Por otro lado, saltos negativos en la neurona A, debidos a la descarga de la neurona B, pueden hacer que A alcance un potencial negativo. Esto puede pasar, sin embargo el potencial de A queda acotado inferiormente por el valor  $-V_A$ .

La sinapsis entre dos neuronas en un sistema combinado, se regirá según la función:  $f: \{(x, y) \in [-V_A, 1] \times [-V_B, 1]: x = 1 \text{ o } y = 1\} \rightarrow \{(x, y): x = 0 \text{ o } y = 0\}$ , la cual queda determinada mediante:

$$f(x, 1) = \begin{cases} (-V_A, 0), & \text{si } x + a(x) < -V_A \\ (x + a(x), 0), & \text{si } -V_A \leq x + a(x) < 1 \\ (0, 0), & \text{si } x + a(x) \geq 1 \end{cases}$$

$$f(1, y) = \begin{cases} (0, -V_B), & \text{si } y + b(y) < -V_B \\ (0, y + b(y)), & \text{si } -V_B \leq y + b(y) < 1 \\ (0, 0), & \text{si } y + b(y) \geq 1 \end{cases}$$

Observemos además que si  $a(1) < 0$  entonces  $f(1,1) = (1 + a(1), 0)$ , y si  $a(1) > 0$  entonces  $f(1,1) = (0, 0)$ .

Los saltos representados por las funciones  $a$  y  $b$ , definidas en  $[-V_A, 1]$  y  $[-V_B, 1]$  respectivamente, son de clase  $C^2$ , de signo constante distinto de cero,  $|a|$  y  $|b|$  no decrecientes, y  $x + a(x)$  e  $y + b(y)$  son estrictamente crecientes. Pedimos que  $|a|$  y  $|b|$  sean no decrecientes, ya que en las neuronas biológicas, los potenciales postsinápticos son menores después de una descarga que en fases posteriores.

La dinámica bineuronal está dada por la función:  $\psi(p, t)$  que para cada condición inicial  $p$  en  $[-V_A, 1] \times [-V_B, 1]$  y para todo  $t$  menor o igual que 0, nos da el estado del sistema en tiempo  $t$ . Observar también que esta función  $\psi$  no será continua en el conjunto  $\{x = 1 \text{ o } y = 1\}$ .

Por lo anterior, el sistema bineuronal queda perfectamente determinado por 4 funciones reales  $(u_1, u_2, a, b)$ , con las propiedades mencionadas anteriormente.

El espacio de sistemas bineuronales será el espacio topológico formado por todas las cuádruplas  $(u_1, u_2, a, b)$  con estas propiedades, con la topología producto de la topología usual en  $C^2$ .

Consideramos una red neuronal de  $m$  elementos, con  $m \geq 2$  como el de la figura 1, donde todas están conectadas dos a dos bidireccionalmente por sinapsis inhibitoria.

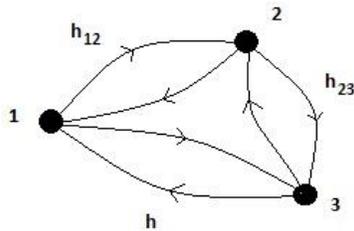


Figura 1: Modelo de una red neuronal inhibitoria para el caso en que  $m = 3$ .

Definimos  $-h_{ij}$  como el aporte al potencial  $\phi_j$  que hace la neurona  $i$  a la neurona  $j$ , cuando la neurona  $i$  dispara.

Consideraremos una neurona  $i \in \{1, 2, \dots, m\}$ . El estado de la neurona  $i$  en el instante  $t \in \mathbb{R}^+$  lo definimos como  $\phi_i(t)$ , con  $\phi_i(t) \in X_i = [-V_{min}, \theta_i]$ .

El comportamiento de la neurona  $i$  cuando no interactúa con otras, es llamado *dinámica libre* o *Inter Spike Regime*. El potencial de membrana  $\phi_i(t)$  es la solución de una ecuación diferencial autónoma no lineal:  $\dot{\phi}_i(t) = \gamma_i(\phi_i)$  donde  $\gamma_i: X_i \rightarrow \mathbb{R}$  es de clase  $C^2$ , es positivo y con derivada negativa.

Definimos a continuación  $\phi_i(t_0^-) = \lim_{t \rightarrow t_0^-} \phi_i(t)$ .

Si  $\phi_i(t_0^-) \geq \theta_i \Rightarrow \phi_i(t_0) = 0$ , estamos ante la situación en que la neurona "disparó".

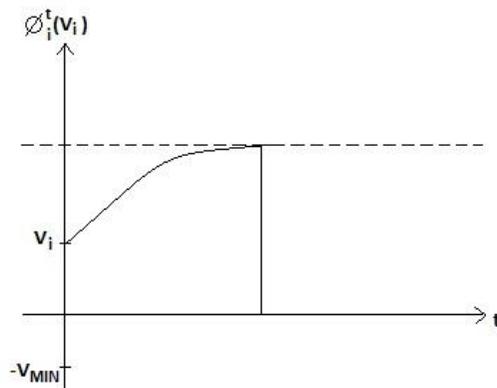


Figura 2: Potencial de una neurona

Otra condición que se tiene que cumplir es:  $\forall \phi_i(0) \in X_i, \exists t_0 : \phi_i(t_0^-) = \theta_i$ . Esto implica que, para cualquier condición inicial del potencial  $\phi_i$ , la neurona  $i$  siempre dispara.

Se expondrán a continuación las reglas de la interconexión de la neurona  $i$  con las demás neuronas de la red; *Spiking Synaptical Regime*.

**Definición:** Definimos  $I_0(t_0) \subset \{1, 2, \dots, m\}$  como el conjunto de las neuronas que disparan en el instante  $t_0$ .

Se tiene entonces que

$$\phi_i(t_0) = \begin{cases} \min \left\{ -V_{MIN}, \phi_i(t_0^-) - \sum_{\substack{j \neq i \\ j \in I_0(t_0)}} h_{ij} \right\}, & \text{si } \phi_i(t_0^-) < \theta_i \\ 0, & \text{si } \phi_i(t_0^-) \geq \theta_i \end{cases}$$

Que  $\phi_i(t_0)$  se anule cuando  $\phi_i(t_0^-) \geq \theta_i$  significa que el potencial se "resetea".

El estado de la red neuronal se puede describir mediante una  $m$ -úpla:

$$(\phi_1(t), \phi_2(t), \dots, \phi_m(t)) = \vec{\phi}(t)$$

donde

$$\vec{\phi} \in \prod_{i=1}^m [-V_{min}, \theta_i)$$

La expresión anterior es un homeomorfismo a una bola  $B$ , por lo que  $\vec{\phi} \in B$ . Entonces el estado de la red neuronal completa está descrito por  $\vec{\phi}$ .

Definimos el mapa contractivo  $\rho: B \rightarrow B$  con  $B \subset R^m$ ,  $\bar{B}$  compacta. Notar que  $\rho$  no es necesariamente continuo, de hecho es continuo si y sólo si no hay interacciones sinápticas ( $h_{ij} = 0$  para todo  $i, j$ ).

Definimos  $\rho_{i_0}$  como  $\rho_{i_0} = \rho|_{B_{i_0}}$ , continua y contractiva, donde  $J$  es un subconjunto

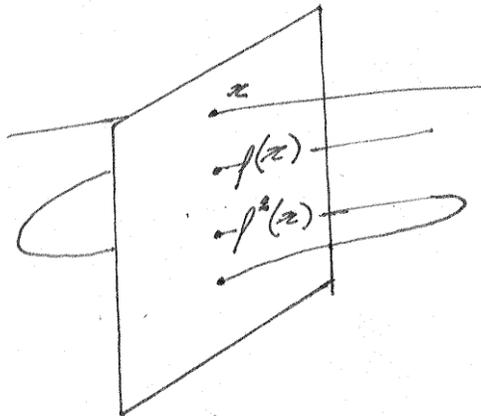
de neuronas y  $B_J$  es el conjunto de estados tales que en el siguiente disparo las neuronas que disparan son exactamente las de  $J$ . Esto define un mapa contractivo a trozos.

A partir de lo anterior, definimos la órbita de  $x$ , con  $x \in B$ .

$$x^n = \rho^n(x) = \rho \circ \rho \circ \dots \circ \rho(x), \forall x \in B$$

$\{\rho^n(x)\}_{n \geq 0}$  es la órbita discreta de  $x$ .

Se presenta a continuación una representación del mapa de retorno.



*Ilustración 3: Mapa de Poincaré*

En lugar de estudiar la órbita  $\{\rho^n(x)\}_{n \geq 0}$ , estudiamos los cortes de esta con una sección, es decir, estudio la dinámica del mapa de retorno. Se tiene como resultado una sucesión de puntos en la sección que si es periódica, la órbita también es periódica. En esta sección se encuentran los iterados de  $\rho$ , es decir,  $\rho(x)$ ,  $\rho^2(x)$ ,  $\rho^3(x)$ ,..., de modo que tiene una dimensión menos que el espacio, ya que el último iterado coincide con  $x$  (es un mapa de retorno).

En el mapa contractivo, los puntos de discontinuidad actúan como si tuvieran una dilatación infinita, es decir, dos puntos que se acercan, pero están en secciones distintas cumplen que:

$$\lim_{x \rightarrow y} \frac{d(\rho(x), \rho(y))}{d(x, y)} = \infty$$

Una de las herramientas que se utilizaron para lograr demostrar que los mapas son contractivos, fue la Fórmula de Liouville.

$$\frac{d\phi_i^t(V_i)}{dV_i} = \exp \int_0^t \gamma'(\phi_i^s(V_i)) ds$$

El instante en el cual la neurona  $i$  dispara, está dado por:  $t = t_i(V) \Leftrightarrow \phi_i^t(V) = 1$ .

Es decir,  $t_i(V_i)$  es la función implícita  $\phi_i^t(V_i) = 1$ .

De todas aquellas neuronas que disparan, nos interesó el instante en el cual dispara la primera. Definimos  $\bar{t}$  como el mínimo de los  $t_i(V_i)$ :

$$\bar{t}(V) = \min_{1 \leq i \leq m} t_i(V_i).$$

Posteriormente, definimos  $J(V)$  como el conjunto de las neuronas que disparan en dicho instante  $\bar{t}(V)$ , como:  $J(V) = \{i \in \{1, \dots, m\}; t_i(V_i) = \bar{t}(V)\} \neq \emptyset$ .

$J(V)$  tiene medida de Lebegg nula, es decir, por probabilidad 1 dispara una sola neurona.

Mientras no dispara ninguna neurona, es decir,  $J(V) = \{\emptyset\}$  el potencial de cada una de las neuronas responde a la ecuación diferencial correspondiente a la *dinámica libre*. En caso de que alguna neurona dispare, la función a aplicar sobre el potencial de las neuronas está dada por:

$$\sigma: \phi^{\bar{t}(V)}(V) \subset \{W \in [-1,1]^m; \exists i / W_i = 1\} \rightarrow \sigma(\phi^{\bar{t}(V)}) \subset \{W \in [-1,1]^m; \exists i / W_i = 1\}$$

definida por

$$\sigma(W_1, W_2, \dots, W_m) = (U_1, U_2, \dots, U_m)$$

Donde  $U_i = 0$  si  $W_i = 1$ , o sea si  $i \in J(V)$ . Se tiene entonces que  $\frac{d\phi_i^t}{dt} = \gamma_i(\phi_i^t)$  si  $-1 \leq \phi_i^t \leq 1$ . Mientras  $\phi_i^t$  esté entre  $[-1,1]$  vale la ecuación diferencial, y si alguna llega a 1, aplicamos  $\sigma$ .

$$U_j = \max \left\{ -1, W_j - \sum_{i \in J(V)} h_{ij} \right\}$$

Si  $W_j < 1$ , o sea,  $j \in J(V)$ ,  $W_j = \phi_j^{\bar{t}(V)}(V_j) < 1$ .

Se distinguen dos casos. El primero de ellos es aquel en el que  $J(V) = \{i\}$ . Si ocurre esto, entonces se tiene que

$$\sigma(\phi^{\bar{t}(V)}(V)) = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m)$$

Donde  $\sigma_i = 0$  si  $\{i\} = J(V)$ , y  $\sigma_j = \max\{-1, W_j - h_{ij}\}$ , con  $j \neq i$ .

El segundo caso es aquel en el que  $J(V) = \{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ . Se tiene entonces que  $\sigma(\phi^{\bar{t}(V)}(V))$  esta multivariada. Cada una la defino como si fuera la "ganadora", como es lo que en realidad pasa, sólo una dispara.

Esto nos da continuidad a trozos en los conjuntos de todos los posibles estados en que gana la neurona  $i$ .

Una vez que aplico  $\sigma$ , considero el vector  $\phi^{\bar{t}(V)}(V)$  como condición inicial del sistema  $\frac{d\phi_i^t}{dt} = \gamma_i(\phi_i^t)$ . Busco  $\phi^{t-\bar{t}(U)}(U)$ , con  $U = \sigma(\phi^{\bar{t}(V)}(V))$ . Para ello resuelvo  $\phi^t(U)$ .

Definimos la sección de Poincaré como  $B = \{W \in [-1,1]^m : \exists i/W_i = 0\}$ .

Si definimos  $B_i$ , como  $B_i = \{W \in [-1,1]^m : W_i = 0\}$ , tenemos entonces que  $B = \cup_{i=1}^m B_i$ .

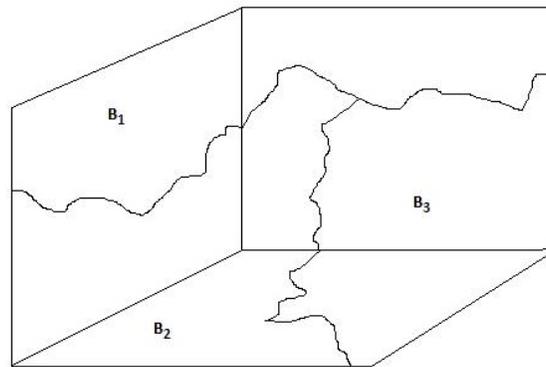


Figura 4: Sección de Poincaré

De esta forma  $B_1$ , por ejemplo, es el "pedazo" de la sección de Poincaré de manera que si la condición inicial  $V$  está en  $B_1$ , entonces dispara la neurona 1.

La ventaja de la partición, es que se obtienen funciones continuas en compactos, por lo que podemos usar toda la artillería relacionada.

El objetivo ahora, es probar que el mapa de Poincaré es contractivo a trozos. Por lo tanto debemos probar que cada  $\rho_i$  es contractiva.

Otra herramienta que se utilizó para lograr el objetivo de este trabajo, fue el "Teorema del Flujo Tubular".

Consideremos la ecuación diferencial:  $\frac{d\phi_i^t}{dt} = \gamma_i(\phi_i^t)$  con  $\gamma_i: R^m \rightarrow R^m$  de clase  $C^1$ .

Sea  $U$  un abierto de  $R^m$  tal que  $\gamma$  no tiene ceros en  $\bar{U}$ . Entonces:

$\exists$  un difeomorfismo  $\xi: \bar{U} \rightarrow \xi(\bar{U})$  de modo que  $\frac{d\xi(\phi^t)}{dt} = \vec{a}$  cte.

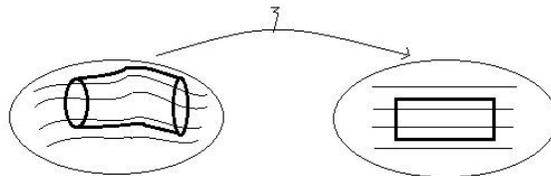


Figura 5: Teorema "Flujo Tubular"

En definitiva, se trata de un cambio de variable.

Aplicamos ese cambio de variable a nuestra ecuación diferencial, es decir a todo el "cubo". Esto provoca que el cubo se deforme, pero las órbitas pasan a ser rectas paralelas. Miro ahora el plano ortogonal al flujo: "Plano proyección". Es sobre ese hiperplano que obtendremos la contractividad.

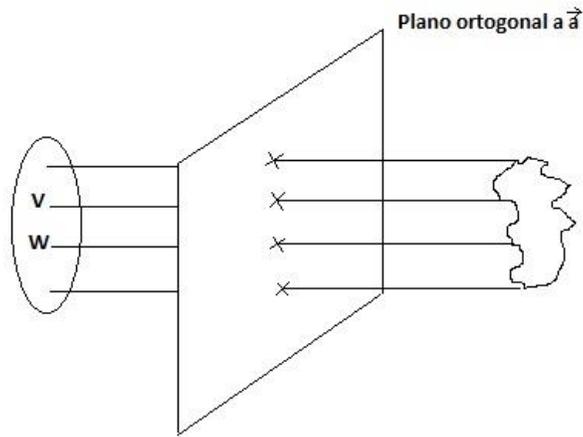


Figura 6: “Plano proyección” ortogonal al flujo “planchado”

**Teorema:** Existe una métrica en  $B$  tal que  $\rho_i: B^+ \rightarrow B^+$  es contractivo  $\forall i = 1, \dots, m$ .

Donde:

$$B = B \cap \rho(B)$$

$$B_i = B_i \cap \rho(B)$$

$$\rho: B \rightarrow B^+ \xrightarrow{\rho} B^+ \xrightarrow{\rho} B^+ \dots$$

El teorema es válido luego de aplicar al menos 1 vez el mapa.

Todas las propiedades dinámicas de mapas contractivos a trozos en espacios métricos completos, valen para el mapa de Poincaré de la red inhibitoria.

**Teorema:** Sea  $B$  un espacio métrico completo,  $\rho$  un mapa contractivo a trozos en  $B$ , entonces “genéricamente” el atractor está formado por una cantidad finita de órbitas periódicas.

La velocidad del flujo luego de aplicar el cambio de variable “que plancha”, queda:  $\frac{d\xi\phi^t(V)}{dt} = \vec{a} \text{ cte}$ . Para probar que el mapa es contractivo, definiremos previamente una métrica.

Sea  $\pi$  la proyección sobre el hiperplano ortogonal al flujo “planchado”, entonces:

$$\text{dist}(V, V + dV) = \|\pi. d\xi. dV\|$$

A partir de lo anterior es que definimos:

$$\text{dist}(U, V) = \int_0^1 \|\pi. d\xi. (U - V)\| ds$$

$$V + s(U - V)$$

Veamos que con esta métrica los mapas son contractivos.

**Demostración:** Sean  $V, W \in \hat{B}_i$   $i \in J(V), i \in J(W)$ . Entonces:

$$\text{dist}(\rho_i(V), \rho_i(W)) = \int_0^1 \|\pi. d\xi. (\rho_i(W) - \rho_i(V))\| ds$$

$$\rho_i(V) + s(\rho_i(W) - \rho_i(V))$$

Posteriormente, vimos qué valor toma cada componente  $(\rho_i(W) - \rho_i(V))$ :

$$(\rho_i(W) - \rho_i(V))_j = \phi_j^{t_i(W)}(W_j) - \phi_j^{t_i(V)}(V) = D_V \phi_j^{t_i(V)}(V). (W - V) + \text{Resto}$$

Tomamos como válido que  $\text{Resto} \rightarrow 0$

Hallamos a continuación la matriz  $D_V$ . Para ello es necesario calcular:

$$\frac{\partial \phi_j^{t_i(V)}}{\partial V_k} = \left( \frac{\partial \phi_j^{t_i(V)}}{\partial V_k} \Big|_{t=t_i(V)} \right) + \left( \frac{\partial \phi_j^{t_i(V)}}{\partial t} \Big|_{t=t_i(V)} \right) \cdot \left( \frac{\partial t_i(V)}{\partial V_k} \right)$$

Ahora, si  $k \neq j \Rightarrow \frac{\partial \phi_j^{t_i(V)}}{\partial V_k} = 0$

Posteriormente usando la fórmula de Liouville para el caso en que  $k = j$ , se llegó a que:

$$\frac{\partial \phi_j^{t_i(V)}}{\partial V_k} \leq \lambda < 1$$

Observamos, luego:

$$\pi \cdot d\xi \left( \frac{\partial \phi_j^{t_i(V)}(V)}{\partial V_k} \right) = \pi \begin{pmatrix} \leq \lambda & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \leq \lambda \end{pmatrix} + \pi d\xi \left( \frac{d\phi_j^t(V)}{dt} \Big|_{t=t_i} \frac{\partial \phi_j^{t_i(V)}}{\partial V_k} \right)$$

Como:

$$\frac{d\phi_j^t(V)}{dt} = \vec{a} \Rightarrow \pi d\xi \frac{d\phi_j^t(V)}{dt} = 0$$

De esta forma:

$$\pi d\xi (\rho_i(W) - \rho_i(V)) = \pi d\xi \begin{pmatrix} \leq \lambda & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \leq \lambda \end{pmatrix} \cdot (W - V) + \pi d\xi \cdot (Resto)$$

Tomando norma:

$$\|\pi d\xi (\rho_i(W) - \rho_i(V))\| = \lambda \|\pi d\xi \cdot (W - V)\| + \|\pi d\xi \cdot (Resto)\|$$

Recordando la métrica que estamos utilizando y despreciando el *Resto*, llegamos a que:

$$dist(\rho_i(V), \rho_i(W)) \leq \lambda \cdot \int_0^1 \|\pi d\xi \cdot (W - V)\| = \lambda \cdot dist(V, W)$$

■

## CONCLUSIONES

Se estudió de forma rigurosa una red conformada por unidades dinámicas acopladas entre sí, llamadas neuronas. Se observó que el comportamiento de esta red se reduce al estudio de mapas continuos a trozos.

Podemos concluir que con la métrica definida, dichos mapas definidos en cada una de las piezas de continuidad son localmente contractivos. Por lo cual "genéricamente" el atractor está formado por una cantidad finita de órbitas periódicas.

## AGRADECIMIENTOS

A L'Oreal-Unesco-Dinacyt por la financiación del proyecto: "Neurodinámica" a través del Premio L'Oreal-Unesco-Dinacyt 2014 de Uruguay.

## BIBLIOGRAFÍA

E. Catsígeras, (2010). "Contractive Piecewise Continuous Maps Modeling

Networks Of Inhibitory Neurons". IJPAM

E. Catsígeras, (2011). "Topological Dynamics of Generic Piecewise Contractive Maps in  $n$  Dimensions"