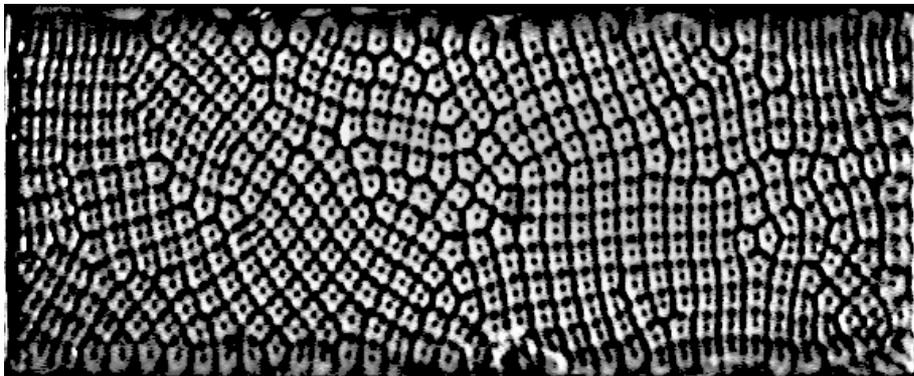




UNIVERSITAT DE BARCELONA



# **DINÁMICA NO-LINEAL DE ESTRUCTURAS TERMOCONVECTIVAS EN CRISTALES LÍQUIDOS NEMÁTICOS**



ITALO BOVE

Barcelona, Mayo de 2002



**Universitat de Barcelona**

*Facultat de Física*

Departament d'Estructura i Constituents de la Matèria

Programa de Doctorat: Física de la Matèria Condensada (1999-2001)

**DINÀMICA NO-LINEAL DE  
ESTRUCTURAS TERMOCONVECTIVAS EN  
CRISTALES LÍQUIDOS NEMÁTICOS**

**Memoria presentada por**

**Italo Carlos Bove Vanzulli**

**Para optar al título de Doctor en Ciencias Físicas**

**Barcelona, Mayo de 2002**

Director de la Tesis:

Prof. Jesús Salán

Departament d'Estructura i  
Constituents de la Matèria



*A mis hermanas,  
con la esperanza de verlas  
pronto  
y poder disfrutar de mis  
sobrin@s*

*...ya nos encontraremos  
en otro carnaval  
tendremos suerte si aprendemos  
que no hay ningún rincón  
ningún atracadero,  
que pueda disolver en su escondite lo que fuimos,  
el tiempo está después.*

*Fernando Cabrera*



## ***GRACIAS A (y a pesar de)***

*Quisiera agradecer, en forma cronológica, a todas aquellas personas o colectivos que contribuyeron directamente a que pudiera realizar este trabajo.*

*En primer lugar, quiero agradecer a Adela Vanzulli, mi madre, quien tuvo claro, antes que yo, que haciendo física necesitaba irme a hacer un doctorado (en Uruguay no estaban montados los doctorados todavía), y me apoyó fuertemente (tal vez con la seguridad de que era la forma más rápida en que yo podía conseguir la independencia económica).*

*Al Instituto de Física de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de la República Oriental del Uruguay y a mis colegas uruguayos que han apoyado mi formación. Especialmente quiero destacar mi agradecimiento a Anibal Sicardi, quien me contactó con mi director de tesis y me recomendó para este trabajo; a Alejandro Romanelli y Daniel Marta, como directores sucesivos de dicho instituto, quienes, en representación de todos mis colegas, me han brindado apoyo institucional y humano. También agradezco a Arturo Martí, que al haber realizado previamente su doctorado en el mismo departamento que yo, me ayudó con el papeleo; y por último, pero no por eso menos importante, a nuestra adorable secretaria Amelia Ferrari, tan dispuesta siempre a mandar y recibir faxes y a contarme sobre la realidad nacional.*

*A Jesús Salán, quien me aceptó como ayudante y quien, en estos tres años y medio que llevo trabajando con él, más que un jefe ha sido un amigo que, a lo largo de nuestras interminables charlas, me ha enseñado a sentirme físico y me ha ayudado a entender mejor la idiosincrasia de este pueblo.*

*A la AECI, por la beca que me dio, sin la cual no hubiera podido costearme los estudios. Especialmente a Matilde Pacheco, quien me ayudó con el papeleo y logró que le tomara un placer tal a ir a las oficinas de la agencia en Uruguay que, aún hoy, cada vez que puedo me doy una vuelta por ahí.*

*Desgraciadamente, hay quienes borran con el codo lo que escriben con la mano. Quiero recalcar aquí que logré terminar esta tesis a pesar de la AECI y del gobierno español, que en junio del año pasado decidieron cortar el programa de becas doctorales para extranjeros, sin importarles si podíamos terminar o no la tesis.*

*A la niña María Ines Fregeiro, que consiguió la casa donde vivo hasta el día de hoy y donde convivimos durante los dos primeros años. Quiero agradecerle su amistad, su compañerismo, y su guiso de lentejas que se ha convertido en mi plato preferido.*

*A Rosa María Muñoz, que más que mi casera ha sido como una madre para mí.*

*Als meus companys de doctorat, que m'han ajudat en la realització d'aquesta tesi. A la Sílvia Soria i en Jordi Fernández, que m'han donat la clau per entendre com treballar amb en Jesús. Al Jordi Soriano, un magnífic experimental, sempre disposat a ajudar en allò que se'l necessiti. En especial, quiero nombrar a Francesc Magdaleno, quien me ayudó a sentir menos duro el desarraigo, además de enseñarme con su ejemplo lo duro que es hacer la tesis. También quiero agradecer a Andrea Rocco y Luca Tagliacozzo: ¿por qué será que todos los físicos italianos que he conocido en España son tan agradables? A Napoleón Anento, que me ha ayudado con los trámites del depósito de la tesis. Y a Iván Santamaría, el mejor guía mexicano de Praha, deseando que la próxima tesis sea la suya.*

*Als Arreplegats, la millor colla castellera universitària del món, amb la qual fa poc hem pogut carregar el quatre de set amb agulla.*

*A mi Comunidad, ese grupo de yoruguas que ha evitado que pierda mi acento. Empezando por Eduardo Canale, quien me introdujo en el fascinante mundo de la noche barcelonesa y en la idiosincrasia de los catalanes; a Eduardo Grampín, quien estuvo dispuesto a tomar el relevo de la niña y convertirse en mi pareja de hecho; a Gladys Utrera, amiga y confidente; a Mario de Pena y Adriana Tavella por esas interminables charlas donde podía jugar a hacer análisis sociales; a Alejandro Cuesta y María José Crossa, un pedazo del malecón en mi corazón; a Serrana Cabrera y Javier Baliosian, porque con ellos acá siento que nunca me fui; a Camille Sutton, esa uruguaya por adopción a quien he aprendido a querer; a Hugo Peluffo y Damiana Álvarez, que si se esfuerzan un poco más a base de polentas van a lograr que me pase a la biofísica; a Alejandro Maiche, quien me presentó a Melina. Y quiero agradecer especialmente a Marcelo Bertalmio, cuyas sugerencias me fueron fundamentales para poder desarrollar el procesamiento de imágenes; espero que este agradecimiento no se tome como una presión para que me de un papel en su nueva película.*

*Als meus amics catalans, que m'han ajudat a estimar aquest país. Al Romà Lucea, l'amistat del qual va ser un pilar per a mi, fins que l'amor el va esborrar del meu món. Ell em va regalar fa anys la grabadora de cd's, fonamental per al meu treball. A Eva Romero, por hacerme sentir que todavía es posible soñar con el amor, pero sobretudo por permitirme conocer a esa mujer maravillosa que es Isabel Pi Breda: perdí un amor y gané una amiga, sin duda salí ganando. Y a ti, Pi, ¿qué te puedo decir? simplemente gracias por confiar en mí. A Ricard Gómez, por ayudarme a enamorarme de las montañas, además de conseguirme buenos pasajes cada vez que extraño mis playas.*

*Al colectivo de becarios AECl, gracias a su lucha del cual hemos conseguido que el gobierno no nos dejara totalmente desamparados. Quiero agradecer*

*especialmente a Guillermo Pérez-Gomar, presidente de ese colectivo, compatriota que con su claridad ayudó a que nuestra lucha no se disolviera en el absurdo. A D-Recerca, per brindar-nos el seu recolzament; especialment al Marc Ribó, el president d'aquell moment, el qual em va mostrar amb el seu exemple que existeixen excel.lents militants a tot arreu; també al Xavier de Pedro, una llàstima que se n'anés a Noruega quan començava a gaudir de la seva amistat.*

*A Félix Ritort. Con él, siento que las palabras no me alcanzan para agradecerle. Si no fuera por el contrato para dar clases que me consiguió, hoy no podría estar terminando esta tesis.*

*Vull agrair també a l'Oscar Iglesias, perquè gràcies a que es va oferir a intercanviar les seves classes vaig poder superar els esculls burocràtics. També a l'Enric Pérez Canals, que em va ajudar amb el laboratori de física moderna, a més que els dinars junt amb el David Gascon i els seus altres amics em van ajudar a canviar la meva visió del món.*

*A les secretàries del departament, Laura Oliver i Rosa Juan, per ajudar-me en el papereig; a l'Oriol Pérez: la secretaria sense ell no seria tan divertida; i al Miquel Mateos, que m'ha salvat de més d'una amb els ordinadors. També a la Rosa Oliva de la biblioteca; amb ella allà prefereixo anar a buscar els articles en comptes de baixar-los de la xarxa.*

*A Melina Aparici, por su ayuda en las correcciones gramaticales, como buena psicolingüista que es, además de ser la persona a quien más voy a extrañar cuando me vaya de aquí.*

*Y, por último, querría agradecer al tribunal de esta tesis, que amable y desinteresadamente aceptó estudiar y evaluar este trabajo.*



# ÍNDICE

---

<b>ÍNDICE</b>	<b>1</b>
<b>Capítulo 1</b>	
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>5</b>
<b>Capítulo 2</b>	
<b>ANÁLISIS TEÓRICO DE LOS CRISTALES LÍQUIDOS</b>	<b>11</b>
<b>2.1 Qué es un Cristal Líquido</b>	<b>11</b>
2.1.1 Características de las diferentes fases	12
2.1.2 Características de los nemáticos	13
<b>2.2 Propiedades Físicas de los CLN</b>	<b>14</b>
2.2.1 Simetrías	15
2.2.2 Efectos elásticos	15
2.2.3 Efectos magnéticos	16
2.2.4 Efectos viscosos	17
<b>2.3 Ecuaciones de la Termohidrodinámica</b>	<b>19</b>
2.3.1 Aproximación Boussinesq	20
2.3.2 Conservación del momento lineal	20
2.3.3 Conservación del momento angular	21
2.3.4 Conservación de la energía	22
2.3.5 Conservación de la masa	22
2.3.6 Resumen de las ecuaciones	22

**Capítulo 3**

<b>MONTAJE EXPERIMENTAL</b>	<b>25</b>
<b>3.1 Características del Montaje</b>	<b>26</b>
3.1.1 Cristal líquido utilizado	26
3.1.2 Diseño de la celda	28
3.1.3 Anclaje del CL en las superficies	30
3.1.4 Montaje de la celda	31
3.1.5 Control del gradiente de temperatura	32
3.1.6 Campo magnético	33
3.1.7 Control de la horizontalidad	33
3.1.8 Visualización e iluminación	34
<b>3.2 Registro de las Imágenes y los Datos</b>	<b>35</b>

**Capítulo 4****PROBLEMA DE RAYLEIGH-BÉNARD:**

<b>Teoría Lineal y Umbrales Convectivos</b>	<b>37</b>
<b>4.1 Rayleigh-Bénard en Isótopos</b>	<b>38</b>
4.1.1 Introducción	38
4.1.2 Modelo lineal	40
4.1.3 Estructuras convectivas	41
<b>4.2 Rayleigh-Bénard en Nemáticos</b>	<b>41</b>
4.2.1 Mecanismos convectivos	42
4.2.2 Modelo lineal para homeótopos	43
<b>4.3 Resultados Experimentales del Estado Crítico en CL</b>	<b>48</b>

**Capítulo 5**

<b>ESTRUCTURAS CONVECTIVAS</b>	<b>53</b>
<b>5.1 Mapeo de Estructuras</b>	<b>54</b>
5.1.1 Umbral convectivo	54
5.1.1.1 Campos magnético débil: Rollos Cruzados	54
5.1.1.2 Campos magnéticos medios: Hexágonos	57
5.1.2 Régimen no lineal	57
5.1.2.1 Hexágonos	57
5.1.2.2 Cuadrados	59
5.1.2.3 Estructuras amorfas	61
<b>5.2 Estudio Analítico de Hexágonos y Cuadrados</b>	<b>62</b>
5.2.1 Longitudes de onda	62
5.2.2 Estudio no lineal de las estructuras	65
5.2.3 Análisis de las fronteras	68
<b>5.3 Transición Hexágonos-Cuadrados</b>	<b>69</b>

---

5.3.1	Porcentajes de cada estructura	69
5.3.2	Dinámica de la frontera	72

### **Capítulo 6**

<b>DINÁMICA DE LAS ESTRUCTURAS</b>	<b>73</b>	
6.1	Dinámica General de las Estructuras	74
6.1.1	Variación de la velocidad con los parámetros del problema	75
6.1.2	Comparación de resultados con isótropos	82
6.2	Dinámica de la Transición Hexágonos-Cuadrados	84
6.3	Dinámica de los Defectos	88

### **Capítulo 7**

<b>CONVECCIÓN EN PLANO INCLINADO</b>	<b>95</b>	
7.1	Resultados Experimentales	96
7.2	Comparación con Isótropos	101
7.3	Modelo Lineal para CL	103

### **Capítulo 8**

<b>CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS</b>	<b>105</b>	
8.1	Conclusiones	105
8.2	Perspectivas	107
<b>REFERENCIAS</b>	<b>109</b>	



# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

---

En este trabajo se estudia la dinámica no-lineal de las estructuras termoconvectivas en el problema de Rayleigh-Bénard en una capa de aproximadamente 1 mm de espesor de cristal líquido nemático en orientación homeótropa, es decir, con su director perpendicular a las tapas de la celda, cuando la celda convectiva es calentada por la tapa superior y enfriada por la inferior.

Desde que Isaac Newton en 1687 publicara su famoso trabajo *Philosophiae naturalis principia mathematica*, existe el marco teórico y la herramienta de cálculo fundamental para poder analizar la mecánica de la naturaleza a escala humana. Sin embargo, hubo que esperar hasta 1851 cuando George Stokes terminó de desarrollar los conceptos de la viscosidad comenzados por Claude-Louis Navier para poder tener las ecuaciones diferenciales que gobiernan la dinámica de un medio continuo como los fluidos. Aún así, dichas ecuaciones son matemáticamente muy complejas, no pudiendo resolverse más que para casos particulares, de modo que se hace necesaria la

investigación experimental de los fluidos para poder estudiar aisladamente las propiedades esenciales de su dinámica y, paralelamente, la búsqueda de ecuaciones resolubles que sinteticen la esencia de dicha dinámica

En este sentido, el estudio de las estructuras espaciotemporales en fluidos fuera del equilibrio se ha convertido en uno de los temas de mayor interés en las últimas décadas, gracias a las mejoras en las técnicas experimentales, al desarrollo del análisis matemático de los sistemas dinámicos y el progreso de la mecánica estadística en materia condensada, así como al desarrollo de nuevas herramientas en el análisis numérico [Cross & Hohenberg, 1993]. Una de las principales implementaciones en ese campo es el problema de convección térmica en una capa de fluido [Nepomnyashchy et al., 2002], conocido como problema de Rayleigh-Bénard a partir de los primeros trabajos experimentales de Henri Bénard en 1900<sup>i</sup> [Bénard, 1900a y 1900b] y del análisis de estos realizado por John William Strutt<sup>ii</sup> [Rayleigh, 1916]. Si se utiliza cristal líquido como fluido, el problema adquiere una dinámica más rica y compleja.

Los cristales líquidos deben su nombre al hecho de ser líquidos que presentan propiedades de birrefringencia, propiedad que sólo presentaban los cristales hasta que el botánico austriaco Friedrich Reinitzer<sup>iii</sup> y el cristalógrafo alemán Otto Lehmann descubrieran en 1888 los cristales líquidos. Estos materiales, debido a las estructuras espaciales de las moléculas orgánicas que los componen, son fuertemente anisotrópicos en todas sus propiedades, presentando estados intermedios entre los sólidos y los líquidos. La existencia de dichos estados de la materia, más allá de los tres estados clásicos ‘sólido-líquido-gas’ conocidos desde la antigüedad, ayudó a destruir la imagen de la física de fines del siglo XIX como un campo del conocimiento cerrado. Sin embargo, hubo que esperar más de tres décadas a que el paradigma reinante cambiara y la comunidad científica le dedicara a los cristales líquidos la atención necesaria para poder modelar matemáticamente su comportamiento [Pikin & Blinov, 1985].

---

<sup>i</sup> Realizados con Spermaceti, o sea, grasa de cachalote (*spermwale*), muy de moda a principios del siglo pasado (XX) para artículos cosméticos. No hay que confundirlo con esperma de ballena, la otra acepción de dicha palabra.

<sup>ii</sup> John William Strutt utilizaba como nombre el título nobiliario de Lord Rayleigh, heredado de su abuela.

<sup>iii</sup> F. Reinitzer fue el primero en sugerir que el comportamiento extraño de los cristales líquidos se debía a que presentaban nuevos estados intermedios entre sólido y líquido, y por ende se lo considera el padre de estos materiales.

Las características excepcionales que los cristales líquidos presentan los convierten en una herramienta ideal para estudiar la dinámica de fluidos. Por un lado, la fuerte anisotropía que presentan en su fase nemática, no sólo permite una fácil visualización de la dinámica, sino que es responsable de la existencia de convección térmica cuando se calientan por arriba. Por otro lado, el hecho de que sus propiedades dependa de los campos magnéticos y eléctricos introduce nuevos parámetros sin perturbar el sistema experimental, que son fácilmente controlables y de los que depende la dinámica, generando una rica gama de inestabilidades y estructuras convectivas.

La existencia de convección térmica al calentar por arriba es algo que se conoce desde hace más de treinta años, cuando a principios de los años setenta, dentro de los trabajos del grupo de cristales líquidos de Orsay, fue propuesta analíticamente por Élisabeth Dubois-Violette [Dubois-Violette, 1971 y 1974; Dubois-Violette et al., 1974] y observada de forma experimental conjuntamente con Pieranski y Guyon [Pieranski et al., 1973]. Dichos trabajos se centraron en el umbral convectivo, donde encontraron rollos cruzados como estructuras convectivas. Años más tarde, a principios de los ochenta, Salán & Guyon [1983] estudiaron experimentalmente el problema más allá del umbral, encontrando hexágonos convectivos debidos seguramente a efectos no-Boussinesq ya que la viscosidad en el cristal líquido varía fuertemente con la temperatura. Estos autores estudiaron también la variación del umbral y las estructuras convectivas con la aplicación de campos magnéticos tanto verticales como horizontales. Por último, en el año 1992, Feng, como parte de su tesis doctoral [Feng, 1992], presentó un estudio débilmente no lineal con un análisis numérico de tipo *Galerkin* del umbral convectivo y la estabilidad de los rollos cruzados.

Dado el trabajo previo sobre el tema, y la gran cantidad de trabajos que se han publicado en los últimos diez años sobre dinámica no lineal en el problema de Rayleigh-Bénard, y sobre transiciones entre estructuras convectivas y su evolución espacio-temporal, donde se estudia el papel de los defectos y se hace un análisis del problema a través de ecuaciones de amplitud, se entendió que era importante volver a estudiar el problema convectivo en nemáticos homeótropos calentando desde arriba, centrando la atención en el aspecto no lineal de la dinámica convectiva.

Los resultados aquí obtenidos se pueden clasificar en tres grandes áreas. Por un lado, se hizo un estudio profundo de las estructuras convectivas encontradas, hallando que en este problema también existe, además de la solución en rollos cruzados (*cross-rolls*) de la primera inestabilidad y de la aparición de estructuras en hexágonos (en estados supercríticos si se aplican campos magnéticos pequeños o en el mismo umbral si se aplican campos altos), una solución en cuadrados para estados supercríticos alejados del umbral. Se estudió como dependen dichas soluciones de los parámetros del problema: el gradiente térmico y el campo magnético, aplicados verticalmente. Se analizaron los diferentes mecanismos de transición entre hexágonos y cuadrados, observándose dos formas principales: la nucleación de las nuevas estructuras en torno a defectos puntuales y líneas de defectos; y la creación de las nuevas estructuras en los bordes de la celda, donde la existencia de una dinámica general que se explica más adelante genera nuevas estructuras y el desplazamiento de las estructuras existentes hacia el borde opuesto, donde se destruyen.

Por otro lado, se observó la existencia de una dinámica general para estados ligeramente supercríticos, que no está asociada a la existencia de propagación de frentes de transición hexágonos-cuadrados. Se estudió su dependencia de los parámetros del problema (diferencia de temperatura y campo magnético aplicado), para lo cual fue necesario desarrollar programas de cálculo numérico que determinaran las velocidades de las estructuras. Se analizó también la influencia de dicha dinámica en los diferentes tipos de transiciones entre estructuras descritos anteriormente.

Por último, para poder entender mejor las características de dicha dinámica, se inclinó la celda y se estudió si la dinámica dependía de la inclinación y de qué manera, encontrando además que para ángulos muy pequeños, del orden de 1 grado, los hexágonos se desestabilizaban transformándose en rollos que también se desplazaban.

En todos los casos, los resultados obtenidos fueron analizados y comparados con resultados previos de la literatura. Se estudiaron además las consecuencias de la inclinación desde el punto de vista de la teoría lineal y se las comparó con la transición de hexágonos a rollos provocada por la aplicación de un campo magnético horizontal, ya que en ambos casos se rompe la degeneración de la simetrías en el plano horizontal.

La estructura de este trabajo se divide en 8 capítulos, donde el capítulo 1 es esta introducción. En el capítulo 2 se presenta el desarrollo de la teoría sobre cristales líquidos y las ecuaciones de la nematohidrodinámica. En el capítulo 3 se describe el montaje experimental. En el capítulo 4 se desarrolla el problema de Rayleigh-Bénard, tanto en fluidos isótropos como en cristales líquidos, presentando los resultados de la teoría lineal, y comparándose estos con los resultados experimentales obtenidos. En el capítulo 5 se describen las estructuras halladas, sus propiedades y su dependencia de los parámetros del problema. En el capítulo 6 se presenta la dinámica general, estudiando su influencia sobre las transiciones hexágonos-cuadrados. En el capítulo 7 se muestran las consecuencias de inclinar la celda, la variación de la dinámica con dicha inclinación y la transición hexágonos-rollos. Por último, en el capítulo 8 se presentan las conclusiones y futuras líneas de acción.



## Capítulo 2

# ANÁLISIS TEÓRICO DE LOS CRISTALES LÍQUIDOS

---

### 2.1 Qué es un Cristal Líquido

Durante siglos, el concepto generalizado en la física era que la materia sólo se presentaba en tres estados: Sólido, Líquido, o Gaseoso. Esa fue una de las principales razones por las que, cuando en 1888 el botánico austríaco F. Reinitzer y el cristalógrafo alemán F. Lejman describieron un elemento con propiedades insólitas intermedias entre un líquido y un cristal, el descubrimiento no sólo pasó inadvertido sino que hubo que esperar décadas antes de que el colectivo científico prestara atención a estos materiales, llamados *Cristales Líquidos* (CL) [Pikin & Blinov, 1985].

Estos materiales tienen no uno, sino varios estados intermedios entre líquido y sólido, también llamados *mesofases* (mesomorfo: forma intermedia) [De Gennes &

Prost, 1993]; son compuestos orgánicos, generalmente largas cadenas de carbono que pueden llegar a medir hasta 20 Å (aunque hay una gran gama de diferentes materiales) y que presentan, no sólo ordenamiento espacial, sino también direccional. Los CL se clasifican según su simetría. Georges Friedel en 1922 describió tres grandes grupos: *nemáticos*, *esméticos* y *colestéricos*. Seguidamente se pasará a describir con más detalle las diferentes fases de un CL.

### 2.1.1 Características de las diferentes fases

En un *líquido* los centros de masas de sus componentes no están ordenados de ninguna manera; además, si esos componentes tienen alguna estructura espacial (por ejemplo, moléculas alargadas), estos se encuentran orientados en todas las direcciones posibles indistintamente. A un líquido en esas condiciones se le llama *Isótropo*.

Si se orientan todas las moléculas en una misma dirección, manteniendo sus centros de masa distribuidos desordenadamente, se obtiene una nueva fase llamada *Nemático*. De esa manera, sus propiedades físicas van a depender de la dirección del espacio, situación característica de los materiales anisotrópicos.

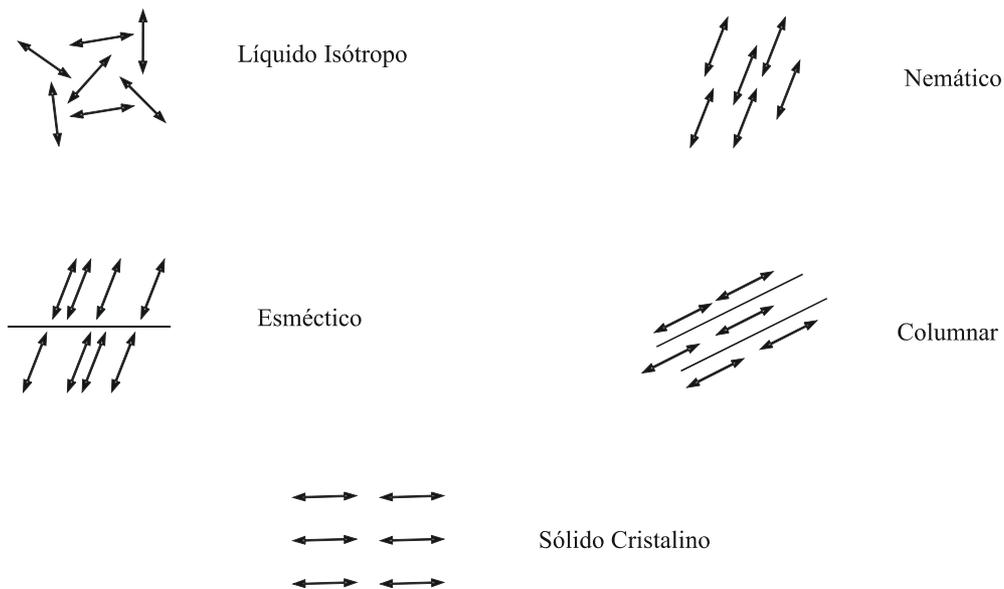


FIGURA 2.1: Representación esquemática de los diferentes estados de un CL.

Al introducir orden espacial en los centros de masas, si estos se ordenan sólo en una de las dimensiones, al estado resultante se le llama *Esmético*. De esta manera resultan capas de fluido nemático cuya distancia entre sí es constante; se podría decir que en una dirección se comporta como sólido, mientras que dentro de cada capa se comporta como líquido.

Existen también materiales que presentan orden espacial en dos direcciones formando tubos de líquido; a esta fase se le llama *Columnar*.

Un *sólido*, por último, es un material donde los centros de masas de sus componentes están fijos espacialmente; específicamente, si estos están ubicados en una estructura regular dan lugar a un *cristal*.

Las fases se pueden obtener por variación de la temperatura del material, en cuyo caso se llaman *termotropos*, o por variación de la concentración en un disolvente, en cuyo caso se llaman *liotropos* [Salán, 1981].

A continuación pasaremos a describir con mayor profundidad las características de este estado, ya que es el que se utiliza en los experimentos realizados en esta tesis.

### 2.1.2 Características de los nemáticos

La dirección de la orientación local promedio de las moléculas se puede representar matemáticamente por un vector unitario (o versor)  $\mathbf{n}$  llamado *director*. Esta representación no sólo sirve para modelar moléculas alargadas sino también para representar moléculas planas, siendo  $\mathbf{n}$  el versor paralelo o perpendicular a las mismas respectivamente; los CL nemáticos (CLN) pueden estar formados por ambos tipos de moléculas.

Todas las principales propiedades físicas de los CLN son anisótropas, es decir, sus valores dependen de la dirección del espacio. Específicamente, debido a la simetría cristalina que ofrecen, los nemáticos se comportan ópticamente como cristales uniáxicos con su eje óptico en la dirección de  $\mathbf{n}$ , propiedad denominada birrefringencia. Otras propiedades anisotrópicas de interés para los experimentos aquí expuestos son la

conductividad térmica y la susceptibilidad magnética, así como la permitividad dieléctrica.

En un nemático, las diferentes moléculas tienden a orientarse de forma paralela entre sí de forma natural, pero no en todo el volumen, sino por regiones separadas entre sí por líneas curvas semejantes a hilos. De ahí proviene la denominación *nemático*, inventada por G. Friedel a partir del término griego νημα, que significa hilo. Para generar una orientación uniforme en todo el material basta con aplicar un pequeño campo magnético uniforme, y las moléculas tenderán a colocarse paralelas al campo (efecto de Freedericksz).

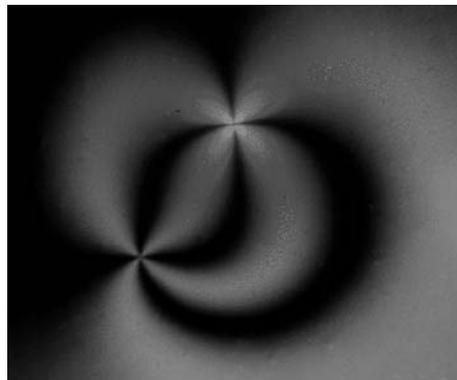


FIGURA 2.2: *Par de defectos puntuales en el cristal líquido nemático, donde se pueden apreciar las líneas de separación entre zonas de diferente orientación.*

También se puede asegurar la orientación deseada con un adecuado tratamiento mecánico o químico de las paredes. Así, si se confina el CLN en una capa orientada perpendicularmente a la pared principal, a esa configuración se le llama *Homeótropo*; si por el contrario se confina paralelo a la pared, se denomina *Planar*.

## 2.2 Propiedades Físicas de los CLN

A continuación se describirán las principales propiedades de los CLN.

### 2.2.1 Simetrías

La fase nemática presenta diferentes tipos de simetría:

- Traslación en cualquier dirección.
- Rotación alrededor de  $\mathbf{n}$ .
- Rotación de  $180^\circ$  alrededor de cualquier eje perpendicular a  $\mathbf{n}$ .

Esta última propiedad asegura que  $\mathbf{n}$  y  $-\mathbf{n}$  serán equivalentes. Es por este motivo que el director se representa con una flecha doble (ver figura 2.1).

### 2.2.2 Efectos elásticos

El estado de equilibrio se define como aquel donde todas las moléculas están alineadas de forma paralela entre sí. Partiendo de las anteriores consideraciones de simetría se pueden describir tres modos principales de deformación del equilibrio (figura 2.3).

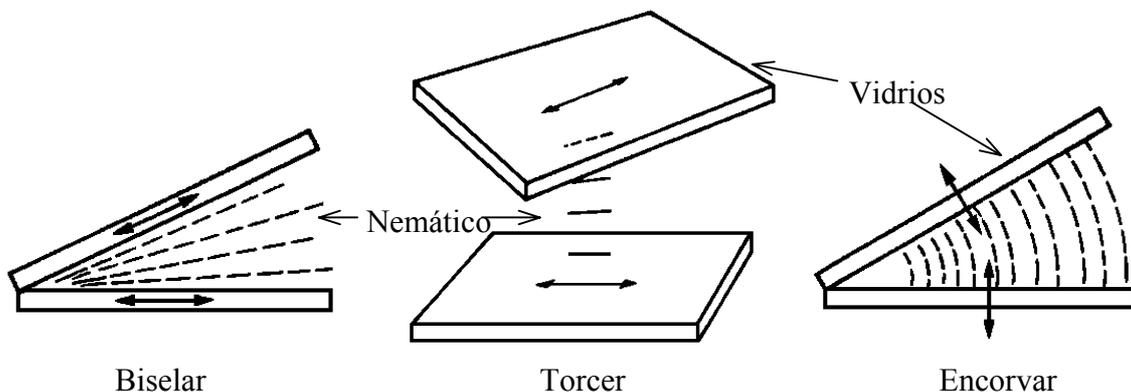


FIGURA 2.3: Representación de los tres modos principales de deformación [De Gennes & Prost, 1993].

Para estudiar matemáticamente estas deformaciones, se define la *energía libre de deformación*  $F_d$ . Esta energía presenta un mínimo en el estado de equilibrio, siendo nula cuando  $\nabla\mathbf{n}=0$ . La contribución a la energía libre de los diferentes modos de

deformación, en función de las derivadas espaciales de  $\mathbf{n}$ , limitándonos a los términos de órdenes más bajos, es:

$$F_d = \frac{1}{2} [K_1(\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_2(\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n})^2 + K_3(\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n})^2], \quad (2.1)$$

donde las  $K_i$  son las constantes elásticas asociadas a cada modo de deformación:

- $K_1$  ( $\nabla \cdot \mathbf{n} \neq 0$ ): biselar (*splay*)
- $K_2$  ( $\mathbf{n} \cdot \nabla \times \mathbf{n} \neq 0$ ): torcer (*twist*)
- $K_3$  ( $\mathbf{n} \times \nabla \times \mathbf{n} \neq 0$ ): encorvar (*bend*)

La expresión de  $F$  aquí presentada fue postulada por primera vez por Jerald Ericksen en 1962, culminando el trabajo iniciado por Carl Oseen en 1933 y desarrollado por muchos otros (para una historia del tema, ver De Gennes & Prost [1993]).

### 2.2.3 Efectos magnéticos

Al aplicar un campo magnético, el director tiende a alinearse con el campo. Debido a la anisotropía del material, esta propiedad dependerá de la dirección del campo relativa a la del director del CLN. Si llamamos  $\chi_{\perp}$  al valor de la susceptibilidad magnética cuando el campo  $\mathbf{H}$  es perpendicular a  $\mathbf{n}$ , y  $\chi_{\parallel}$  cuando es paralelo, la anisotropía magnética se puede representar por:

$$\chi_a = \chi_{\parallel} - \chi_{\perp}, \quad (2.2)$$

y es generalmente positiva, a pesar de que los CL son diamagnéticos y por tanto los componentes de la susceptibilidad negativos.

Este efecto introduce un nuevo componente en la energía libre, llamado *energía libre de magnetización*:

$$F_m = -\frac{1}{2} \chi_{\perp} H^2 - \frac{1}{2} \chi_a (\mathbf{H} \cdot \mathbf{n})^2, \quad (2.3)$$

donde el primer término no depende de la orientación, siendo por ende el caso donde  $\mathbf{H}$  es // a  $\mathbf{n}$  un mínimo de energía como función de  $\mathbf{n}$ .

Si el campo es perpendicular al director, para que las moléculas se reorienten, estas tienen que vencer los efectos elásticos que tienden a mantenerlas en su posición de equilibrio inicial, acción conocida como *efecto Freedericksz*<sup>iv</sup>. De esta manera, el cambio en la orientación ocurre a partir de un valor umbral del campo aplicado  $\mathbf{H}$ , denominado *campo crítico de Freedericksz*  $H_c$ . Para una capa delgada de CLN de espesor  $d$  en orientación homeótropa,  $H_c$  viene dado por:

$$H_c = \frac{\pi}{d} \left( \frac{K_3}{\chi_a} \right)^{1/2}. \quad (2.4)$$

Para orientación planar, se sustituye  $K_3$  por  $K_1$  o  $K_2$  dependiendo de la orientación del campo.

#### 2.2.4 Efectos viscosos

En 1936 Miesowicz comprobó que la resistencia a un flujo de cizalla dependía de la orientación del CL [Jeu, 1980]. Midiendo para diferentes geometrías, se obtienen cinco coeficientes diferentes. A principios de los sesenta J. Ericksen y Frank Leslie lograron completar un modelo matemático para los CL, donde el tensor de tensiones viscosas se representa como:

$$\mathbf{t} = \alpha_1(\mathbf{n} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{n})\mathbf{nn} + \alpha_2\mathbf{nN} + \alpha_3\mathbf{Nn} + \alpha_4\mathbf{A} + \alpha_5\mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{A}) + \alpha_6(\mathbf{n} \cdot \mathbf{A})\mathbf{n}, \quad (2.5)$$

---

<sup>iv</sup> Por el físico ruso Vsevolod K. Freedericksz. En la literatura también se le refiere como V. K. Frederiks [De Gennes & Prost, 1993; Pikin & Blinov, 1985] y por ende a este efecto se le refiere como efecto Frederiks, o Fredericks; inclusive se puede llegar a encontrar la referencia a este efecto con el nombre de Freedericksz [Andrienko et al, 1997], seguramente por estar mal escrito.

donde en los productos de los diferentes términos el punto ‘.’ significa producto escalar, y la ausencia del mismo producto tensorial. El mismo tensor expresado en componentes es<sup>v</sup>:

$$t_{ij} = \alpha_1 n_k A_{kl} n_l n_i n_j + \alpha_2 n_i N_j + \alpha_3 N_i n_j + \alpha_4 A_{ij} + \alpha_5 n_i n_k A_{kj} + \alpha_6 n_k A_{ki} n_j, \quad (2.6)$$

donde se utiliza la convención de Einstein de sumatoria sobre los términos con subíndices repetidos.  $\mathbf{N}$  es la velocidad angular relativa del director respecto al movimiento del fluido:

$$\mathbf{N} = \frac{d\mathbf{n}}{dt} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{n}, \quad (2.7)$$

siendo  $d/dt$  la derivada total respecto al tiempo, la cual cumple  $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$ , y  $\boldsymbol{\omega}$  el vector vorticidad, definido como

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{v}, \quad (2.8)$$

el cual describe la velocidad angular local del fluido, y está relacionado con la parte antisimétrica del tensor de gradientes de velocidades a través de:

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2} (v_{i,j} - v_{j,i}) = -\varepsilon_{ijk} \omega_k, \quad (2.9)$$

donde  $v_{i,j} = \partial v_i / \partial x_j$  y  $\varepsilon_{ijk}$  es el tensor de *Levi Civita*, cuyos términos son 0 si se repiten subíndices, y  $\pm 1$  dependiendo de si el orden de los subíndices es directo o inverso. Por último,  $\mathbf{A}$  es la parte simétrica de dicho tensor, que escrita en componentes queda de la siguiente forma:

$$A_{ij} = \frac{1}{2} (v_{i,j} + v_{j,i}), \quad (2.10)$$

---

<sup>v</sup> Hay que señalar que en la literatura  $\mathbf{t}$  aparece a menudo mal definida, con el subíndice  $i$  intercambiado por el subíndice  $j$  a la derecha de la ecuación (2.6) pero no a la izquierda, provocando el efecto de intercambiar los valores de las constantes  $\alpha_2$  por  $\alpha_3$  y  $\alpha_5$  por  $\alpha_6$  [Barrat, 1989; Plaut & Ribotta, 1998]. Probablemente esto ocurre porque Chandrasekhar [1992] al definir  $\mathbf{t}$  escribe  $t_{ji}$  (intercambia totalmente el nombre del subíndice  $i$  por  $j$  y viceversa) manteniendo la coherencia con la definición de De Gennes & Prost [1993], con lo cual es muy fácil cometer el error descrito si se parte de copiar la definición desde Chandrasekhar.

y cuya traza se anula para fluidos incompresibles ( $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ ).

Pocos años después, O. Parodi demostró que los coeficientes viscosos  $\alpha_i$  cumplen la relación:

$$\alpha_6 - \alpha_5 = \alpha_3 + \alpha_2. \quad (2.11)$$

De este modo quedan cinco coeficientes de viscosidad independientes, los cuales se pueden relacionar con las cinco medidas experimentales de la viscosidad.

### 2.3 Ecuaciones de la Termohidrodinámica

El estudio de las ecuaciones de movimiento para el CLN parte de las ecuaciones tradicionales de los fluidos, con el agravante de que existe un acoplamiento entre la velocidad y la orientación. Este hecho, sumado a que el tensor de tensiones no es simétrico, hace que la ecuación de torque sea necesaria, a diferencia de lo que ocurre en los fluidos isótropos.

Aquí se presentará una versión resumida de las ecuaciones generales desarrolladas por Ericksen, Leslie y Parodi (ELP) en los años sesenta. Un trabajo más exhaustivo se puede encontrar en De Gennes & Prost [1993] y, en menor medida, en Chandrasekhar [1992].

Hubo otro grupo, el de Harvard, que también desarrolló un modelo completo de las ecuaciones de movimiento de los CL, del cual se puede demostrar que es equivalente al ELP [De Gennes & Prost, 1993]. Sin embargo, en la literatura ha prevalecido el ELP, razón por la cual este es el que se expondrá a continuación.

Las ecuaciones se desarrollarán a partir de los principios de conservación aplicables en un CLN.

### 2.3.1 Aproximación Boussinesq

En 1903 Boussinesq desarrolló la aproximación que lleva su nombre al considerar constantes todos los parámetros del material salvo la densidad para el caso de la fuerza gravitatoria, a la cual se le asigna una variación lineal con la temperatura:

$$\rho(T) = \rho_0[1 - \alpha(T - T_0)]. \quad (2.12)$$

Nuestro material es claramente no-Boussinesq, propiedad que se asocia a muchos de los resultados que se irán exponiendo a lo largo de este trabajo. Sin embargo, esta aproximación es útil para simplificar las ecuaciones generales y poder extraer información cualitativa del comportamiento del material.

### 2.3.2 Conservación del momento lineal

La ecuación de movimiento a partir de la conservación de la cantidad de movimiento lineal es, en forma genérica [Batchelor, 2000]:

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{G} + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (2.13)$$

donde  $\rho$  es la densidad,  $\mathbf{G} = \rho \mathbf{g}$  es la fuerza gravitatoria, y  $\boldsymbol{\sigma}$  es el tensor de tensiones:

$$\boldsymbol{\sigma} = p\mathbf{1} + \mathbf{s} + \mathbf{t}, \quad (2.14)$$

donde  $p$  es la presión,  $\mathbf{1}$  el tensor unitario,  $\mathbf{t}$  el tensor de tensiones viscosas desarrollado anteriormente (2.5), y  $\mathbf{s}$  el tensor de tensiones elásticas que se deriva de la energía libre a través de:

$$s_{ij} = - \frac{\partial F_d}{\partial n_{k,i}} n_{k,j}. \quad (2.15)$$

### 2.3.3 Conservación del momento angular

A través de la velocidad angular local del director

$$\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{n} \times \frac{d\mathbf{n}}{dt} \quad (2.16)$$

se puede obtener la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento angular

$$I \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} = \mathbf{n} \times (\mathbf{h}_m + \mathbf{h}_v + \mathbf{h}_e), \quad (2.17)$$

donde el factor a la derecha de la igualdad es el torque de los diferentes campos que actúan sobre el director, y el de la izquierda es el factor inercial del director, siendo  $I$  el momento de inercia del fluido. La derivada temporal de la velocidad angular involucra derivadas segundas del director y para bajas frecuencias en su variación, el factor inercial es de orden inferior al torque y puede ser por ende eliminado, convirtiéndose por lo tanto la anterior ecuación en el balance del torque de los diferentes campos moleculares que actúan sobre  $\mathbf{n}$ . El valor de estos campos para los casos magnético, viscoso y elástico es, respectivamente:

$$\mathbf{h}_m = \chi_a (\mathbf{H} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{H} \quad (2.18)$$

$$\mathbf{h}_v = -\gamma_1 \mathbf{N} - \gamma_2 \mathbf{A} \cdot \mathbf{n} = -\alpha_2 \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} - \alpha_3 \mathbf{n} \cdot \mathbf{D} \quad (2.19)$$

$$(\mathbf{h}_e)_i = - \left( \frac{\delta F_d}{\delta \mathbf{n}} \right)_i = - \frac{\partial F_d}{\partial n_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial F_d}{\partial n_{i,j}}, \quad (2.20)$$

con  $\gamma_1 = \alpha_3 - \alpha_2$ , y  $\gamma_2 = \alpha_6 - \alpha_5$ , donde teniendo en cuenta la relación de Parodi (2.11) queda  $\gamma_2 = \alpha_3 + \alpha_2$ . Además,  $\delta/\delta \mathbf{n}$  significa derivada funcional y  $D_{ij} = v_{i,j}$  es el tensor de gradientes de velocidades.

Al ser  $|\mathbf{n}|=1$ , la ecuación del torque sólo aportará dos ecuaciones independientes, que se pueden obtener proyectando  $\mathbf{h}$  en un sistema de coordenadas apropiado.

### 2.3.4 Conservación de la energía

La ecuación del calor se deriva de la ecuación de transporte de la entropía. Aplicando la aproximación de *Boussinesq* y despreciando los términos viscosos por ser de menor orden, se obtiene:

$$\rho_0 c_v \frac{dT}{dt} = k_{\perp} \nabla^2 T + k_a \nabla \cdot [\mathbf{n}(\mathbf{n} \cdot \nabla) T], \quad (2.21)$$

donde  $c_v$  es el calor específico, y  $k_a = k_{//} - k_{\perp}$  es la anisotropía en la conductividad térmica. Aquí  $\rho_0$  es la densidad de referencia del fluido a una cierta temperatura  $T_0$ .

### 2.3.5 Conservación de la masa

Como ocurre en la mayoría de los líquidos, se puede considerar a los CLN incompresibles, obteniendo entonces a partir de la ecuación de continuidad

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0. \quad (2.22)$$

### 2.3.6 Resumen de las ecuaciones

El desarrollo anterior genera en total 7 ecuaciones independientes, ya que algunas de las ecuaciones anteriores son vectoriales, y por ende representan varias ecuaciones escalares. De estas 7 ecuaciones 3 son por la ecuación de movimiento lineal (2.13), 2 por la ecuación movimiento angular (2.17), 1 por la ecuación del calor (2.21), y 1 por la ecuación de continuidad (2.22). Las incógnitas son los 3 componentes de la velocidad, 2 componentes del director, la presión y la temperatura. En definitiva tenemos un sistema de 7 ecuaciones con 7 incógnitas.

Este sistema se puede reducir a uno de 5 por 5 eliminando la presión y uno de los componentes de la velocidad, con el costo de elevar el grado en las ecuaciones diferenciales de dos a cuatro [Feng, 1992].



## Capítulo 3

### MONTAJE EXPERIMENTAL

---

El montaje experimental está basado en un desarrollo inicial realizado por Jordi Fernández como parte de su tesis doctoral. El esquema general del montaje se puede observar en la figura 3.2. Consta de una celda delgada de Cristal Líquido, confinada lateralmente por una corona de teflón, y tiene como tapas láminas de vidrio. Estas separan el CL de los flujos de agua que se utilizan para generar un gradiente vertical de temperatura. Estos flujos están confinados lateralmente por una estructura rectangular de aluminio, que tiene como tapas externas también sendas láminas de vidrio para permitir observar la dinámica del CL. La celda está colocada en el centro de unas bobinas de Helmholtz que generan un campo magnético vertical. El control de la temperatura se realiza con termopares colocados en los flujos de agua que bañan las tapas exteriores de la celda.

El registro de las imágenes se realiza a través de una cámara de vídeo controlada por ordenador. Dicho sistema fotografía la celda continuamente a intervalos de tiempo regulares. Además, a la fotografía se le sob reimprimen los valores de temperatura y campo magnético medidos por el ordenador a través de una tarjeta de comunicación de datos.

### 3.1 Características del Montaje

#### 3.1.1 Cristal líquido utilizado

Como material de estudio se ha utilizado N-4-Methoxybenzylidene-4-butylaniline (MBBA) sintetizado por la empresa Sigma-Aldrich, cuya estructura química se ve en la figura 3.1<sup>vi</sup>.

La elección del MBBA fue debida principalmente al rango de temperatura de su estado Nemático, que va de 20° a 47° C aproximadamente [De Gennes & Prost, 1993]; esto permite generar fácilmente gradientes de temperatura dentro de ese intervalo utilizando flujos de agua a temperaturas controladas. Otra razón de la elección fue su bajo costo, característica no menos importante si se tienen en cuenta los volúmenes a rellenar que implica una celda como la que se ha montado en este experimento (se utilizan más de 5 gramos de material en promedio en un montaje).

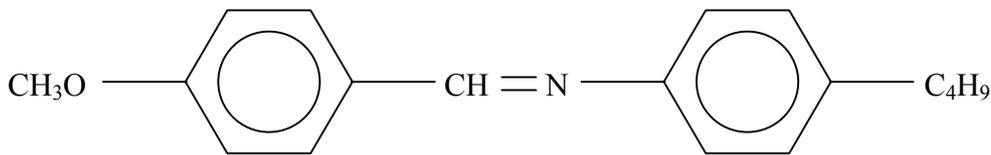


FIGURA 3.1: Diagrama de la estructura química del MBBA.

Los valores típicos de las constantes del MBBA a temperatura ambiente (20°) son [Feng, 1992], para los coeficientes de viscosidad (en  $\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1} \cdot 10^{-3}$ ):

$$\alpha_1 = 6,5 ; \alpha_2 = -77,5 ; \alpha_3 = -1,2 ; \alpha_4 = 84,2 ; \alpha_5 = 46,3 ; \alpha_6 = -32,4 ; \quad (3.1)$$

<sup>vi</sup> La síntesis del MBBA se obtiene de mezclar aldehído anísico, que dará la parte izquierda de la molécula en la figura 3.1, y butilanilina, que dará la derecha. Con el fin de conseguir la reacción, ambos líquidos se disuelven en alcohol, mezclándose las dos soluciones; luego, al calentar, se evapora el solvente. De la reacción se obtiene MBBA y agua, la cual se tiene que eliminar [Pikin & Blinov, 1985]. Una de las razones de lo relativamente costosos que son estos productos es que se necesitan varios procesos continuados de purificación para conseguir una pureza superior al 95%.

y para las constantes elásticas  $K_i$  (en  $N \cdot 10^{-12}$ ):

$$K_1 = 6 ; K_2 = 4 ; K_3 = 7. \quad (3.2)$$

Por último, sus parámetros de anisotropía en la difusividad térmica (en  $m^2 s^{-1} \cdot 10^{-7}$ ) y magnética (en  $cgs \cdot 10^{-7}$ ) son:

$$\kappa_{//} = 1,54 ; \kappa_{\perp} = 0,93 ; \chi_a = 1,23. \quad (3.3)$$

Además, su birrefringencia, para una longitud de onda  $\lambda=582$ , es [Jeu, 1980]:

$$\Delta n = n_{//} - n_{\perp} = 0,2. \quad (3.4)$$

Con esos valores, el número de Prandt (ver **4.1.1**) de este material es:

$$P_r = \frac{\alpha_4}{2\rho_0\kappa_{//}} = 273,7 \quad (3.5)$$

Es importante resaltar que el MBBA es un material fuertemente no-Boussinesq (ver **2.3.1**), es decir, sus parámetros varían con la temperatura [Jeu, 1980]. Por tanto, los datos anteriores sirven principalmente para conocer una relación de orden entre ellos.

Sin embargo, el MBBA tiene sus desventajas. Es altamente tóxico y se degrada con facilidad en condiciones ambientales por la luz, el agua, los campos eléctricos, etc., lo que obliga a extremar los cuidados en su manejo y almacenamiento, y condiciona el montaje experimental para evitar que la humedad ambiente estropee el material (ver **3.1.4**). Además, como todos los materiales orgánicos, posee un tiempo de vida útil que limita la duración de los experimentos.

### 3.1.2 Diseño de la celda

En los diferentes montajes que se han utilizado, el CL estuvo confinado en una celda donde el área de la tapa era de 90 x 30 mm, y los espesores de 0,8 y 1,0 mm.

Este volumen fue elegido por varias razones. Se buscaba una celda donde las condiciones de contorno (CC) influyeran lo menos posible en la dinámica de la misma. Se eligió por ende una celda rectangular frente a las celdas de sección circular utilizadas hasta el momento para este tipo de experimento, dado el condicionamiento que estas últimas generan sobre las estructuras, hecho este observado tanto en el ámbito experimental como en cálculo numérico. Sin embargo, la relación entre los lados no puede ser cualquiera. Un análisis de perturbaciones tipo Landau en las direcciones  $x$  e  $y$  del plano horizontal permite observar que las perturbaciones del lado más corto se propagan como el cuadrado de las correspondientes al lado más largo. Así, para que la celda minimice los efectos de los contornos laterales el largo del lado más corto,  $L_x$ , debe cumplir  $L_x^2 \leq L_y$ .

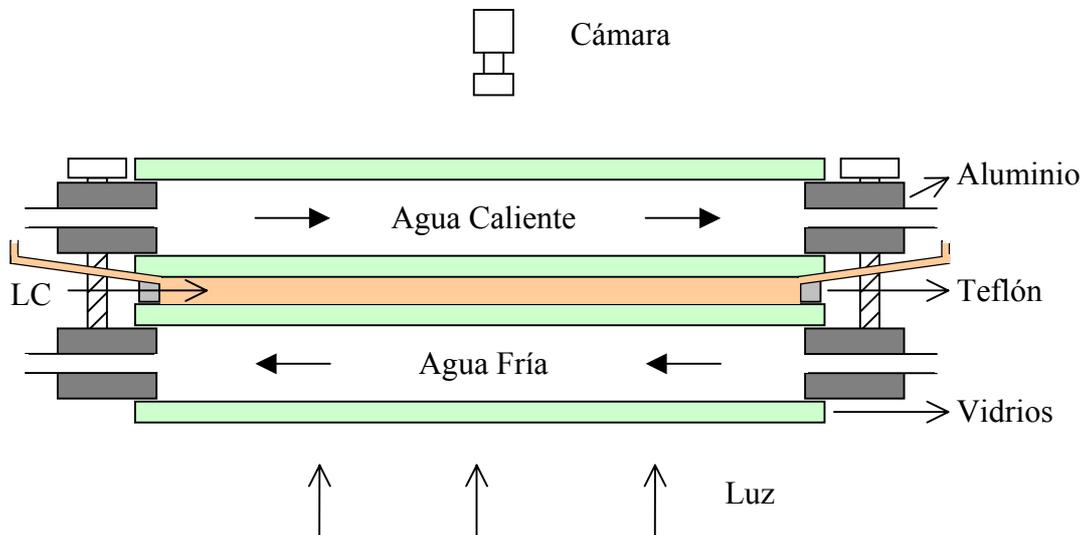


FIGURA 3.2: Esquema general del montaje.

Por otra parte, se pretendía montar una celda cuyo tamaño fuera grande en relación con el tamaño de las estructuras convectivas, ya que de este modo se genera una gran cantidad de estas, minimizándose en términos relativos las influencias de las

condiciones de contorno. Como que el tamaño de cada estructura es proporcional al espesor de la celda, se define la relación de aspecto (*aspect ratio*) como  $\delta=L/d$ , donde L es el lado de la celda, y d su espesor. El tamaño de las estructuras para los espesores utilizados es aproximadamente de 2 mm de largo, con lo cual hay aproximadamente unas 15 x 45 estructuras en la celda, siendo  $\delta$  del orden de 50.

Además, el espesor de la capa de CL fue establecido para lograr un compromiso entre tener  $\delta$  grande y obtener gradientes de temperaturas supercríticos suficientemente grandes dentro del rango de temperaturas de la fase Nemática, que para el MBBA es del orden de los 27° (ver apartado anterior). Así, dado que el umbral convectivo  $\Delta T_c d^3 = \text{cte.}$  (ver 4.2.2) y que, para un espesor de 1 mm,  $\Delta T_c$  es aproximadamente 5° [Salán & Guyon, 1983], se observa que no se puede trabajar con espesores inferiores a los 0,7 mm.

El CL fue confinado lateralmente por una corona de teflón, material que no reacciona químicamente con el CL y que es lo suficientemente flexible como para evitar fugas laterales al cerrar la celda a presión (método que resulta útil para poder montar y desmontar fácilmente la celda). Dado que el teflón se obtiene en el mercado en planchas de 0,8 y 1,0 mm (dentro del rango que nos interesa), estos han sido los espesores utilizados. Además, para espesores mayores sería difícil lograr una orientación uniforme en toda la celda.

Las tapas de la celda (así como las tapas exteriores que confinan el agua) son de vidrio de 2mm de espesor, que es 6 veces mejor conductor del calor que el CL dado que la conductividad térmica del vidrio es  $k_v=0,9$  y la del CL en la dirección del director  $k_{//}=0,15 \text{ kg}/(\text{ms}^\circ\text{K})$ .

Para estudiar la relación de conducción entre las paredes y el material a analizar, se define el número de *Biot*<sup>vii</sup> como la resistencia a la conducción del calor del material sobre la de la pared, quedando por ende:

---

<sup>vii</sup> La definición exacta es la resistencia a la conducción del material sobre el transporte de calor a través de la interface con el medio del contorno, pero esta última en nuestro caso es muy similar a la resistencia a la conducción del calor en el material del contorno. En el caso de Marangoni, no interesa un número demasiado alto, pues eso haría que las temperaturas en la superficie del líquido se homogeneizaran mas rápidamente que las fluctuaciones de la temperatura superficial, con lo que no habría efecto Marangoni. En el caso de Rayleigh-Bénard, lo que sucede es que una conductividad muy baja del contorno haría poco eficaz la disipación del calor a través del mismo, con lo que cambiarían los modos convectivos para

$$Bi = \frac{d_{CL}}{k_{//}} \bigg/ \frac{d_v}{k_v} = (k_v d_{CL}) / (k_{//} d_v) = 3 d_{CL}. \quad (3.6)$$

Dados los valores de conductividad térmica de ambos materiales, así como sus espesores (en milímetros), se observa que Bi es lo suficientemente grande como para considerar CC conductoras.

La utilización de zafiro hubiera sido preferible dada su mejor conductividad térmica (40 veces mayor que la del vidrio), y dado que asegura una mejor homogeneidad del material, así como caras más planas. Pero hasta poner a punto el experimento se han consumido muchas tapas de vidrio, algo que hubiera sido imposible de costear si las tapas hubieran sido de zafiro, sobretodo tomando en cuenta el gran tamaño de la celda<sup>viii</sup>. Así y todo, en este momento se estaría en las condiciones técnicas necesarias para poder generar un próximo montaje utilizando zafiro.

### 3.1.3 Anclaje del CL en las superficies

Para asegurarse de que el sistema está en estado homeótropro (esto es, con el director alineado en la dirección perpendicular al plano de la celda) es necesario que el CL, al reaccionar contra las tapas de la celda se adhiera perpendicularmente a estas; a esta adhesión se le denomina anclaje. Para lograrlo, una vez se han limpiado correctamente las superficies de los vidrios, se les aplica una disolución de lecitina en cloroformo al 0,2%. Estas moléculas grasas tienen una cabeza polar que se adhiere a la superficie del vidrio, y una cola hidrofóbica que se alinea en dirección perpendicular a la superficie, la cual atrae fuertemente a las moléculas de MBBA, obligándolas a alinearse en la misma dirección. Es de fundamental importancia que ésta capa de

---

mejorar dicho transporte. Por eso, en general, interesa que la conductividad del contorno sea alta frente a la conductividad del líquido, relación que da el número de Biot.

<sup>viii</sup> El zafiro se produce en cilindros que se cortan en discos del espesor deseado; luego, si se quiere un rectángulo, este tiene que estar confinado dentro de un disco y recortase la parte sobrante. En nuestro caso, donde trabajamos con piezas de vidrio de 11x4 cm (algo mayores que el espacio donde está confinado el CL), el radio necesario de dicho cilindro tendría que ser de 5,85 cm y su coste por ende sería elevado.

lecitina sea lo más fina y homogénea posible, constituyendo por ende su aplicación una de las partes más críticas del montaje.

Es muy importante una buena limpieza de las superficies de los vidrios, para evitar el anclaje del CL en partículas extrañas, lo que generaría un defecto en la orientación y en las posteriores estructuras. Así pues, se realizó un pulido de las superficies con un abrasivo mecánico sobre la base de microesferas de silicona, para luego limpiarlas con agua destilada y secarlas con aire a presión. Además, el montaje de la celda se realizó en una cámara blanca (sin partículas en suspensión en el aire) para evitar que se introdujera polvo dentro de la celda.

#### **3.1.4 Montaje de la celda**

Para poder observar la dinámica del CL, las tapas exteriores de las regiones por donde circulan los flujos de agua a temperatura controlada son también de vidrio. De esta manera, la luz puede cruzar verticalmente todo el montaje sin mayor obstáculo que el propio Cristal Líquido. Todo el montaje se mantiene unido a presión por unos tornillos de plástico que lo cruzan verticalmente, lo que permite armarlo y desarmarlo sin dificultad.

El llenado de la celda con CL fue una de las partes más complicadas del montaje, sobretodo para evitar la formación de burbujas de aire en su interior, que modifican completamente la dinámica del CL en su entorno. Finalmente se optó por introducir el CL por cánulas de teflón de diámetro inferior al espesor de la celda (una de entrada del CL y otra para la salida del aire), que fueron colocadas realizando una escisión en el teflón sin cortarlo totalmente. El extremo exterior de las cánulas se colocó, verticalmente dejándolo rebosante de CL. De esta manera, la celda está abierta al exterior, con lo cual su presión es constante. Si bien es cierto que el MBBA al estar expuesto a la humedad se degrada fácilmente, al ser la cánula tan delgada la zona del CL que se degrada por estar en contacto con el aire prácticamente no llega a difundirse dentro de la celda.

### 3.1.5 Control del gradiente de temperatura

El gradiente de temperatura vertical (entre ambas tapas de la celda) se genera con dos circuitos cerrados de circulación de agua a temperaturas controladas por baños térmicos externos. Para hacer más eficiente la transferencia de calor, ambos flujos circulan en sentidos contrarios. La potencia de circulación del agua generada por los baños es tal que el gradiente de temperatura vertical permanece, a efectos prácticos, constante a lo largo de la celda: no se registraron variaciones del mismo mayores a 0,01 grados.

Para evitar la proliferación de materia orgánica en el baño de agua caliente, la cual puede llegar a dificultar seriamente la visualización del experimento, fue necesario agregar Sorbato de Potasio al 0,2% en el mismo.

El control de los gradientes de temperatura se realiza con termopares de Chromel–Alumel (tipo k) colocados en el montaje en las regiones por las que circula el agua caliente y la fría. Cada termopar genera una diferencia de potencial proporcional a la temperatura en que se encuentra. Midiendo la diferencia de potencial entre ambos termopares, se obtiene el gradiente de temperatura en las paredes exteriores de la celda con una precisión de 0,02 grados. Como los procesos transitorios en el CL duran muchas horas (incluso días si se está cerca de un punto de transición), esa precisión en la medida es más que suficiente para la clase de información que se desea obtener con este montaje.

Se colocaron termopares en el interior de la celda de CL, pero debido a su delgadez ( $\leq 1$  mm) fue difícil obtener información de estos termopares. Se utilizaron como termopares uniones de Chromel y Alumel, hechas con cables de 0,1 mm, donde la soldadura entre los mismos era del orden de 0,2 mm. El termopar registra un valor medio de la temperatura sobre esa soldadura, con lo cual al colocar dos de ellos, uno sobre otro, en dirección vertical fue imposible obtener ningún dato fiable sobre los gradientes verticales de temperatura. Sí sirvieron para descartar posibles gradientes horizontales de temperatura midiendo la diferencia entre dos termopares colocados en extremos opuestos a lo largo de la celda.

### 3.1.6 Campo magnético

Todo el montaje fue colocado dentro de un sistema de bobinas de Helmholtz que fueron calibradas con un gaussímetro digital. Dado que el diámetro interno de las mismas es de 13 cm, un diámetro similar al de la celda, el campo magnético en esta no era homogéneo, existiendo una diferencia en el mismo de aproximadamente un 10% entre el centro de la celda y sus extremos. Esto obligó a restringir el estudio a campos pequeños, en los cuales esa diferencia no genera cambios cualitativos en el comportamiento del CL.

Las bobinas son refrigeradas por un circuito cerrado de agua, utilizando el mismo baño de agua fría que en el experimento. De esta manera se asegura una temperatura constante de las mismas y, dado que la resistencia de las bobinas depende de la temperatura, se asegura que el campo no fluctúe debido al calentamiento de éstas.

### 3.1.7 Control de la horizontalidad

Todo el sistema, incluidas las bobinas, fue apoyado sobre una placa de aluminio sustentada por tres tornillos, lo que permitía calibrar y modificar la horizontalidad con una precisión del orden de la décima de grado.

Para calibrar la horizontalidad se colocó un recipiente con mercurio sobre la celda, se hizo incidir un rayo láser verticalmente sobre el mercurio, y se marcó sobre una pantalla dónde incidía el rayo reflejado. La superficie del mercurio genera un espejo perfectamente horizontal. Luego se retiró el mercurio y se dejó incidir el rayo láser sobre la celda, el cual era reflejado, en este caso, por las placas de vidrio. Para asegurarse la horizontalidad bastó con girar los tornillos de la base hasta hacer coincidir la incidencia sobre la pantalla del nuevo rayo reflejado con la marca de referencia obtenida por la reflexión en el mercurio. El grado de error de este método es a efectos prácticos, despreciable.

### 3.1.8 Visualización e iluminación

El registro del movimiento se obtiene gracias a la alta birrefringencia del CL. Esto significa que la luz transmitida a través del mismo tiene un comportamiento diferente cuando el haz va en la dirección del director (que coincide con el eje óptico) que cuando va en la dirección perpendicular. Esta característica permite visualizar fácilmente pequeñas perturbaciones en la dirección.

Obtener una buena fuente de luz, lo suficientemente homogénea y paralela, no resulta nada fácil. Si la fuente de luz está situada directamente debajo de la celda, satura la cámara. Si se le coloca una superficie difusora, la iluminación resulta homogénea, pero al salir la luz en todas las direcciones no se logra un buen contraste entre las partes del fluido con diferente movimiento. Generar un frente de onda plano que incidiera sobre la cara inferior de la celda resultó técnicamente muy complejo, con lo cual se optó por iluminar con una fuente de luz inclinada, de tal manera que la fuente no fuera captada directamente por la cámara y se evitara así que saturara. El uso de una fuente de luz inclinada permuta en la imagen las zonas claras con las oscuras, a diferencia de lo que ocurre con una iluminación colineal a la cámara. Es por este motivo que las zonas de movimiento vertical, tanto ascendente como descendente, es decir, los bordes y centros de nuestras estructuras, se observan más oscuros que el resto del fluido.

El montaje implementado consta de un tubo de luz circular algo mayor que el tamaño de la celda colocado debajo del experimento; para evitar reflejos indeseados, se colocó debajo del tubo un papel de lija de grano fino. Con este sencillo montaje, de muy bajo costo, se obtuvo la mejor iluminación, tanto por su homogeneidad como por el contraste logrado.

Cerca del umbral convectivo la perturbación del director no era suficiente como para registrar las estructuras a simple vista, de modo que se necesitó realzar el contraste con polarizadores cruzados; en cambio, para gradientes de temperatura mayores se obtenía mejor resolución sin ellos.

### 3.2 Registro de las Imágenes y los Datos

El registro de la dinámica se hizo fotográficamente con una cámara CCD Sony con una resolución de 640 x 480 píxeles. Las imágenes fueron registradas por un ordenador con una tarjeta gráfica Matrox Meteor. Incorporando una tarjeta IEEE de comunicaciones HP-IB se pudo registrar la diferencia de potencial en los termopares (proporcional al gradiente de temperatura) y la intensidad que circula por las bobinas (proporcional al campo magnético impuesto verticalmente). De esta manera se logró colocar sobre las fotos registradas ambos datos, lo que facilita la lectura de las imágenes al saber en qué condiciones se tomó cada una. Una imagen típica de las obtenidas se muestra en la figura 3.3.

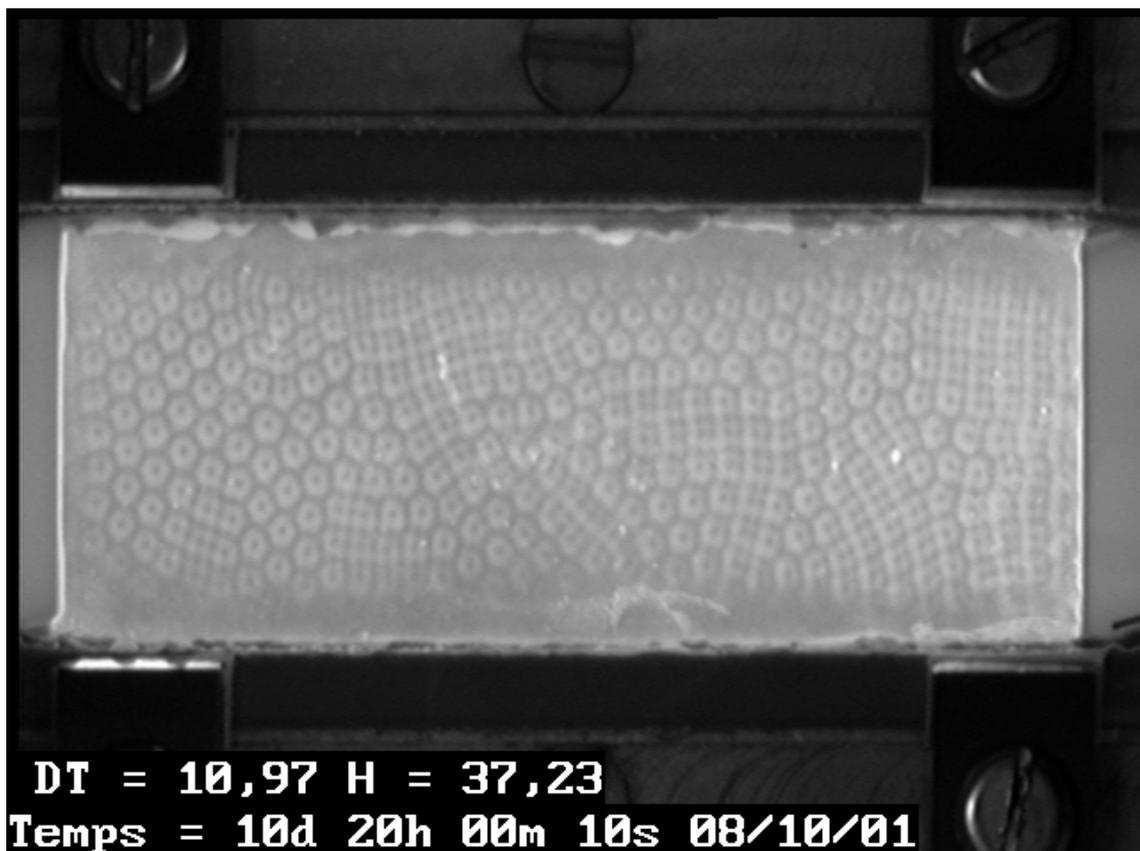


FIGURA 3.3: Imagen típica de la celda capturada por la cámara de video y registrada en el ordenador.

Una visión general del montaje se puede apreciar en la figura 3.4.

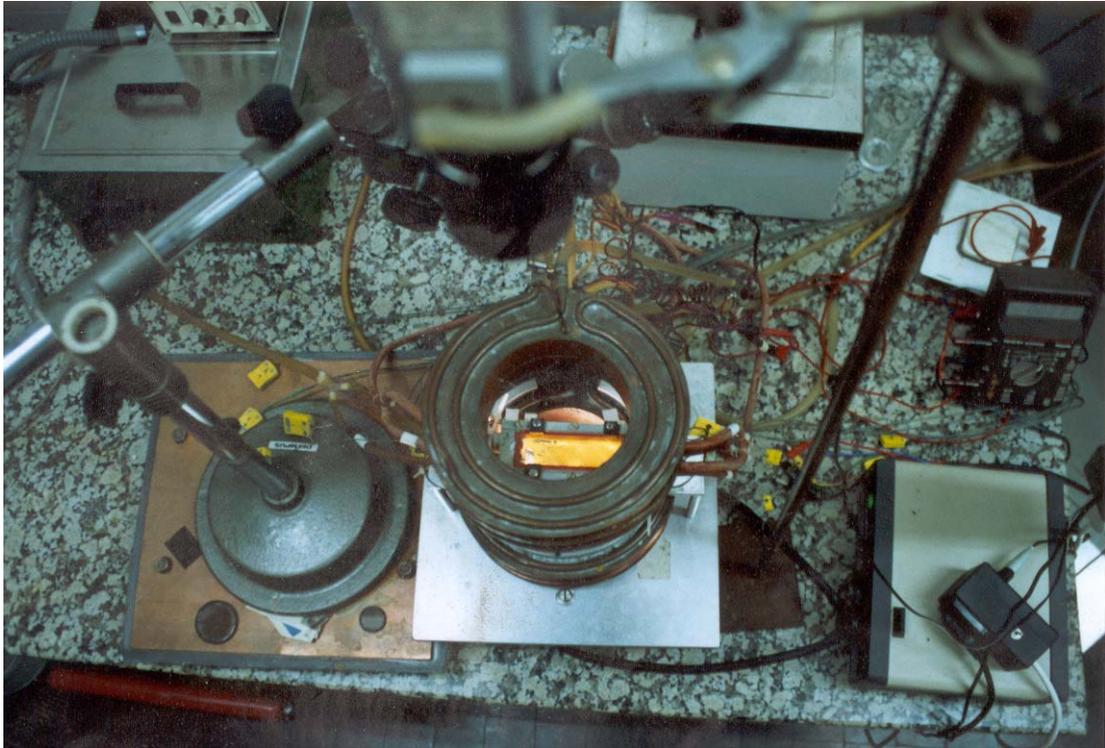


FIGURA 3.4: *Fotografía del montaje experimental, donde se puede observar la celda de cristal líquido en el medio de las bobinas de Helmholtz. En la parte superior de la fotografía (fuera de foco) se puede ver la cámara de video.*

## Capítulo 4

### PROBLEMA DE RAYLEIGH–BÉNARD:

### Teoría Lineal y Umbrales Convectivos

---

Una vez desarrolladas las características generales de los CLN, se pasará a aplicarlas al problema específico de este trabajo, la convección en películas delgadas horizontales, o problema de *Rayleigh–Bénard* (R-B).

Si bien el estudio de la convección como fenómeno físico se viene desarrollando desde el siglo XIX (Prout, 1834; Rumford, 1870; Thomson, 1882; entre otros), no es hasta los trabajos de H. Bénard [1900a; 1900b] y John William Strutt, conocido como Lord Rayleigh [Rayleigh, 1916], que su estudio pasa a ser sistematizado y se desarrollan las bases del modelo vigente hasta el día de hoy [Chandrasekhar, 1961].

Antes del desarrollo de R-B en CLN se expondrán las principales ideas desarrolladas para líquidos isótopos, como punto de partida del estudio en Nemáticos, y como forma de comparar resultados enfatizando las características de la anisotropía.

## 4.1 Rayleigh-Bénard en Isótropos

### 4.1.1 Introducción

En el problema R-B se considera una capa de fluido entre dos superficies horizontales rígidas y buenas conductoras del calor a través de las cuales se aplica un gradiente vertical de temperatura. La situación inicial (de reposo) se puede desestabilizar para diferencias de temperatura suficientemente grandes, dando lugar a un fenómeno convectivo en rollos paralelos con un número de onda  $K_c \sim \pi/d$ , donde  $d$  es el espesor de la capa de fluido. La inestabilidad se produce si el gradiente de temperatura aplicado se genera calentando por abajo, de forma que la estratificación de densidades hace que un elemento de volumen, si fluctúa desde su posición de equilibrio, tenga un empuje de Arquímedes que favorece la fluctuación. A este movimiento se opondrán los efectos viscosos y de difusividad térmica, de modo que el gradiente de temperatura aplicado  $\beta = \Delta T/d$  deberá superar un valor mínimo antes de que la inestabilidad pueda manifestarse.

Las ecuaciones de movimiento serán un caso particular de las desarrolladas en el capítulo anterior:

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (4.1)$$

$$\rho_0 \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \rho_0 \nu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho(T)\mathbf{g} \quad (4.2)$$

$$\frac{dT}{dt} = \kappa \nabla^2 T, \quad (4.3)$$

donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática,  $\kappa (=k/\rho_0 c_v)$  la difusividad térmica y  $\rho_0$  la densidad de referencia del fluido a una cierta temperatura  $T_0$ . La ec. (4.2) se deduce de (2.13) al eliminar en el tensor de esfuerzos las contribuciones elásticas ( $\mathbf{s}=0$ ) y el acoplamiento entre la velocidad y el director, y reducirse por tanto el tensor viscoso a  $\mathbf{t}=\alpha_4 \mathbf{A}$ , y por ende  $\rho_0 \nu = \alpha_4/2$ ; a esta ec. se le llama de *Navier-Stokes*. La ec. (4.3) se deduce automáticamente de (2.21) cuando  $k_a=0$  (no existe anisotropía en la conductividad

térmica). La ecuación del momento angular (2.17) no introduce información en el caso de los fluidos isótopos, al ser en estos el tensor de esfuerzos viscosos simétrico.

Además, se ha admitido que es aplicable la aproximación de Boussinesq, lo que implica que se considera que la densidad es constante, excepto para la fuerza de gravedad, donde varía como consecuencia de los cambios de temperatura (ver 2.3.1):

$$\rho(T) = \rho_0 [1 - \alpha (T - T_0)] \quad (4.4)$$

$$T = T_0 - \beta z + \theta, \quad (4.5)$$

donde  $\theta$  es la fluctuación de  $T$  respecto de la situación de equilibrio y  $\alpha$  es el coeficiente de expansión térmica;  $\beta = (T_{\text{inf}} - T_{\text{sup}})/d$  es el gradiente de temperatura aplicado verticalmente, donde si se calienta por abajo  $T_{\text{inf}} > T_{\text{sup}}$ . La coordenada  $z$  se mide respecto al plano medio, siendo la temperatura de referencia  $T_0 = \frac{1}{2}(T_{\text{inf}} + T_{\text{sup}})$ .

Si se toma como escala para la longitud  $d$ , para el tiempo  $d^2/\kappa$ , y para la temperatura  $\Delta T$ , se obtienen las siguientes ecuaciones adimensionales:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (4.6)$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = -\nabla\phi + P_r \nabla^2 \mathbf{u} + R_a P_r \theta \hat{\mathbf{k}} \quad (4.7)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \mathbf{u}_z + \nabla^2 \theta, \quad (4.8)$$

donde  $\mathbf{u}$  y  $\phi$  son la velocidad y la presión reescaladas, y se eliminan los términos de equilibrio. Aquí  $P_r$  es el número de *Prandtl* y  $R_a$  el número de *Rayleigh*:

$$P_r = \nu/\kappa \quad (4.9)$$

$$R_a = \frac{gd^3\alpha\Delta T}{\nu\kappa} \quad (4.10)$$

Ambos números son adimensionales. El número de Prandtl mide la relación entre la relajación viscosa y la térmica, y el de Rayleigh la distancia al umbral convectivo.

### 4.1.2 Modelo lineal

Para simplificar, se consideran las condiciones de contorno siguientes:

- Se toma la capa de fluido infinita en el plano horizontal
- Se admiten condiciones de contorno de alta conductividad térmica:  $\theta|_{CC} = 0$
- En el contorno las velocidades son nulas:  $\mathbf{u}|_{CC} = 0$
- Se admiten las dos superficies, superior e inferior, libres. Así no existirían esfuerzos de cizalla, lo que implica  $u_{z,zz}|_{CC} = 0$

Finalmente, negando términos no lineales, se llega a las siguientes ecuaciones para la componente  $u_z$  de la velocidad, y para  $\theta$ :

$$\frac{\partial \nabla^2 u_z}{\partial t} = P_r \nabla^4 u_z + R_a P_r \nabla_h^2 \theta \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = u_z + \nabla^2 \theta, \quad (4.12)$$

donde  $\nabla_h^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ .

Las soluciones generales de las anteriores ecuaciones son de la siguiente forma:

$$u_z(x,y,z,t) = W(z) e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} + \lambda t)} \quad (4.13)$$

$$\theta(x,y,z,t) = \Theta(z) e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} + \lambda t)}, \quad (4.14)$$

las cuales cumplen las condiciones de contorno en  $z=\pm 1/2$  (para coordenadas reescaladas), lo que implica que  $W(z)=W_0 \cos(n\pi z)$ . Después de sustituir las soluciones en las ecuaciones se llega a que, para  $n=1$  y  $\lambda=0$ , existe un valor crítico  $R_{ac}$  del número de Rayleigh a partir del cual comienza la convección:

$$R_{ac}(k) = \frac{(\pi^2 + k^2)^3}{k^2}. \quad (4.15)$$

Es fácil de ver que  $R_{ac}(k)$  tiene un mínimo para  $k=\pi/\sqrt{z}$ :  $R_c=27\pi^4/4$ .

### 4.1.3 Estructuras convectivas

En los experimentos se observa que, si se coloca la película convectiva entre dos superficies rígidas, la única estructura convectiva que se genera son rollos, que pueden ser analizados con el modelo lineal.

Si, por el contrario, la superficie superior permanece libre, existiendo por ende una interface con otro fluido como puede ser un gas, problema conocido como *Bénard-Marangoni*, la tensión superficial de dicha interface pasa a jugar un papel en la convección, registrándose otros tipos de estructuras, como por ejemplo, hexágonos y cuadrados. Dichas estructuras son similares a las estructuras obtenidas en Rayleigh-Bénard en CL calentando por arriba en estados supercríticos, las cuales serán analizadas en el próximo capítulo.

## 4.2 Rayleigh-Bénard en Nemáticos

Desde los primeros trabajos sobre convección térmica en CLN del grupo de Cristales Líquidos de Orsay (ver [ ] y los trabajos ahí referidos), este tema ha suscitado la atención hasta el presente. Si bien la presentación del problema R-B es la misma que para fluidos isótropos, las características propias de los CL generan una dinámica mucho más rica, tanto por sus resultados experimentales como por su fundamentación física. Entre estas características cabe destacar el papel que cumple el acoplamiento entre la velocidad y el director, las anisotropías introducidas por este, así como la variación de la dinámica con la aplicación de campos eléctricos y / o magnéticos [Salán & Bove, 2001].

### 4.2.1 Mecanismos convectivos

Dado el importante papel que juega el acoplamiento entre la velocidad y el director en la dinámica de los CLN, el problema convectivo en una película delgada horizontal es sustancialmente diferente dependiendo de si la orientación del director es paralela o perpendicular a las caras, orientaciones denominadas *Planar* y *Homeótropa* respectivamente.

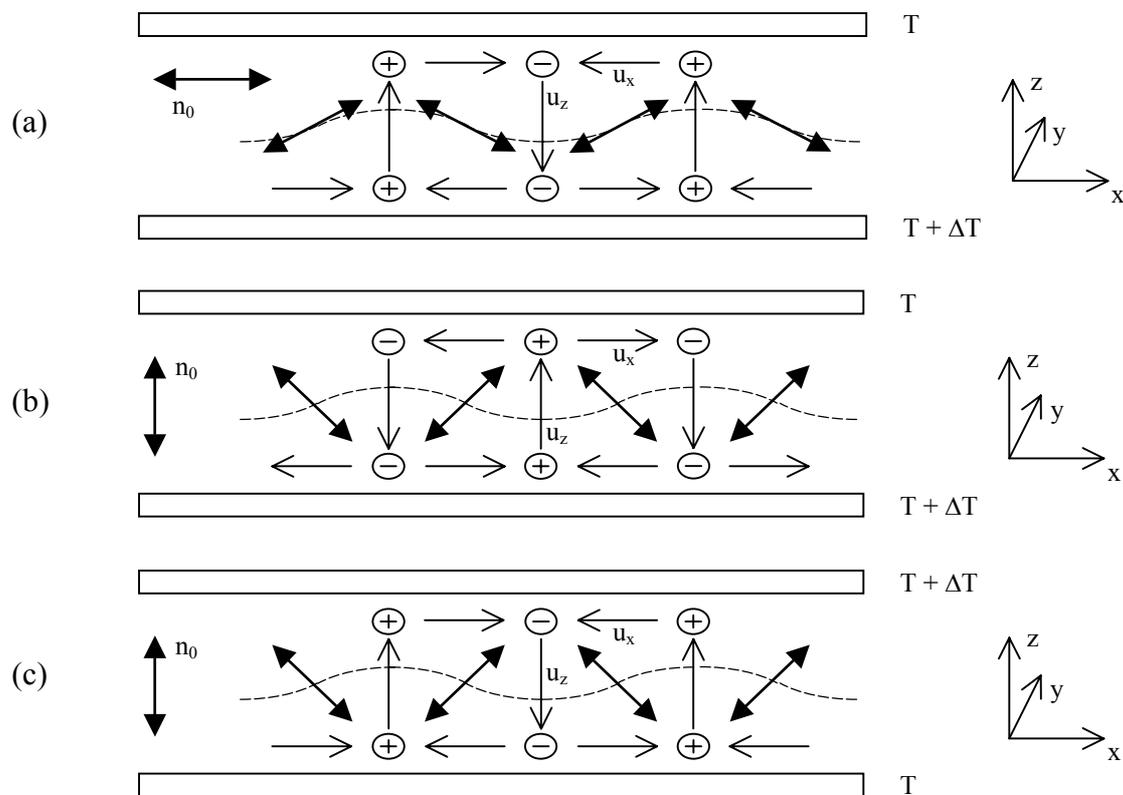


FIGURA 4.1: Configuraciones de películas planas convectivas en CL: (a) planar directo; (b) homeótropa directo; (c) homeótropa inverso.

Para el caso planar, cuando el CL es calentado por debajo, dada la anisotropía en la conductividad térmica, una perturbación de la dirección del director generará un efecto de focalización del calor en algunas zonas, y de desfocalización en otras. Estas regiones tenderán a moverse por la fuerza de Arquímedes, reforzando la perturbación inicial (ver figura 4.1a). Además, aparecen torques sobre el director debidos a gradientes de cizalla del tipo  $v_{x,z}$  y  $v_{z,x}$ , como se demostrará más adelante, que también

desestabilizarán el sistema. Ambos efectos generan un umbral convectivo inferior en algunos órdenes al caso isótropo [Guyon & Pieranski, 1972; Dubois-Violette, 1974; Barrat & Sloan, 1976].

En el caso homeótopo, cuando el material es calentado por debajo, caso denominado *convección directa* por comparación con el caso isótropo, están presentes mecanismos similares a los explicados anteriormente pero jugando un papel contrario, de estabilización del sistema (figura 4.1b). Sin embargo, aparece una inestabilidad oscilatoria para valores del número de Rayleigh similares a los del caso isótropo, que está asociada a la gran diferencia existente entre los tiempos de relajación de la orientación y los de la temperatura, y que fue predicha por Lekkerkerker [1977] y observada por Guyon et al. [1979].

Por último, cuando se calienta una película de CLN homeótopa por la cara superior aparece otro fenómeno convectivo singular. Los mismos mecanismos que los descritos para el caso planar permiten inestabilidades convectivas para umbrales comparables a los de ese caso; esta situación es denominada *convección inversa* por contraposición a cuando se calienta por debajo. En la figura 4.1c se ilustran este fenómeno.

En este caso, a diferencia de lo que ocurriría en los casos anteriores, la aplicación de un campo magnético vertical juega un papel estabilizante, generando la necesidad de aplicar gradientes de temperatura mayores para obtener convección. Además de rollos convectivos como los que se obtienen en el caso planar, aparecen en este caso otros tipos de estructuras tales como hexágonos o cuadrados, los cuales se asocian con efectos no-Boussinesq. En este trabajo, se centrará la atención en esta configuración.

#### 4.2.2 Modelo lineal para homeótopos

Dado que en el umbral de convección se observan rollos, se utilizará un modelo que permita deducir cuándo aparecen estos. Para ello se eliminará la coordenada 'y' en las variables. Al aplicarles una perturbación infinitesimal, las variables del problema se expresan como:

$$\mathbf{v} = (u_x, 0, u_z) \quad (4.16)$$

$$\mathbf{n} = (\varphi, 0, 1) \quad (4.17)$$

$$T = T_0 - \beta z + \theta \quad (4.18)$$

$$p = p_0 - \rho_0 g z - \alpha \beta g z^2 / 2 + \phi. \quad (4.19)$$

Se ha utilizado la misma notación que en el caso isótropo, pero es necesario recordar que en este caso no se han reescalado las variables. La variación en  $n_z$  es de segundo orden y por ende es eliminada, permaneciendo  $n_z$  invariable.

Al introducir estas perturbaciones en las ecuaciones de movimiento (2.13), (2.17), (2.21) y (2.22), se obtiene, después de eliminar los términos de segundo orden:

$$\rho_0 \frac{\partial u_x}{\partial t} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z \partial t} + A \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + B \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \quad (4.20)$$

$$\rho_0 \frac{\partial u_z}{\partial t} = -\frac{\partial \phi}{\partial z} + \alpha_3 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} + C \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} - \rho_0 g \alpha \theta \quad (4.21)$$

$$\gamma_1 \frac{\partial \varphi}{\partial t} = K_1 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + K_3 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \mp \chi_a H^2 \varphi - \alpha_2 \frac{\partial u_x}{\partial z} - \alpha_3 \frac{\partial u_z}{\partial x} \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \kappa_{\perp} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \kappa_{\parallel} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \beta u_z - \kappa_a \beta \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad (4.23)$$

donde  $\gamma_1 = \alpha_3 - \alpha_2$ , y el signo  $\mp$  en la ec. (4.22) se refiere a campos magnéticos aplicados paralelos (-) o perpendiculares (+) al director. Además:

$$A = \frac{1}{2} (-\alpha_2 + \alpha_4 - \alpha_5) \quad (4.24)$$

$$B = \frac{1}{2} (-\alpha_2 + \alpha_4 + \alpha_5) \quad (4.25)$$

$$C = \frac{1}{2} (+\alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_6) \quad (4.26)$$

$$D = \frac{1}{2} (2\alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_4 + 2\alpha_5 + \alpha_6). \quad (4.27)$$

Para entender qué papel juegan las diferentes propiedades físicas del CL en la perturbación del director, es necesario calcular la contribución de cada término en la ec. (4.22). Si se considera una perturbación del director positiva en la dirección de la coordenada  $x$  ( $\varphi > 0$ ) y dicha perturbación se modela sinusoidalmente respecto a la escala

espacial [ver ec. (4.29)], sus derivadas segundas serán negativas, con lo cual los términos elásticos contribuirán negativamente, haciendo decrecer la perturbación. Respecto a los términos debidos al acoplamiento del director con la velocidad, se puede observar que para una perturbación positiva, calentando por arriba, se obtiene  $u_{x,z} > 0$  y  $u_{z,x} < 0$  (figura 4.1b). Dado que  $\alpha_2 < 0$  y  $\alpha_3 < 0$ , los correspondientes términos de la ec. (4.22) tienen contribuciones diferentes:  $-\alpha_2 u_{x,z} > 0$ ,  $-\alpha_3 u_{z,x} < 0$ . No obstante, como  $|\alpha_2| \gg |\alpha_3|$ , el torque resultante del acoplamiento es desestabilizante. En cambio, si se calienta por debajo, los signos en las derivadas de la velocidad serían los contrarios, oponiéndose estos términos a la perturbación. Por último, si se aplica un campo magnético, este será estabilizante si  $\mathbf{H} // \mathbf{n}$  (reforzando el efecto de los pares elásticos) y lo contrario si  $\mathbf{H} \perp \mathbf{n}$ <sup>ix</sup>.

A las perturbaciones se les aplica separación de variables, expandiendo en modos cada término:

$$\mathbf{u} = v_0 [i q_z \cos(q_x x), 0, q_x \sin(q_x x)] \exp(i q_z z + s t) \quad (4.28)$$

$$\varphi = \varphi_0 \cos(q_x x) \exp(i q_z z + s t) \quad (4.29)$$

$$\theta = \theta_0 \sin(q_x x) \exp(i q_z z + s t) \quad (4.30)$$

$$\phi = \phi_0 \sin(q_x x) \exp(i q_z z + s t). \quad (4.31)$$

Eliminando la variación temporal para poder estudiar el caso estacionario, eliminando la presión con derivadas cruzadas en las ecuaciones de la velocidad, y tomando  $r = q_x / q_z$ , con  $q_z = \pi / d$ , se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{\rho_0 \alpha g \Delta T d^3}{\kappa_{//} \alpha_4 / 2} = \frac{\pi^4 L M N}{r^2 (N + \kappa_a \alpha_2 Q / K_3)}, \quad (4.32)$$

siendo

$$L = 2(Cr^4 + (A + D)r^2 + B) / \alpha_4 \quad (4.33)$$

$$M = r^2 \kappa_{\perp} / \kappa_{//} + 1 \quad (4.34)$$

$$N = r^2 K_1 / K_3 \pm (H / H_c)^2 + 1 \quad (4.35)$$

<sup>ix</sup> Es necesario resaltar que se encuentran con frecuencia en la literatura errores en los signos de esta ecuación, y es por este motivo, así como por la importancia física que esta tiene, que aquí se ha descrito con detalle.

$$Q = 1 - r^2 \alpha_3 / \alpha_2, \quad (4.36)$$

donde ahora el signo + corresponde a  $\mathbf{H} // \mathbf{n}$  y el signo - a  $\mathbf{H} \perp \mathbf{n}$ , y  $H_c$  es el campo crítico de Freedericksz definido en (2.4). La ec. (4.32) se ha escrito de forma que el término de la izquierda sea equivalente al número de Rayleigh, y  $L$   $M$   $N$  y  $Q$  sean adimensionales.

A partir de esta ecuación se puede obtener con un sencillo cálculo numérico cómo depende la diferencia crítica de temperatura necesaria para la convección de los parámetros del sistema, el campo magnético, y la longitud de onda de las perturbaciones. Un resultado cualitativo aproximado sería que  $q_x$  aumenta ligeramente para  $H$  pequeño para permanecer prácticamente constante para  $H$  mayores, mientras que  $\Delta T_c$  varía linealmente con  $H^2$  [Gabay, 1981]. Un estudio más reciente de la dinámica en el umbral convectivo fue desarrollado por Feng [1992], que analiza un sistema de ecuaciones linealizadas similar a (4.20) – (4.23) resolviéndolo por cálculo numérico con un análisis espectral del tipo *Galerkin*, probando soluciones en variables separadas algo más complejas que las aquí presentadas, obteniendo resultados muy similares a los comentados.

Si se considera  $r \sim 1$  y se desprecian los términos de órdenes inferiores para los valores de las constantes típicas en los cristales líquidos aquí considerados, la ec. (4.32) se puede escribir simplificada como:

$$\Delta T_c(H) = \Delta T_c(0) \left[ 1 \pm \left( \frac{H}{H_0} \right)^2 \right], \quad (4.37)$$

donde el signo + corresponde a campos paralelos al director, es decir, en la dirección  $\mathbf{z}$ , y el signo - a campos perpendiculares.  $H_0$  cumple:

$$H_0^2 = \left[ 1 + \frac{K_1}{K_3} \frac{q_x^2 d^2}{\pi^2} \right] H_c^2 \quad (4.38)$$

siendo  $H_c$  el campo crítico de Freedericksz. Considerando que  $q_x \sim 0,7q_z$  para campos  $H$  pequeños, de acuerdo con los resultados numéricos obtenidos por Feng [1992], y para los valores de  $K$  dados en (3.2), se obtiene un valor aproximado para  $H_0$  de  $H_0 \sim 1,26H_c$ .

Para entender mejor el significado de la ec. (4.32), es posible plantear un modelo aún más simplificado, donde sólo se consideran variaciones de las funciones físicas del problema respecto a la coordenada 'x', introducido por Dubois-Violette et al. [1974]. Este modelo, para el caso de campo magnético nulo, lleva a la ecuación:

$$R_{CL} = \frac{R_I}{1 \pm \kappa_a \alpha_2 / K_3}, \quad (4.39)$$

donde  $R_{CL}$  es el número de Rayleigh crítico para los CL, y  $R_I$  para los isótopos, el cual, como se ha visto en la ec. (4.15), se puede tomar como  $R_I \sim \pi^4$ . El signo + corresponde a la configuración homeótropa y el signo - a la planar. La ec. (4.39) es equivalente a la ec. (4.32) si se considera que  $r \sim 1$  y si se desprecian los términos de órdenes inferiores para los valores de las constantes típicas en los cristales líquidos aquí considerados. Además,  $\kappa_a \alpha_2 / K_3 \sim -10^3$ , lo que significa que el umbral convectivo en los CL es  $10^{-3}$  veces inferior que en los isótopos.

Si se definen los siguientes tiempos característicos:

$$t_{conv} = \frac{dq_z^2 \alpha_4 / 2}{|\Delta T| \alpha \rho g} \quad : \text{convectivo} \quad (4.40)$$

$$t_{anis} = \eta_B / (-\alpha_2 \kappa_a q_z^2) \quad : \text{anisotropía} \quad (4.41)$$

$$t_T = (k_{//} q_z)^{-1} \quad : \text{difusión térmica} \quad (4.42)$$

$$t_{or} = \eta_B / (K_3 q_z^2) \quad : \text{relajación de la orientación} \quad (4.43)$$

donde  $\eta_B$  es una viscosidad típica, la ec. (4.37) se puede reescribir cualitativamente como:

$$\frac{t_T}{t_{\text{conv}}} \left( 1 + \frac{t_{\text{or}}}{t_{\text{anis}}} \right) \geq 1. \quad (4.44)$$

Queda claro a partir de esta desigualdad que el sistema puede desarrollar estructuras convectivas si los tiempos característicos asociados a efectos desestabilizantes [convectivo (4.40) y de focalización térmica (4.41)] son menores que los asociados a efectos estabilizantes [difusión térmica (4.42) y relajación de la orientación (4.43)].

### 4.3 Resultados Experimentales del Estado Crítico en CL

La teoría lineal permite predecir los umbrales convectivos obteniendo un muy buen ajuste con los resultados experimentales existentes hasta el momento para cualquiera de los tres tipos de mecanismos convectivos explicados anteriormente. Los últimos resultados experimentales para los casos planar y homeótrofo se pueden consultar en los siguientes trabajos: Plaut et al. [1998] y Berge et al. [1993] para el caso planar, Thomas et al. [1998] y Salán et al. [1997] para el caso homeótrofo directo, y Bove et al. [2001] y Salán & Guyon [1983] para el caso homeótrofo inverso. También existen trabajos de revisión sobre el tema: Salán & Bove [2001], Alhers [1996] y Kramer & Pesh [1995].

Por lo tanto, este trabajo no se centra en el estudio de los valores críticos para la convección, sino en el comportamiento no lineal de la convección, alejada del umbral. Sin embargo, se midió la posición del umbral, pero no para corroborar la teoría existente, sino para comprobar que el montaje experimental era correcto, comparando los resultados obtenidos con los ya existentes en la literatura, tanto en el ámbito experimental como en las proyecciones teóricas. Además, esta medición sirvió para calibrar la caída de temperatura provocada por las placas de vidrio utilizadas para confinar el CL, y obtener así un valor experimental para  $H_0$ .

En la tabla 4.1 se presentan los valores de la diferencia de temperatura crítica  $\Delta T_c$  medidos en el experimento, y dichos valores corregidos respecto a la caída de

temperatura en los vidrios, para diferentes valores del campo magnético y del cuadrado del mismo escalado respecto a  $H_c$ . En la figura 4.2 se presenta la gráfica de los valores corregidos en función del cuadrado del campo reescalado. Se puede observar claramente el comportamiento lineal de dicha relación para valores pequeños del campo.

TABLA 4.1: *Diferencia de temperatura crítica  $\Delta T_c$  en función del campo magnético  $H$  y del cuadrado del mismo escalado respecto a  $H_c$ .*

$\Delta T_c (\pm 0.1^\circ)$ (medidas)	$\Delta T_c$ (corregidas)	$H (\pm 0.5 \text{ G})$	$(H/H_c)^2$
8.15	5.4	0.0	0.00
12.1	8.1	60.1	0.64
15.95	10.6	85.0	1.28
19.8	13.2	104.0	1.92
23.2	15.5	122.0	2.65

El campo magnético fue medido en Gauss<sup>x</sup>. El valor de  $H_c$  calculado a partir de los datos (3.2) y (3.3) es de  $H_c=75 \text{ G}$ , valor que se utilizará de aquí en adelante para los cálculos. Para considerar el gradiente de temperatura real al que está sometido el CL, hay que tener en cuenta la diferencia de temperatura entre la pared externa e interna de los vidrios, ya que la temperatura fue medida con la ayuda de termopares colocados en los flujos de agua (de calentamiento y refrigeración) y aplicados sobre las tapas externas de vidrio de la celda. Considerando que la conductividad térmica del vidrio es 6 veces superior a la del CL, debemos hacer una corrección de 1,5 sobre las diferencias de temperatura medidas. Para estudiar la aparición de la convección, la diferencia de temperatura aplicada se fue variando en 0,1 grados cada 24 horas, intervalo que se considera por ende como el margen de error cometido. No obstante hay que tener en cuenta que en el valor mismo del umbral convectivo habría que esperar un tiempo infinito para observar la aparición de estructuras de modo que dicho intervalo está subestimado.

<sup>x</sup> En cgs, la unidad de campo magnético  $H$  es el Oersted mientras que Gauss es la unidad de la inducción magnética  $B$ , pero como  $\mu_0=1$ , entonces  $B=H$ , y por ende ambas unidades son equivalentes.

Si bien en la figura 4.2 se puede observar como se verifica la ley lineal (4.37), también se observa que el punto correspondiente a  $\Delta T=15,5^\circ$  y  $(H/H_c)^2=2,65$  no se ajusta bien con dicha ley, debido muy probablemente a que para campos moderadamente altos habría que considerar las correcciones a  $H_0$  debidas a la variación del número de onda  $q_x$  [ver ec. (4.38)].

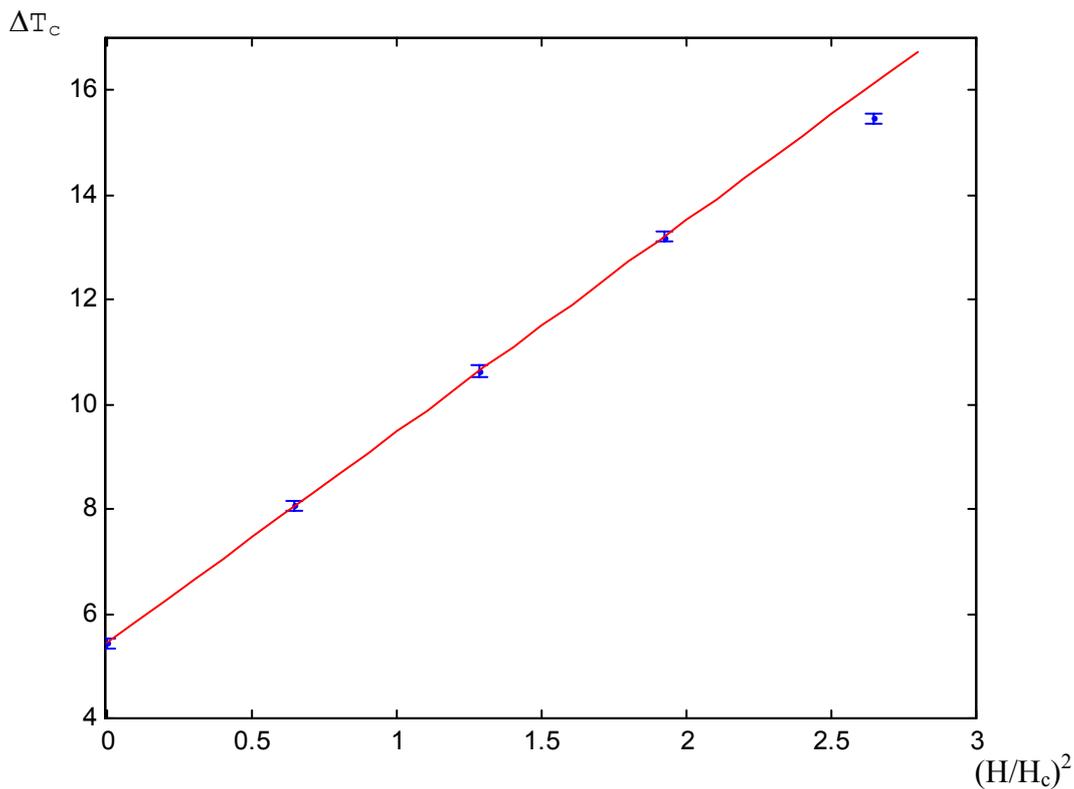


FIGURA 4.2: *Diferencia de temperatura crítica  $\Delta T_c$  en función del campo magnético  $H$  escalado respecto a  $H_c$ .*

De ajustar los puntos con una recta, a partir de la pendiente y de la constante de esta, utilizando la ec. (4.37), se obtiene  $H_0=87,17$  G y  $\Delta T_c(H=0)=8,18^\circ$ , con un coeficiente de correlación de 0,99998. El valor del umbral convectivo, corregido utilizando el factor de corrección de 1,5 calculado teóricamente, es de  $\Delta T_c(H=0)=5,45^\circ$ .

Salán & Guyon [1983] habían obtenido un valor de  $H_0=85$  G, que concuerda claramente con el aquí obtenido. Respecto al valor de  $\Delta T_c(H=0)$ , existe una diferencia entre su resultado y el aquí obtenido, debida a que ellos habían utilizado como paredes

zafiro, el cual es unas 40 veces mejor conductor de la temperatura que el vidrio utilizado en nuestro caso. El valor obtenido por ellos es de  $\Delta T_c(H=0)=5,3^\circ$ , con lo cual se puede calcular la caída de temperatura producida por los vidrios, dando un factor de 1,54. Dicho valor está dentro del orden esperado para una relación de 6 a 1 entre la conductividad del CL y del vidrio.

Dado que sólo estamos interesados en el aumento de la temperatura respecto al umbral convectivo, se define el valor adimensional  $\varepsilon$  como la distancia relativa al umbral convectivo:

$$\varepsilon = \frac{\Delta T(H) - \Delta T_c(H)}{\Delta T_c(H)}. \quad (4.45)$$

Dicho valor permite además eliminar el factor introducido por la caída de temperatura en los vidrios. Por último, como la variación con el campo magnético depende del cuadrado del mismo, se define el valor de campo magnético adimensional  $h$ :

$$h = (H/H_C)^2, \quad (4.46)$$

donde  $H_C$  es el campo crítico de Freedericksz.



## Capítulo 5

# ESTRUCTURAS CONVECTIVAS

---

Una vez desarrollados los conocimientos generales del problema hasta el día de hoy, se pasará a presentar los resultados obtenidos en los experimentos de convección térmica para una celda de cristal líquido nemático con alineación homeótropa calentado por arriba, comparándolos con los trabajos existentes en la literatura, sobre el mismo montaje o sobre sistemas similares.

En este capítulo se presentan las diferentes estructuras convectivas encontradas, centrandó la atención en las estructuras cuadradas, las cuales han sido registradas por primera vez para convección térmica en CL en este trabajo. Se analiza también la dependencia de dichas estructuras con los parámetros del problema, observando cómo estas crecen sobre las estructuras hexagonales. Además, se analizan matemáticamente ambos tipos de estructuras, comparando los resultados con los observados en la literatura, prestando especial atención a los estudios no-lineales de las mismas.

## 5.1 Mapeo de Estructuras

### 5.1.1 Umbral convectivo

#### 5.1.1.1 Campos magnéticos débiles: Rollos Cruzados

Si no se aplica campo magnético vertical, o se aplica uno de intensidad baja, para temperaturas levemente superiores a las críticas, la convección se inicia formando estructuras cuadradas, como se ve en la figura 5.1. Para poder visualizar dichas estructuras es necesario utilizar polarizadores cruzados, que permiten, utilizando la propiedad de birrefringencia de los CL, observar pequeñas desviaciones de la luz debidas a la distorsión en la orientación molecular. Como se vio en el capítulo anterior, la existencia de fluctuaciones en la orientación está ligada a la aparición de gradientes en el campo de velocidades, de forma que, iniciada la inestabilidad convectiva, el acoplamiento entre el campo de velocidades y la distorsión de la orientación hace que, desde el punto de vista de la visualización óptica, se refuerce el contraste entre flujos hidrodinámicos de distinto signo a medida que estos aumentan.

Como se señaló en 4.3, el umbral convectivo ha sido estudiado tanto a nivel experimental [Pieranski et al., 1973; Salán & Guyon, 1983] como a nivel teórico [Dubois-Violette, 1974; Barrat & Sloan, 1976; Barrat, 1989; Feng, 1992], concordando correctamente los umbrales convectivos observados por unos con los predichos por otros. La forma de las estructuras predicha por la teoría lineal para condiciones levemente superiores al umbral es la de rollos convectivos. Feng [1992] realizó un estudio de estabilidad débilmente no-lineal donde incluye los términos de segundo orden en las ecuaciones de movimiento de los CL, analizando estas ecuaciones con un desarrollo tipo Galerkin, y obtuvo que la solución en rollos es inestable frente a la solución en rollos cruzados (*cross rolls*) en el umbral convectivo y cerca de este. Dichos modelos analíticos utilizan la aproximación Boussinesq (ver 2.3.1), la aplicación de la cual se puede considerar como correcta, a pesar de que los CL, y específicamente el MBBA, son fuertemente no-Boussinesq, dados los pequeños gradientes térmicos aplicados. La estabilidad de soluciones del tipo rollos cruzados frente a rollos normales

también ha sido observada en otros sistemas como el de convección en un fluido de viscosidad variable [White, 1988] o el de cilindros concéntricos [Auer et al., 1995], entre otros.

Pieranski et al. [1973] al estudiar el umbral convectivo obtuvieron también estructuras cuadradas, como se muestra en la figura 5.2a. Los autores discuten la dinámica asociada a estas estructuras a partir de un estudio óptico donde miden la intensidad de la luz difractada por las estructuras cuando estas se están creando, observando que la dinámica del fluido en cada estructura cuadrada no queda confinada a la misma sino que dos de los vértices opuestos son fuentes de fluido mientras que los otros dos vértices son sumideros. Dichos resultados son representados esquemáticamente en la figura 5.2b. Su conclusión es que, debido a esta dinámica, se puede asociar el tipo de estructura en cuadrados que encuentran con estructuras en rollos cruzados.

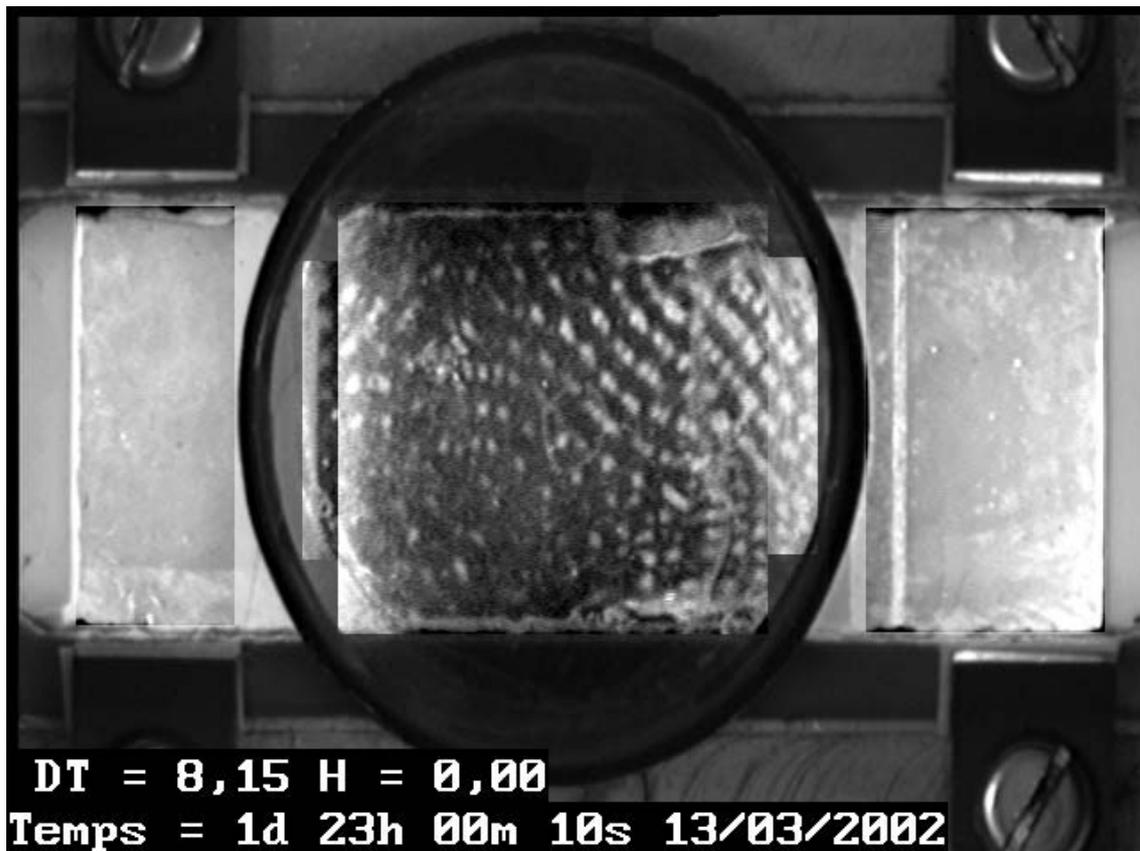


FIGURA 5.1: *Estructuras convectivas cerca del umbral, para  $H = 0$ , y  $\varepsilon = 0.001$ .*

Un resultado similar fue obtenido por Salán & Guyon [1983], utilizando zafiro en las paredes exteriores de la celda, que es mucho mejor conductor del calor que el vidrio utilizado tanto en el experimento de Pieranski et al. como en el aquí presentado. Esta similitud cualitativa es debida a que, como la difusividad térmica del CL es particularmente baja, la diferencia entre las conductividades térmicas del zafiro y el vidrio no genera cambios estructurales observables. Dicha situación confirma que el número de Biot de nuestro experimento es lo suficientemente alto como para considerar CC conductoras.



FIGURA 5.2: a) *Rollos cruzados para  $H=0$  y  $\Delta T=15^\circ$ . b) Proyección del flujo para  $z=1/4d$ , junto con la proyección horizontal de la orientación molecular [Pieranski et al., 1973].*

A medida que se aplican mayores diferencias de temperatura, los rollos cruzados transitan a hexágonos. Tomando  $\varepsilon$  como el parámetro de separación del estado crítico para cada valor del campo magnético aplicado verticalmente  $H_z$ , definido en (4.45), se puede afirmar que, a medida que se incrementa  $H_z$ , la transición de rollos cruzados a hexágonos se produce para valores de  $\varepsilon$  menores. Sin embargo, es difícil medir el valor de  $\varepsilon(H_z)$  en el que tal transición se produce, ya que el sistema de visualización óptica genera, para los espesores utilizados, efectos de difusión de luz muy importantes, debido a la fuerte anisotropía en el índice de refracción. Esto impide una medida local precisa de las variaciones en el número de onda. El procesado de imágenes vía FFT tampoco permite una medida precisa del valor de  $\varepsilon$  en el que se produce la transición. Además, la observación de las estructuras mediante el contraste óptico generado por distintas orientaciones del eje óptico dentro de la celda sólo es posible para valores de  $\varepsilon$  claramente superiores al umbral. Sí se puede destacar que los hexágonos ya estaban perfectamente definidos cuando las estructuras pasaban a ser visibles a simple vista.

### 5.1.1.2 Campos magnéticos medios: Hexágonos

Con la aplicación de campos magnéticos mayores, fueron apareciendo estructuras hexagonales para valores de  $\varepsilon$  menores, hasta el punto de que ya no se observaron más rollos cruzados en el umbral, obteniéndose hexágonos para valores de  $\varepsilon \approx 0$ . No fue necesario para ello aplicar campos muy grandes, sino que bastó con valores cercanos al campo crítico de Fredericksz o incluso algo inferiores. Dado que la existencia de los hexágonos se asocia a un efecto no-Boussinesq, se espera que estos empiecen a observarse a partir de un valor del gradiente de la temperatura  $\Delta T_H$  independiente del campo magnético. Sin embargo, si bien, como se dijo antes, no se pudo determinar exactamente la región de transición entre rollos cruzados y hexágonos, sí se pudo observar que dicha transición dependía tanto de la temperatura como del campo magnético. Un resultado similar fue obtenido por Salán & Guyon [1983]. La existencia de hexágonos en el umbral convectivo para valores de  $H_z$  medios-altos es una de las características que convierte la convección térmica en CL en un tema de gran interés que merecería futura atención.

## 5.1.2 Régimen no-lineal

### 5.1.2.1 Hexágonos

Como se ha dicho anteriormente, al aumentar el gradiente de temperatura aplicado para campos magnéticos débiles, se observa en las estructuras de rollos cruzados una transición a hexágonos. Si se aumenta el gradiente térmico aplicado más allá de esta segunda bifurcación, todas las estructuras existentes en la celda son hexágonos. A partir de campos magnéticos medios las estructuras convectivas son directamente en hexágonos desde el umbral convectivo. Dichos hexágonos son de tal forma que el CL queda confinado dentro de ellos, subiendo por el centro de los mismos, y bajando por las paredes<sup>xi</sup>, dado que en el MBBA la viscosidad disminuye con la

---

<sup>xi</sup> La forma de verificar el sentido de flujo en los hexágonos en los CL consiste en colocar la superficie superior a temperatura muy próxima a la transición Nemático-Isótropo [De Gennes & Prost, 1993], donde

temperatura y el número de Prandtl es mayor que uno (si la viscosidad aumentara con la temperatura, el movimiento sería en sentido contrario, igual que para números de Prandtl bajos<sup>xii</sup>; dicha relación fue estudiada por Tippelskirch en 1956) [Bodenschatz et al., 2000].

Al propagarse las estructuras hexagonales a toda la celda a partir de grupos (o *clusters*) iniciales de hexágonos con orientaciones de números de onda distintas, éstas se agrupan en regiones con diferentes orientaciones, separadas por puntos y líneas de defectos. Sin embargo, si se aplican campos  $H_z$  mayores, la formación de hexágonos se produce con menos defectos, obteniéndose una orientación más uniforme de los hexágonos a lo largo de toda la celda. En la figura 5.3 se puede observar una estructura para  $\varepsilon \approx 0$  ( $\varepsilon=0,06$ ) y  $H_z$  alto en la que existe solo una pequeña cantidad de dislocaciones. La estructura y forma de dichos hexágonos será analizada en 5.2 conjuntamente con la de los cuadrados, cuya existencia se presentará en 5.1.2.2.

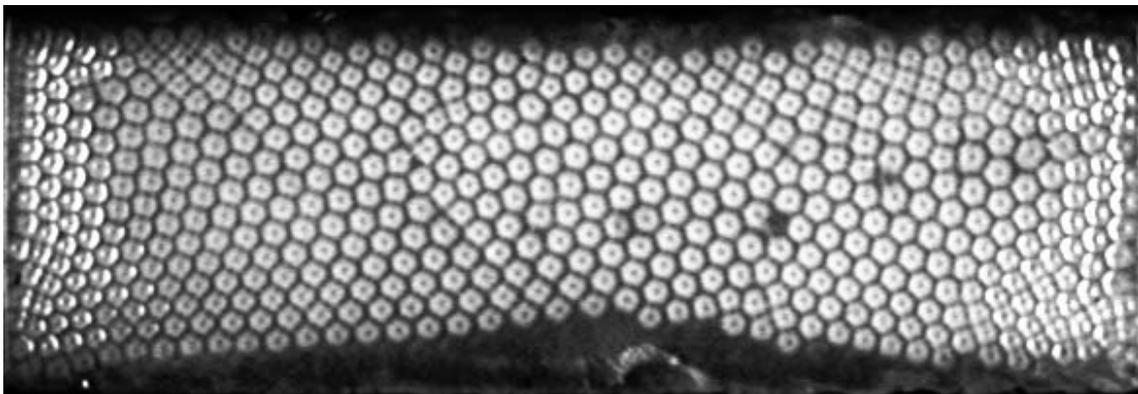


FIGURA 5.3: Estructuras de hexágonos llenando la celda, para  $d=1,0\text{mm}$ ,  $h=1,59$ ,  $\Delta T=16,6^\circ$  y  $\varepsilon=0,06$ .

La existencia de estructuras hexagonales no puede ser analizada por un modelo lineal. Dichas estructuras se asocian a una rotura de simetría en la dirección vertical, generada en este caso por efectos no-Boussinesq [Salán & Guyon, 1983], ya que la

---

se forman microgotas de la fase isotrópica dentro del nemático. Dichas gotas se forman en el centro, mostrando que éste es el punto más caliente en la superficie de cada hexágono. Según se aumenta  $T$ , la formación de microgotas se propaga hacia los vértices de los hexágonos.

viscosidad varía fuertemente con la temperatura [Jeu, 1980; Pikin & Blinov, 1985]. Existe otro trabajo experimental de convección térmica entre paredes rígidas (convección de Rayleigh-Bénard) con un fluido isótropo cuya viscosidad varía fuertemente con la temperatura, en el cual se han obtenido también hexágonos como solución [White, 1988], mostrando la factibilidad de dicha asociación. Hay otros tipos de problemas convectivos donde existe una rotura de simetría vertical, como el caso en que existe una interface entre dos fluidos, ya sea líquido-líquido [Tokaruk et al., 2000; Engel & Swift, 2000] o líquido-gas, donde la tensión superficial juega el papel de romper la simetría. El mismo trabajo original de Bénard [1900a; 1900b] era un montaje en el que la capa superior del fluido estaba abierta al aire, donde obtenía hexágonos como parte de las soluciones. A estos sistemas convectivos se les denomina Bénard-Marangoni. En estos sistemas es necesario que la tensión superficial domine sobre la fuerza de empuje, teniéndose que restringir entonces la profundidad del fluido.

Parecería que el campo magnético, además de los efectos no-Boussinesq, juega un papel importante en la existencia de soluciones estables en hexágonos, como se ha visto en la dependencia por parte de la transición de rollos cruzados a hexágonos de  $H_z$ , así como en la variación de la cantidad de defectos. Dichas dependencias no han sido determinadas analíticamente hasta el día de hoy.

Dada la complejidad de las ecuaciones de los fluidos, más aún si se introduce la tensión superficial o la variación de algunos de sus parámetros con la temperatura, los estudios analíticos no-lineales de estos sistemas se han centrado en las ecuaciones genéricas tipo Swift-Hohenberg [Cross & Hohenberg, 1993], donde se introducen términos cuadráticos que, para estos problemas, están asociados a la rotura de simetría vertical [Bestehorn & Colinet, 2000]. El análisis de dichas ecuaciones y el estudio de estabilidad de los hexágonos a partir de las mismas se presentará en **5.2.2**, conjuntamente con el estudio de la estabilidad de los cuadrados.

---

<sup>xii</sup> En los líquidos comúnmente la dinámica es subiendo por el centro, mientras que en los gases es en sentido contrario [Busse, 1978].

### 5.1.2.2 Cuadrados

Si se sigue aumentando la diferencia de temperatura aplicada  $\Delta T$ , empiezan a aparecer, coexistiendo con hexágonos, regiones enteras donde las estructuras son cuadradas. Al mantenerse fijos los parámetros del problema para el caso donde existe una región con cuadrados, el porcentaje de los cuadrados en la celda permanece constante, al menos durante los largos tiempos en que se la observó manteniendo los parámetros fijos, que en algunos casos llegó a ser durante más de 15 días. Si se seguía aumentando aún más  $\Delta T$ , las áreas de cuadrados aumentaban, llegando incluso a cubrir la casi totalidad de la celda, a excepción de las líneas de defectos entre diferentes regiones de cuadrados (ver figura 5.10). Se discutirá, en 5.3.1, un análisis sobre la relación de hexágonos–cuadrados, incluyendo los porcentajes de ambas estructuras en función de los parámetros del problema.

La existencia de un campo magnético vertical, no sólo generaba áreas de hexágonos más uniformes (ver apartado anterior), sino que generaba que, a igual distancia  $\varepsilon$  relativa al umbral, a mayor  $H_z$  hubiera menos porcentaje de cuadrados frente a hexágonos, y viceversa, hasta el punto de que para  $H_z=0$  se podían encontrar cuadrados prácticamente desde la transición de rollos cruzados a hexágonos.

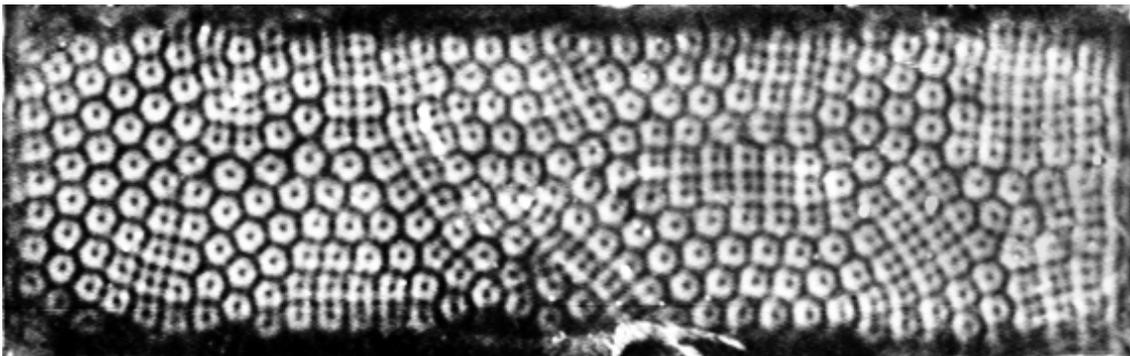


FIGURA 5.4: *Coexistencia de hexágonos y cuadrados para  $d=1,0\text{mm}$ ,  $h=0,50$ ,  $\Delta T=7,3^\circ$  y  $\varepsilon=0,13$ .*

En la figura 5.4 se observa que dichos cuadrados son estructuralmente diferentes a los rollos cruzados presentados en 5.1.1.1. En estos cuadrados el centro tiene igual contraste de luz que las paredes, como ocurre en los hexágonos, y a diferencia de lo que

ocurre en los rollos cruzados. Pero, la diferencia fundamental es que la cantidad de dichos cuadrados aumenta al aumentar  $\varepsilon$ , mientras que los rollos cruzados se encuentran cerca del umbral convectivo, lo que muestra que ambas estructuras son soluciones diferentes del problema.

Existe otro trabajo donde se han encontrado también dichas diferencias [White, 1988] estudiando convección de Rayleigh-Bénard para fluidos isótropos con viscosidad variable. En este trabajo logran estudiar la dinámica del fluido dentro de cada estructura, encontrando que en los cuadrados el fluido queda confinado subiendo por el centro y bajando por las paredes, igual que en los hexágonos, y a diferencia de los rollos cruzados, en los cuales la dinámica es más compleja, como la presentada en 5.1.1.1.

Tanto los hexágonos como los cuadrados se mueven a lo largo de la celda presentando una dinámica general que será discutida en el capítulo 6. En ese capítulo se discuten las dos formas diferentes en que crecen los cuadrados dentro de una celda; en un caso los cuadrados se generaban en las paredes de la celda, mientras que en el otro un área de hexágonos se iba transformando paulatinamente en cuadrados (ver 6.2).

La existencia de estructuras convectivas cuadradas fue predicha teóricamente décadas atrás [Busse, 1967 y 1978]<sup>xiii</sup> y observada experimentalmente años después [White, 1988] en Rayleigh-Bénard con un fluido isótropo cuya viscosidad dependía de la temperatura. Esta última característica generó estudios específicos [Busse & Frick, 1985; Proctor & Matthews, 1996]. También se ha informado de su existencia en el problema de Rayleigh-Bénard cuando las paredes son malas conductoras, es decir, cuando el número de Biot es bajo [Le Gal & Croquette, 1988]. Pero no fue hasta trabajos recientes cuando la transición hexágonos-cuadrados fue estudiada en profundidad, al ser reportadas experimentalmente en convección térmica con fluidos isótropos para Bénard-Marangoni [Nitchke & Thess, 1995; Eckert et al., 1998; Schatz et al., 1999] y en ferrofluidos [Abou et al., 2000]. La existencia de estructuras cuadradas con rotura de simetría en convección térmica con CL ha sido observada por primera vez en los experimentos aquí descritos [Bove et al., 2001].

---

<sup>xiii</sup> Aunque en un estudio analítico como el presentado por Busse no se puede diferenciar entre soluciones en rollos cruzados o en cuadrados, sí se puede aplicar este tipo de estudio a ambas estructuras aquí descritas, prestando atención a las regiones de existencia de cada una.

### 5.1.2.3 Estructuras amorfas

Para temperaturas muy alejadas del umbral, las estructuras existentes perdían simetría convirtiéndose en amorfas. En la figura 5.5 se puede observar un estado típico de estas estructuras. Obviamente, se puede afirmar que estos regímenes convectivos corresponden a situaciones caóticas. Este trabajo no centró la atención en esta clase de estructura, y por tanto sólo se presenta aquí su existencia.

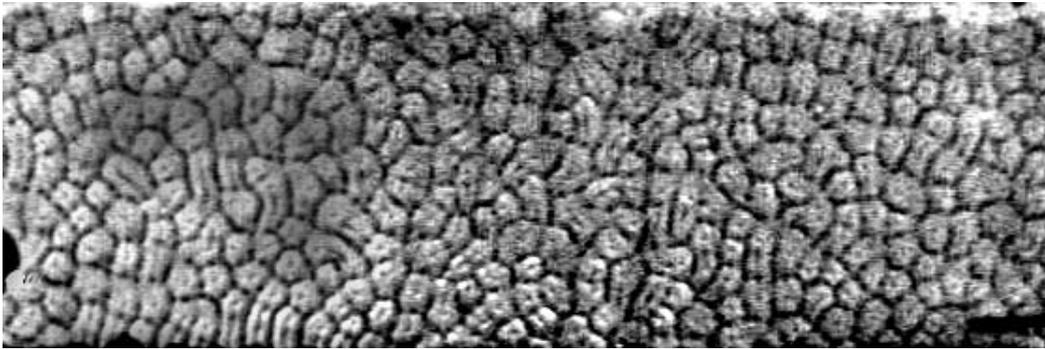


FIGURA 5.5: Estructuras amorfas para  $d=1,0\text{mm}$ ,  $h=0,18$ ,  $\Delta T=12,5^\circ$  y  $\varepsilon=1,26$ .

## 5.2 Estudio Analítico de Hexágonos y Cuadrados

### 5.2.1 Longitudes de onda

Para comparar ambas estructuras, es necesario hacer un análisis matemático de las mismas. Una estructura de forma cuadrada periódica en el plano se representa por:

$$F_S = A \cos(k_S x) \cos(k_S y), \quad (5.1)$$

donde se utiliza el subíndice  $s$  de *square* para no entrar en confusión con los valores críticos, para los cuales se utiliza el subíndice  $c$ . La longitud de onda de esta estructura

$\lambda_S$  es igual al lado del cuadrado y a la distancia entre los centros de dos cuadrados contiguos

Una estructura periódica hexagonal se representa por [Chandrasekhar, 1961]:

$$F_H = B [\cos(\mathbf{k}_1 \mathbf{u}_1) + \cos(\mathbf{k}_2 \mathbf{u}_2) + \cos(\mathbf{k}_3 \mathbf{u}_3)], \quad (5.2)$$

siendo

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{y} \quad (5.3)$$

$$\mathbf{u}_2 = -(\sqrt{3} \mathbf{x} + \mathbf{y})/2 \quad (5.4)$$

$$\mathbf{u}_3 = (\sqrt{3} \mathbf{x} - \mathbf{y})/2 \quad (5.5)$$

$$|\mathbf{k}_i| = \frac{4\pi}{3L_H} \text{ y } \mathbf{k}_i // \mathbf{u}_i. \quad (5.5)$$

De esta manera los vectores de onda  $\mathbf{k}_1$ ,  $\mathbf{k}_2$  y  $\mathbf{k}_3$  forman una terna coplanar con un ángulo de  $60^\circ$  entre sí. Su longitud de onda es entonces:

$$\lambda_H = 2\pi / k_H = 3L_H / 2 = \sqrt{3} d_H / 2, \quad (5.6)$$

siendo  $d_H$  la distancia entre los centros de dos hexágonos contiguos.

Se midieron por ende las distancias entre los centros de los cuadrados y de los hexágonos, las cuales se expresan en forma adimensional dividiéndolas por la longitud natural del experimento, o sea, el espesor de la celda. Las respectivas distancias, junto con las longitudes de onda correspondientes y las áreas de las estructuras, son:

$$d_S = 1,80 \pm 0,05; \lambda_S = d_S; \quad A_S = d_S^2 = 3,24 \quad (5.7)$$

$$d_H = 2,15 \pm 0,05; \lambda_H = 1,86; \quad A_H = (\sqrt{3}/2) d_H^2 = 4,00. \quad (5.8)$$

Llama la atención la igualdad, dentro del intervalo de error de dichas medidas, de las longitudes de onda de ambas estructuras. Dichas medidas fueron corroboradas con un estudio de las transformadas de Fourier de diferentes regiones de la celda que presentaban un agrupamiento homogéneo de estructuras, en el que se obtuvieron los números de onda equivalentes a las longitudes de onda medidas.

Pero el análisis de Fourier permite además comprobar la homogeneidad de las estructuras detectando las variaciones en la dirección del vector de onda. Para las estructuras en hexágono se encontraron regiones para  $H_z$  grandes y para distancias al umbral pequeñas donde existían hexágonos homogéneos, como se observa en la figura 5.6, donde se presenta una región de hexágonos con su correspondiente transformada de Fourier.

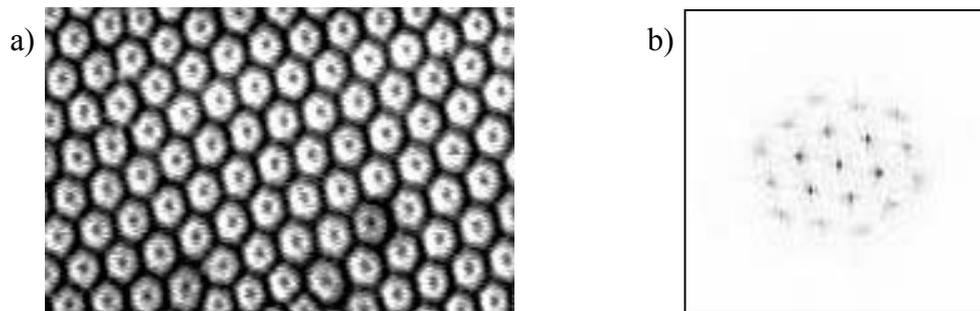


FIGURA 5.6: a) Región con hexágonos para  $h=1,59$  y  $\varepsilon=0,04$ . b) Su correspondiente transformada de Fourier.

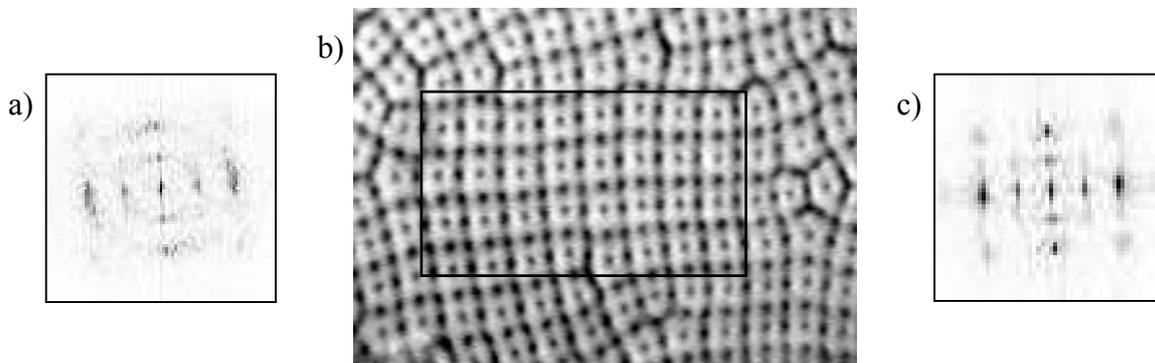


FIGURA 5.7: a) Transformada de Fourier de toda la región de la imagen (b). b) Región de cuadrados para  $H=0$  y  $\varepsilon=0,6$ . c) Transformada de Fourier del recuadro interior de la imagen (b)

Sin embargo, fue más difícil encontrar una región homogénea de cuadrados, ya que cerca del umbral las regiones de cuadrados son pequeñas, conteniendo pocas estructuras, y por ende su forma depende fuertemente de las condiciones de contorno. Para obtener grandes regiones de cuadrados fue necesario colocarse lejos del umbral,

situación que sólo se pudo lograr para  $H_z$  pequeños o nulos, pues de lo contrario la diferencia de temperatura necesaria lleva al CL fuera de la fase nemática. En la figura 5.7 se observa una gran región de cuadrados con muchos defectos, donde 5.7a es la transformada de toda la imagen 5.7b y 5.7c es la transformada del recuadro central que contiene cuadrados bastante regulares. En 5.7c se puede apreciar no obstante que sus vectores de onda no son perpendiculares ni sus módulos iguales.

### 5.2.2 Estudio no-lineal de las estructuras

Para poder analizar las estructuras convectivas descritas anteriormente a partir de las ecuaciones generales de los CL desarrolladas en 2.3, es necesario introducir cómo dependen los parámetros de la temperatura, ya que la existencia de dichas estructuras está ligada a efectos no-Boussinesq. Pero la complejidad de esas ecuaciones, que aumenta con parámetros no constantes, hace necesario simplificarlas dejando sólo los términos relevantes.

Dado que las estructuras convectivas en CL son similares a las obtenidas en fluidos isótropos, se pueden comparar los resultados aquí obtenidos con los análisis para isótropos. Dichos estudios inicialmente se han enfocado perturbando las soluciones de las ecuaciones lineales o débilmente lineales [Busse, 1967 y 1978; Manneville, 1990]. En líneas generales, el método consiste en hacer una expansión en potencias de las variables del problema respecto a un parámetro infinitesimal, e introducirlas en las ecuaciones generales para ir resolviendo orden a orden, utilizando las soluciones de un orden para resolver el siguiente. Para el orden uno se consideran soluciones con variables separadas de la forma:

$$u(\mathbf{r}, z, t) = u(z, t) \sum_j A_j(\delta \mathbf{r}, \delta^2 t) e^{i\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r}}, \quad (5.9)$$

donde 'u' es una variable genérica,  $\mathbf{r}=(x,y)$ , y  $\delta$  es el parámetro infinitesimal de la expansión [Golovin et al., 1997; Bragard & Velarde, 1998]. Las amplitudes  $A_j$  dependen entonces de variables lentas. Al resolver los tres primeros órdenes, Bragard &

Velarde [1998] obtienen ecuaciones tipo Ginzburg-Landau para la amplitud, que resuelven por cálculo numérico obteniendo las regiones de existencia y estabilidad de las estructuras hexagonales, cuadradas y en rollos en función de los parámetros del problema Bénard-Marangoni.

Ciertos trabajos han realizado estudios parecidos sobre CL analizando las ecuaciones débilmente no-lineales [Feng et al., 1992; Plaut & Ribotta, 1998; Plaut & Pesch, 1999]. Pero, al no introducir la dependencia de los parámetros con la temperatura, no hay una rotura de simetría vertical, y por ende las soluciones como los hexágonos y cuadrados, donde el fluido sube por el centro y baja por las paredes (o viceversa), no entran dentro de su estudio. Sin embargo, estos trabajos, conjuntamente con los anteriores, muestran que es posible extraer información cualitativa del comportamiento de los CL por este camino.

Otros trabajos parten directamente de las ecuaciones de amplitud tipo Ginzburg-Landau [Cross & Hohenberg, 1993; Arason & Kramer, 2002], o utilizan la ecuación introducida por Swift & Hohenberg [1977] (SH) para estudiar las fluctuaciones térmicas en el problema de Rayleigh-Bénard, y la ecuación SH generalizada que introduce términos extras para poder estudiar diferentes particularidades del problema [Kubstrup et al., 1996; Xi et al., 2000]. En su versión genérica con variable compleja la ecuación SH generalizada queda de la siguiente forma [Bestehorn & Colinet, 2000]:

$$\dot{\Psi} = [\varepsilon + i\omega_c - (1 + \nabla^2)^2 + i\alpha(1 + \nabla^2)]\Psi + \gamma_1\Psi^2 + \gamma_2\Psi^{*2} + \gamma_3|\Psi|^2 - \beta|\Psi|^2\Psi, \quad (5.10)$$

donde el campo  $\Psi$  representa la proyección de las variables del fluido sobre un modo vertical,  $\varepsilon$  y  $\omega_c$  son los parámetros de control, y  $\beta$  y  $\gamma_i$  son constantes complejas. Las  $\gamma_i$  están asociadas a la rotura de la simetría vertical  $\Psi \rightarrow -\Psi$ , y por ende están asociadas a los efectos no-Boussinesq en el CL (o a la tensión superficial para el problema Bénard-Marangoni); la utilización de variables complejas permite cubrir el caso de inestabilidades oscilatorias [Bestehorn & Colinet, 2000]. La ecuación SH compleja permite un desarrollo riguroso a partir de las ecuaciones generales de los fluidos, a diferencia de la ecuación SH real, que sólo permite un desarrollo a partir de consideraciones cualitativas de las mismas [Aranson & Kramer, 2002].

Para un estudio de estabilidad se considera un desarrollo de  $\Psi$  en términos de ondas planas:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=1}^3 A_j(X_j, Y_j, T) e^{i(\mathbf{k}_j \mathbf{r} - \omega t)}, \quad (5.11)$$

con

$$\mathbf{r} = (x, y), |\mathbf{k}_j| = 1 \text{ y } \sum \mathbf{k}_j = 0. \quad (5.12)$$

En (5.11) se distinguen dos escalas diferentes para las coordenadas espaciales y temporales, una lenta para la envolvente y otra rápida para la estructura base.

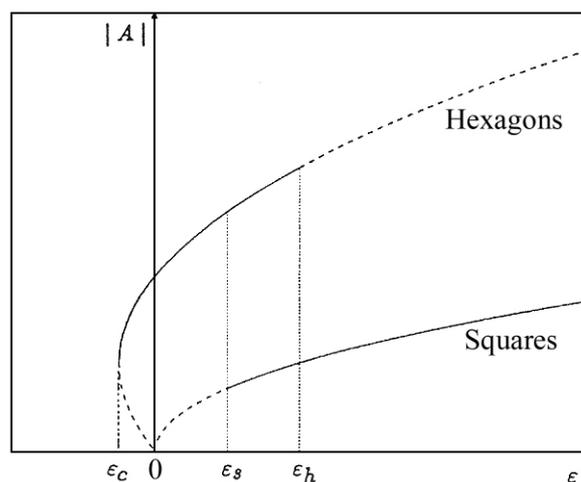


FIGURA 5.8: *Estabilidad de los hexágonos y cuadrados, como función de  $\varepsilon$ . Obsérvese la histéresis que presenta la región  $\varepsilon_s \leq \varepsilon \leq \varepsilon_H$  [Kubstrup et al., 1996].*

Una vez desarrolladas las ecuaciones de amplitud para los diferentes modos, se integran numéricamente. Dichas ecuaciones, al representar la parte esencial de las ecuaciones básicas, presentan un grado de generalidad tal que sus resultados también se pueden aplicar a la convección en CL [Cross & Hohenberg, 1993]. Los resultados obtenidos en varios trabajos [Kubstrup et al., 1996; Regnier et al., 1997] son de la forma presentada en la figura 5.8, donde se puede observar que las primeras estructuras obtenidas son hexagonales y que al aumentar el parámetro de control del sistema existe una transición a estructuras cuadradas, tal como se obtiene en los resultados

experimentales de nuestro trabajo. La histéresis que presentan los resultados numéricos no pudo ser estudiada por los largos tiempos transitorios que presenta el CL.

Otro método posible es integrar directamente de forma numérica las ecuaciones generales. Desgraciadamente, dicho cálculo implica un consumo de recursos informáticos que hasta el momento siguen siendo costosos de obtener. Con todo, ya existen algunos trabajos en esta línea [Tomita & Abe, 2000; Bestehorn & Colinet, 2000] donde, al integrar numéricamente las ecuaciones para el problema de Bénard-Marangoni, obtienen hexágonos como solución gracias a la dependencia de la tensión superficial con la temperatura. Uno de esos trabajos [Bestehorn & Colinet, 2000] utiliza como fluido una mezcla binaria, obteniendo una dinámica general de dichas estructuras, que será analizada en el capítulo siguiente.

### 5.2.3 Análisis de las fronteras

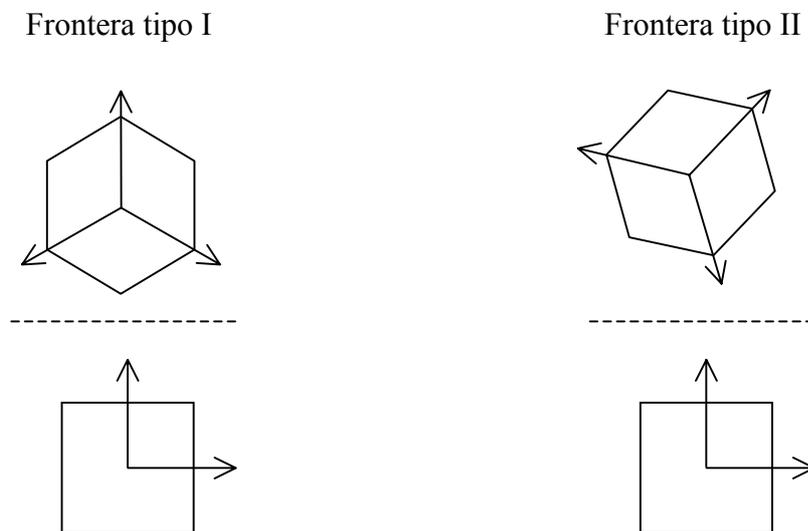


FIGURA 5.9: *Fronteras de tipo I y II. El ángulo para la frontera de tipo II es arbitrario.*

La frontera entre un área de cuadrados y otra de hexágonos es una línea de pentágonos. Las fronteras se clasifican, según la orientación relativa de los vectores de onda de ambas estructuras, en dos tipos que se muestran esquemáticamente en la figura

5.9. Si ambas estructuras tienen un vector perpendicular a la frontera, esta se llama frontera de tipo I; si, por el contrario, forman un ángulo con la frontera, esta se llama frontera de tipo II. A partir de un análisis de amplitudes con la ecuación SH, se observa que esta segunda frontera es inestable [Kubstrup et al., 1996]. Las fronteras observadas en nuestro trabajo son de tipo I, de forma consistente con la teoría, y con las registradas en otros experimentos, por ejemplo en ferromagnéticos [Abou et al., 2000].

Como ambas estructuras, hexágonos y cuadrados, tienen distancias entre sus centros diferentes, la frontera no puede existir sin la presencia de defectos, los cuales, por otro lado, son imposibles de evitar en una celda con una relación de aspecto grande. Esa diferencia de distancia entre sus centros también es responsable de que tanto la frontera como las áreas de estructuras se curven para poder encajar unas con otras.

### **5.3 Transición Hexágonos-Cuadrados**

Si se aumenta el gradiente térmico aplicado, aumenta el porcentaje de superficie cubierta por cuadrados, disminuyendo por ende las áreas con hexágonos. Esto implica una transición de un área de hexágonos a una de cuadrados. La observación experimental de dicha transición fue reportada por primera vez hace pocos años por Nitchke & Thess [1995] y Eckert et al. [1998] en convección térmica, y por Abou et al. [2000] en ferrofluidos. Desde el punto de vista teórico, existen trabajos donde se analiza esta transición de forma analítica con resultados numéricos, bien a partir del modelo de Swift-Hohenberg (SH) [Kubstrup et al., 1996], bien a partir de integración numérica directa de las ecuaciones de movimiento [Bestehorn, 1996]. En este último se encuentra que el número de Prandtl juega un papel importante en la existencia o no de los cuadrados y/o rollos (la transición hexágonos-rollos ha sido observada en otros trabajos, por ejemplo, en Cerisier et al. [1987]).

### 5.3.1 Porcentajes de cada estructura

Para poder cuantificar el crecimiento de los cuadrados sobre los hexágonos, se estudió la relación entre las áreas de ambas estructuras, definiendo la magnitud  $S$  como el porcentaje de área cubierta por cuadrados sobre el área total, y analizando su variación con respecto a  $H_z$  y  $\Delta T$ .

En todos los casos considerados, la relación  $S$  variaba durante varios días (4-6 días) antes de alcanzar un estado estacionario final. Este hecho generó una fuerte restricción experimental para poder tomar medidas fiables. Para ello, una vez fijados los parámetros, el experimento fue observado continuamente durante más de 10 días. Las relaciones de  $S$  respecto a  $\varepsilon$  y  $h$  obtenidas se puede observar en la tabla 5.1. El valor adimensional de temperatura  $\varepsilon$  respecto a la temperatura crítica de convección fue definida en (4.45) y el valor adimensional del campo magnético respecto al campo crítico de Freedericksz fue definido en (4.46).

TABLA 5.1: *Porcentaje de cuadrados sobre hexágonos en función de la temperatura y el campo magnético.*

$h$	$\varepsilon$	$S$
0.00	0.45	0.42
0.00	0.60	0.90
0.82	0.13	0.20
0.95	0.25	0.07

A pesar de los pocos datos presentados debido a lo extensas que fueron las medidas, se observa cómo para campo magnético nulo las áreas de cuadrados aumentan con la temperatura. Un resultado similar fue obtenido en los análisis teóricos (ver 5.2.3.2) y en experimentos en Bénard-Marangoni donde la rotura de simetría vertical permite la existencia de hexágonos y cuadrados [Eckert et al., 1998; Schatz et al., 1999]. Eckert et al. estudian la relación hexágonos-cuadrados para una celda con una relación de aspecto grande, obteniendo que a partir de un valor crítico de la temperatura la solución en hexágonos deja de ser la única, coexistiendo con la solución en cuadrados.

No obtienen nunca, sin embargo, una configuración con todas las estructuras convectivas en cuadrados, configuración que sí obtienen Schatz et al. aunque para una relación de aspecto no tan grande. Ambos montajes fueron realizados sobre celdas circulares.

En nuestro experimento se logró también obtener una superficie de casi total de cuadrados, descontando los defectos entre áreas de diferentes orientaciones, como se puede observar en la figura 5.10.

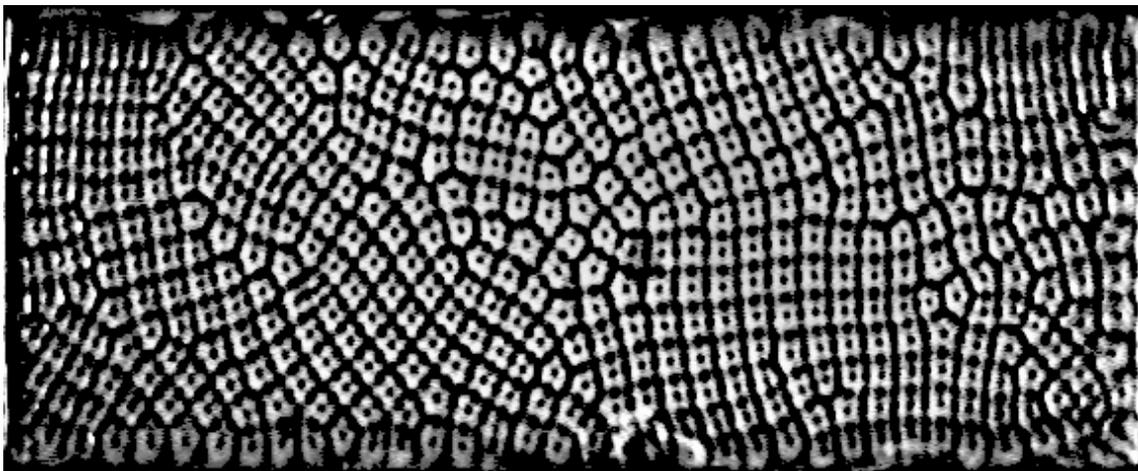


FIGURA 5.10: *Estructuras cuadradas abarcando la casi totalidad de la celda, descontando los defectos entre áreas de diferentes orientaciones, para  $H=0$ ,  $\varepsilon=0.6$  y  $d=1\text{mm}$ .*

Al observarse experimentalmente que a mayor temperatura los cuadrados son preferidos a los hexágonos, se puede deducir que transportan mejor el calor. Eckert et al. [1998] comprobaron dicha hipótesis midiendo el número de *Nusselt*, que es la relación entre el flujo total de calor y el calor transportado por conducción, y encontraron que el número de *Nusselt* aumenta en las estructuras cuadradas, aumentando por ende en dichas estructuras la cantidad de calor transportada por convección frente a por conducción. Este resultado es coherente con nuestros experimentos, en los que la solución en cuadrados se da para valores de  $\varepsilon$  superiores a los de hexágonos.

Los resultados de la tabla 5.1 muestran también que las estructuras hexagonales son preferidas frente a las cuadradas al aplicarse un campo magnético vertical  $H_z$ , llegando a disminuir la relación  $S$  significativamente a pesar de haber aumentado los gradientes térmicos aplicados, o más precisamente  $\varepsilon$ , sólo por la existencia de un pequeño aumento en  $h$ . Se puede concluir entonces que  $h$  pasa a ser la variable crítica para la determinación de  $S$ , por delante de los  $\varepsilon$ .

### 5.3.2 Dinámica de la frontera

Se ha encontrado que la transición hexágonos-cuadrados ocurre de diferentes formas. Por un lado, unos pocos cuadrados se empiezan a nuclear entorno a un defecto, para formarse una región de cuadrados que va creciendo al transformarse hexágonos en cuadrados. Por otro lado, se crean cuadrados en el borde de la celda para propagarse hacia el centro de la misma transportados, conjuntamente con el resto de las estructuras, por la dinámica general, mientras que los hexágonos existentes se van destruyendo en el borde opuesto de la celda. Dado que ambas formas de transición dependen fuertemente de la dinámica general existente, estudiarán en profundidad en el capítulo siguiente.

Sin embargo, es importante detenerse en la dinámica de la frontera entre ambas regiones. Se observó que, para el caso en que las estructuras se generan (y se destruyen) en el borde de la celda, la línea de pentágonos que separa los cuadrados de los hexágonos (frontera tipo I) se desplaza, en todos los casos observados, a la misma velocidad que el resto de las estructuras circundantes. Respecto al caso en que los cuadrados se nuclean en torno a defectos, las regiones generadas con esas estructuras no han sido lo suficientemente grandes como para poder medir la velocidad de desplazamiento de la frontera.

## Capítulo 6

# DINÁMICA DE LAS ESTRUCTURAS

---

En este capítulo se presenta la dinámica de las estructuras descritas en el capítulo precedente, así como la dependencia de dicha dinámica con los parámetros del problema. Las estructuras obtenidas en estados supercríticos presentaron una dinámica general, incluso para cuando los parámetros del problema permanecían constantes, dinámica que para problemas termoconvectivos en Cristales Líquidos no había sido observada hasta el momento. En algunos problemas de convección térmica con otros materiales se han registrado también dinámicas de estructuras, como en fluidos binarios [Bestehorn & Colinet, 2000] o en convección en plano inclinado [Daniels et al., 2000], casos que se compararán con el aquí expuesto mostrando sus similitudes y diferencias. Parte de las razones por las cuales esa dinámica no había sido tomada en cuenta en los CL, residía en la dificultad de estudiarla experimentalmente.

Para estudiar esta dinámica el experimento fue monitoreado las 24 horas con una cámara digital controlada por un ordenador que guardaba imágenes de la celda a intervalos regulares de tiempo. Se implementó un programa de análisis de imágenes por cálculo numérico, que extraía las velocidades de las estructuras de diferentes puntos de la celda, obteniendo un mapa de flujos, así como la velocidad promedio de las mismas.

En este capítulo se estudiará primero la dinámica general de las estructuras, presentando las velocidades medias halladas y las características de la dinámica en función de los parámetros del problema, como el gradiente térmico, el campo magnético y el espesor de la celda. Posteriormente, se estudiará específicamente la dinámica de la transición entre hexágonos y cuadrados, analizando los diferentes mecanismos encontrados. Por último, se estudiará la dinámica de los defectos encontrados. Así mismo, se compararán los resultados obtenidos con los resultados encontrados en la literatura.

## 6.1 Dinámica General de las Estructuras

Al observar la celda convectiva detenidamente, se detectó una dinámica lenta de las estructuras convectivas. Estas se desplazaban a lo largo de la celda a velocidades de pocos milímetros (e incluso menos) por día. Para la determinación de esta dinámica fue necesario realizar un seguimiento fotográfico de la celda a intervalos de decenas de minutos, durante días y semanas. Todos los parámetros se mantuvieron fijos en zonas alejadas de los puntos de bifurcación, para descartar que la dinámica se debiera a estados transitorios, y poder comprobar así si esta era una característica propia del sistema. Esta dinámica fue estudiada con o sin la existencia de un campo magnético aplicado verticalmente, observándose que esta existe independientemente de la existencia de un campo, si bien éste modifica las velocidades de cada estructura.

En las figuras 6.1 y 6.2 se pueden observar series de fotografías de la celda con y sin campo magnético respectivamente, donde se puede visualizar claramente la dinámica general de la misma. En la imagen inferior de ambas figuras las flechas representan las velocidades promedio de las estructuras, calculadas para diferentes puntos de la celda, y el recuadro interior representa el área de la celda ampliada en cada uno de los fotogramas. Las velocidades fueron calculadas para los mismos intervalos de tiempo que separan los fotogramas entre sí, con lo cual las flechas representan el desplazamiento de las estructuras fotograma a fotograma.

En la figura 6.1 la celda, con  $H_z$  nulo, está colocada lejos del umbral. Se observa cómo las estructuras cuadradas predominan sobre los hexágonos, existiendo a la vez un gran número de defectos. En el borde de la celda inferior en las fotografías se van creando estructuras, principalmente cuadradas, que se desplazan hacia el borde opuesto conjuntamente con el resto de las estructuras debido a la dinámica general, destruyéndose otras contra el borde superior de la fotografía. En la figura 6.2, donde existe un campo  $H_z$  con un valor de  $h$  cercano a uno, la distancia  $\varepsilon$  es menor que en la figura 6.1, encontrándose que las estructuras predominantes son los hexágonos. Los defectos existentes en ambas figuras se desplazan en promedio a la misma velocidad que el resto de las estructuras, con una dinámica compleja que incluye la destrucción de los mismos, recombinaciones, etc., lo cual será discutido en 6.3.

### 6.1.1 Variación de la velocidad con los parámetros del problema

Para poder entender mejor la base física de la dinámica general, se estudió la variación de la misma con los parámetros del problema. Se varió, tanto la magnitud del gradiente de temperatura, como el campo magnético aplicado, registrando la evolución posterior de las estructuras. Estos estudios se realizaron para diferentes montajes, algunos con espesores de 1,0 mm y otros de 0,8 mm.

Con ayuda del cálculo numérico se hizo un análisis de las imágenes que, después de transformar las fotografías en matrices de datos, dividía la matriz en  $18 \times 6$  parcelas, calculando la convolución de dichas parcelas con las correspondientes a la fotografía siguiente. Se obtenía entonces el vector con el que se desplazó esa parcela, formando así un mapa de flujo que representa las velocidades medias entre foto y foto, como el presentado en la figura 6.1. Este cálculo tiene la problemática adicional de que las estructuras, además de desplazarse, sufren deformaciones que las transforman de un tipo en otro, como las transiciones de hexágonos a cuadrados (y viceversa) que se discutirán en el apartado 6.2, entre otras. Debido a este motivo, y a que las velocidades involucradas son muy pequeñas, el cálculo se realizó entre fotografías lo suficientemente distanciadas temporalmente entre sí para que la magnitud del desplazamiento fuera apreciable, pero que no estuvieran demasiado separadas para

evitar que las deformaciones de las estructuras fueran tan grandes que hiciera difícil comparar ambas fotografías. Al repetir el proceso para secuencias de fotos obtenidas durante un período largo de tiempo, se obtuvo un conjunto de valores de velocidades, calculándose entonces, para cada punto de la celda estudiado, el valor promedio de la velocidad, así como la desviación estándar de dicha velocidad, la cual se tomará como la magnitud del error de dicho cálculo.

En la tabla 6.1 se presenta, para diferentes valores de los parámetros del problema, por un lado, la velocidad media de todos los puntos del mapa de flujos y la desviación estándar media, y por otro lado, el valor de la velocidad máxima de los diferentes puntos del mapa y su correspondiente desviación estándar.

TABLA 6.1: *Variación de la velocidad promedio en toda la celda, así como de la velocidad máxima, con el espesor, el gradiente térmico y el campo magnético.*

	Espesor (mm)	$\Delta T$ (°C)	$(H/H_c)^2$	$\varepsilon$	v. media (mm/día)	error v. media	v. máx. (mm/día)	error v. máx.
a)	0,8	17,4	0,00	0,66	2,99	0,56	5,32	0,69
b)	1,0	8,3	0,00	0,52	1,70	0,19	2,56	0,15
c)	1,0	12,1	0,03	1,16	5,77	0,82	8,32	0,75
d)	1,0	8,9	0,74	0,06	0,99	0,36	3,26	0,82
e)	1,0	9,9	0,79	0,15	1,61	0,23	2,77	0,18
f)	1,0	13,0	1,13	0,3	4,88	0,33	6,33	0,32

En dicha tabla sólo hay un valor correspondiente a un espesor de 0,8 mm (caso a) ya que el gradiente térmico  $\Delta T$  necesario para obtener hexágonos en dicha celda es alto incluso para campos nulos, y porque además, como el  $\Delta T$  aplicado es mayor aún debido a la caída de temperatura en los vidrios, no se puede seguir aumentando la diferencia de temperatura aplicada por razones técnicas, lo que sería necesario si se quiere estudiar el comportamiento con campo magnético.

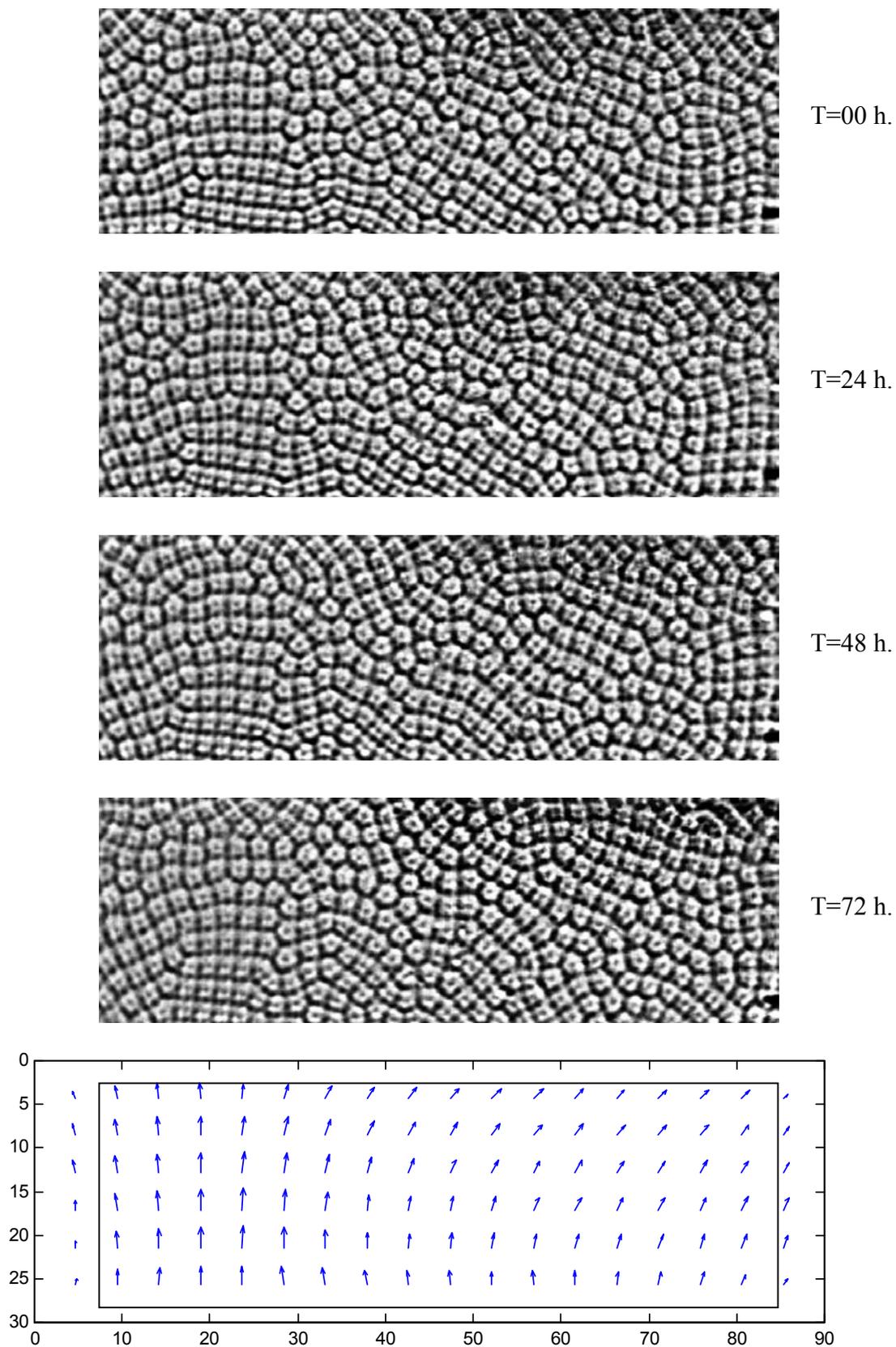


FIGURA 6.1: Serie de fotografías tomadas cada 24 h., para  $d=1$  mm,  $h=0$ , y  $\varepsilon=0,52$ , y desplazamientos promedios correspondientes calculados también para 24 h. El recuadro interior representa el área ampliada en los fotogramas.

Para una celda de 1,0 mm las temperaturas necesarias para la convección son menores dado que, por el número de Rayleigh, ec. (4.10),  $\Delta T d^3 = \text{cte.}$  y por ende un aumento en el espesor genera que  $\Delta T$  disminuya con un factor 1/3. Así pues, se pudo estudiar el comportamiento de la celda para diferentes valores de los parámetros. Se estudió la dinámica para un campo  $H_z$  nulo y dos valores de  $\Delta T$  diferentes tales que  $\varepsilon$  fuera en un caso el doble que en el otro (casos **c** y **b**, respectivamente). Se eligió el  $\Delta T$  mínimo lo suficientemente alto como para poder aplicar un campo  $H_z$  y seguir visualizando estructuras hexagonales (caso **d**). Por otra parte, con este mismo campo se aumentó la temperatura manteniendo la relación del doble de  $\varepsilon$  (caso **e**). Por último, se volvió a aumentar el campo  $H_z$  hasta un valor cercano a  $H_0$  y se aplicó el mismo  $\Delta T$  que en el caso **c** (caso **f**).

Si bien sería necesario un estudio más sistemático, se pueden extraer de estos datos varios comportamientos. Se observa claramente cómo, para un valor de campo magnético constante, las velocidades de las estructuras aumentan con la diferencia de temperatura aplicada. Asimismo, para un valor de la temperatura constante, si se aumenta el campo magnético, las velocidades disminuyen. Dichos comportamientos son coherentes con los resultados de un análisis perturbativo donde se obtiene que las amplitudes crecen con la distancia al umbral convectivo  $\Delta T_c$  [Cross & Hohenberg, 1993], distancia que en nuestro caso depende tanto de  $\Delta T$  como de  $H_z$  (ver 4.2 y 4.3, especialmente la ec. (4.37) y la figura 4.2).

También se observa que, para distancias relativas al umbral convectivo  $\varepsilon$  similares, a mayores valores del campo magnético aplicado verticalmente, mayores son las velocidades de las estructuras. Dicha relación es más difícil de analizar ya que la influencia de  $H_z$  sobre la dinámica convectiva para comportamientos no-lineales no ha sido estudiada hasta el momento. Está claro que el campo  $H_z$  juega un papel en la convección, como ya se había visto en 5.1, y no sólo la temperatura, y por ende la suposición de que el CL es un fluido no-Boussinesq debería ser complementada con el hecho de que el problema depende del campo magnético.

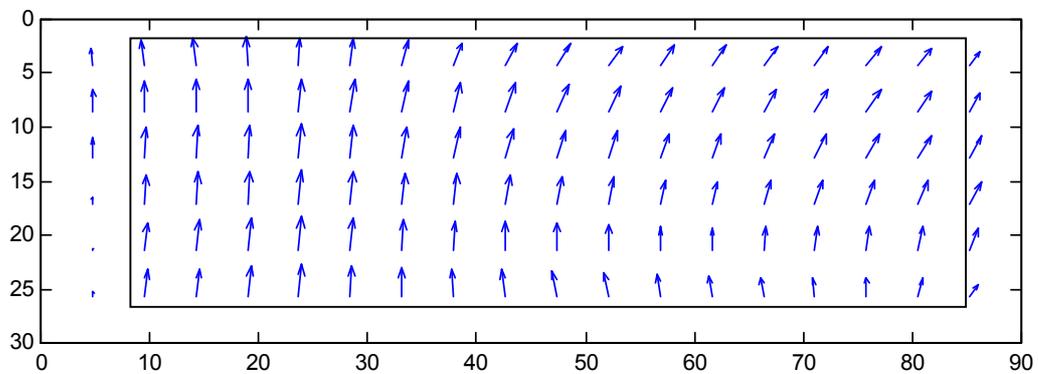
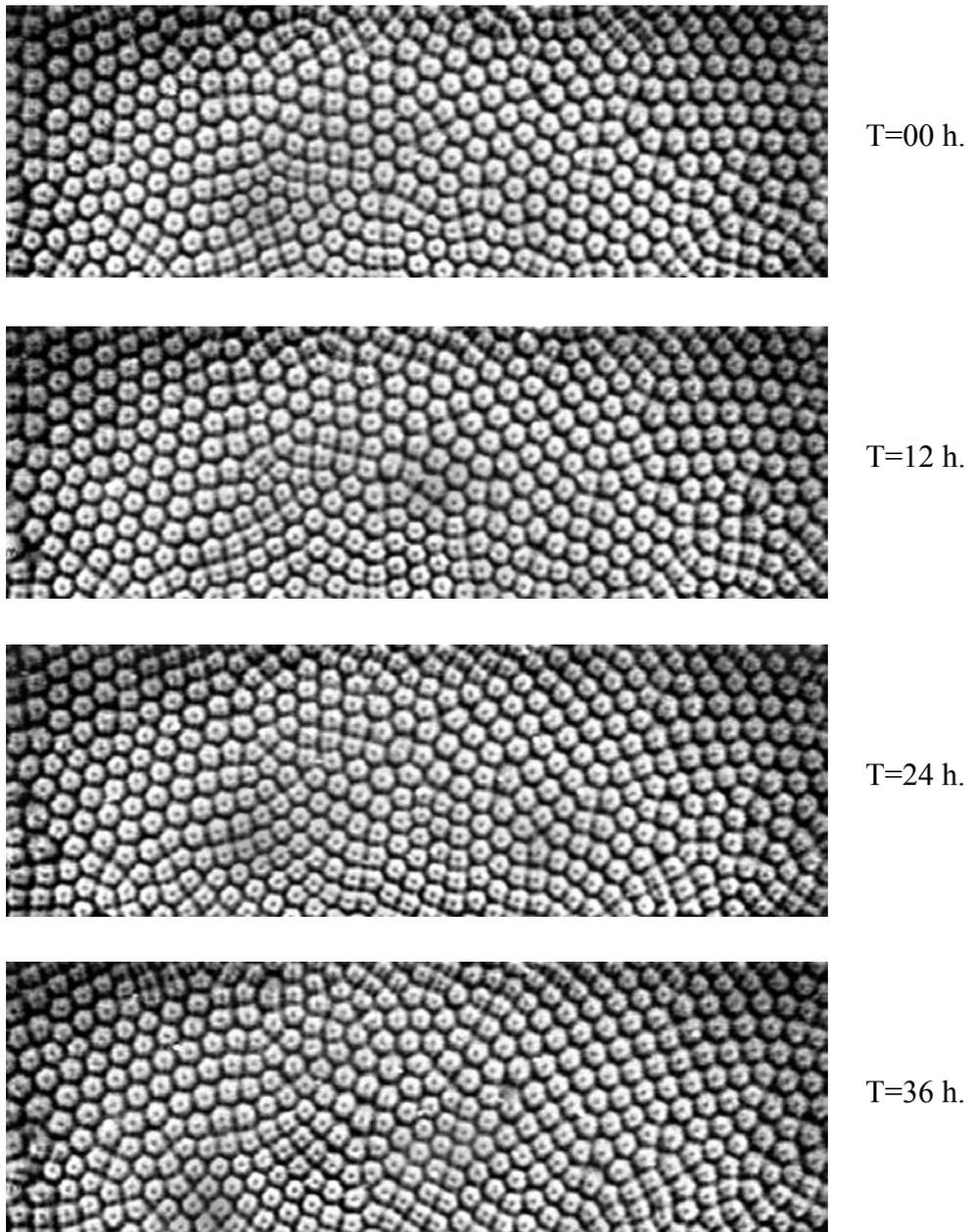


FIGURA 6.2: Serie de fotografías tomadas cada 12 h., para  $d=1$  mm,  $h=1,13$  y  $\varepsilon=0,3$ , y desplazamientos promedios correspondientes calculados también para 12 h. El recuadro interior representa el área ampliada en los fotogramas.

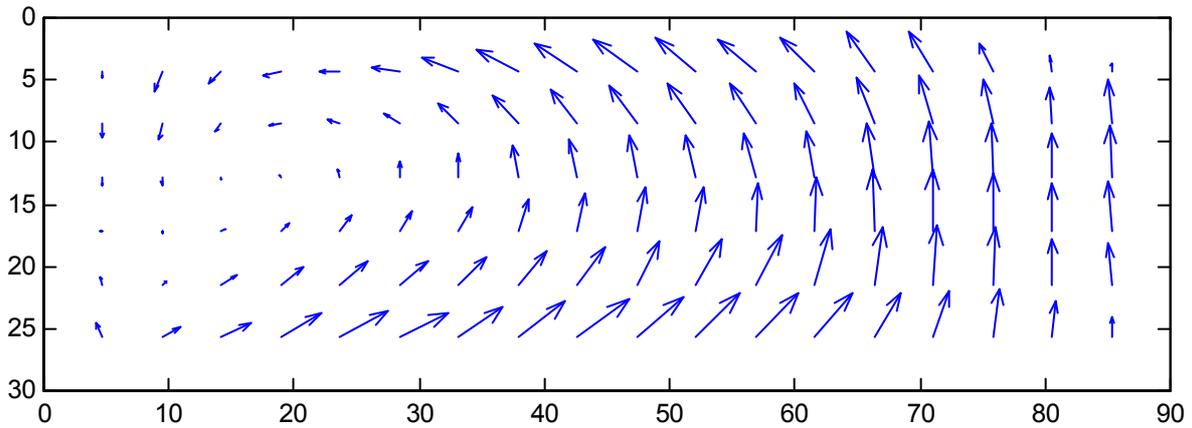


FIGURA 6.3: *Velocidades promedios (mm/día) para una celda con  $d=0,8$  mm,  $\Delta T=17,4^\circ$ ,  $h=0$  y  $\varepsilon=0,66$  (caso a).*

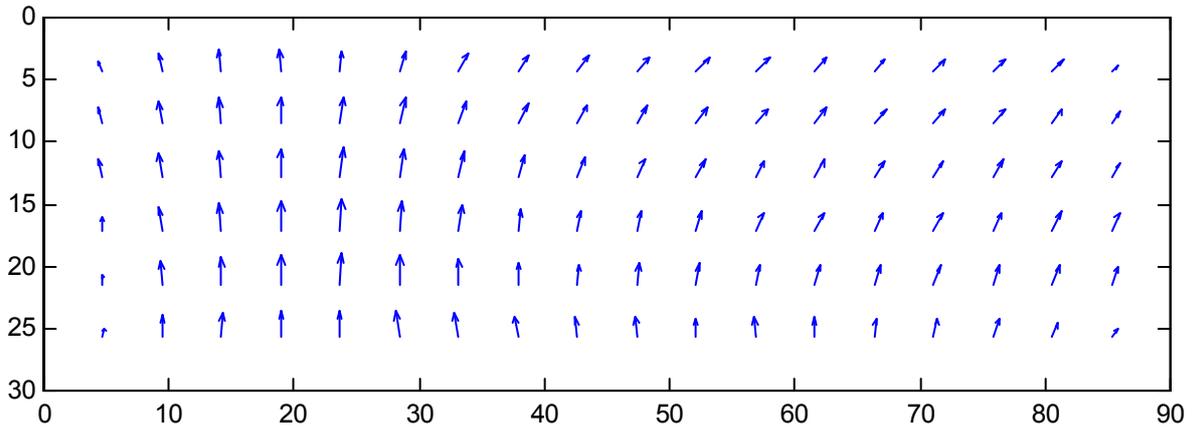


FIGURA 6.4: *Velocidades promedios (mm/día) para una celda con  $d=1,0$  mm,  $\Delta T=8,3^\circ$ ,  $h=0$  y  $\varepsilon=0,52$  (caso b).*

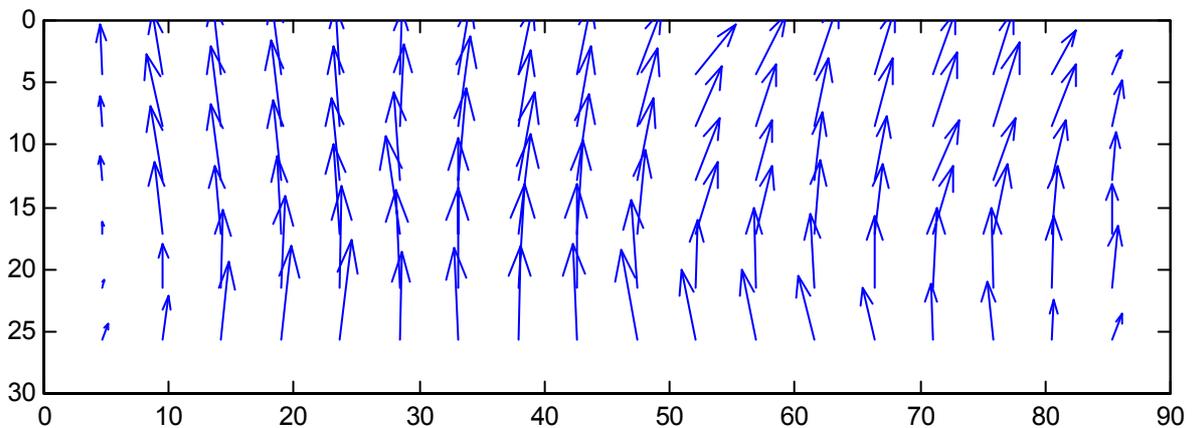


FIGURA 6.5: *Velocidades promedios (mm/día) para una celda con  $d=1,0$  mm,  $\Delta T=12,1^\circ$ ,  $h=0,03$  y  $\varepsilon=1,16$  (caso c).*

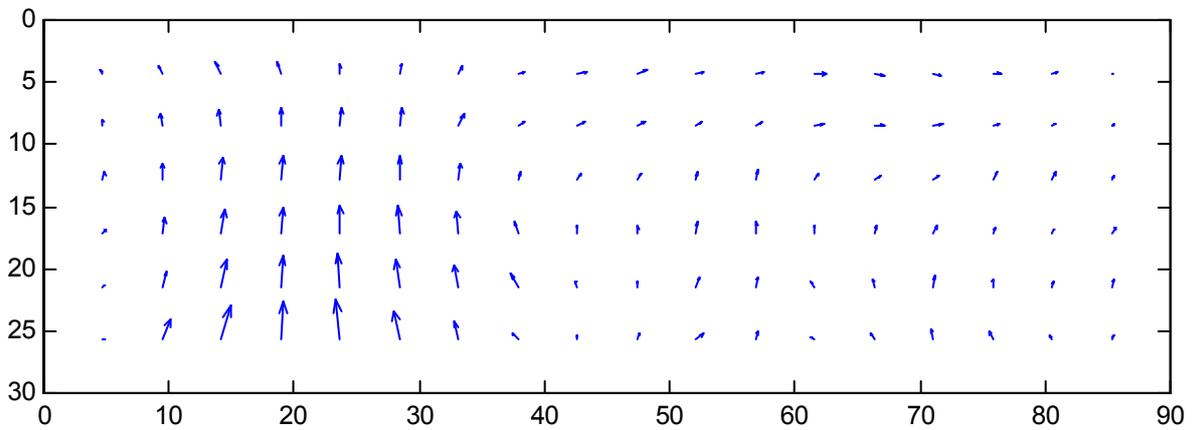


FIGURA 6.6: *Velocidades promedios (mm/día) para una celda con  $d=1,0$  mm,  $\Delta T=8,9^\circ$ ,  $h=0,74$  y  $\varepsilon=0,06$  (caso d).*

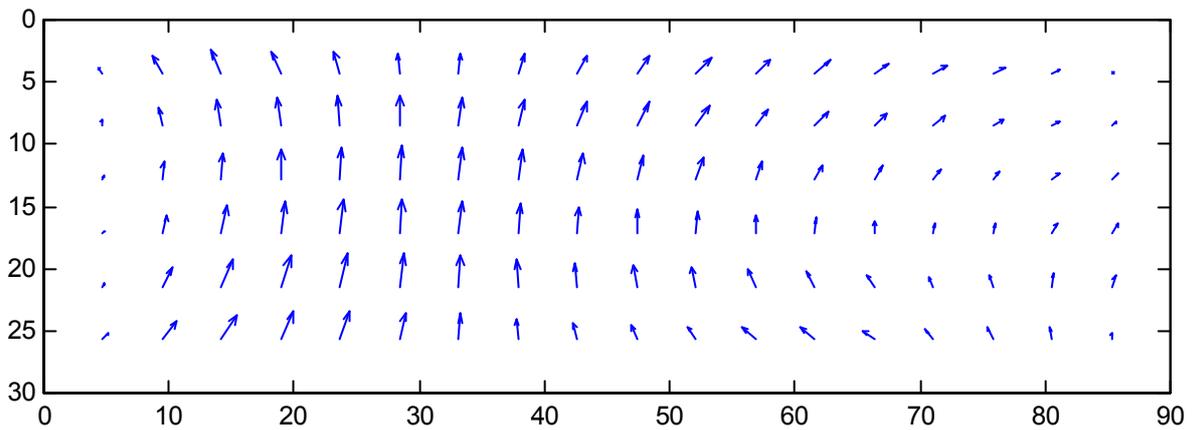


FIGURA 6.7: *Velocidades promedios (mm/día) para una celda con  $d=1,0$  mm,  $\Delta T=9,9^\circ$ ,  $h=0,79$  y  $\varepsilon=0,15$  (caso e).*

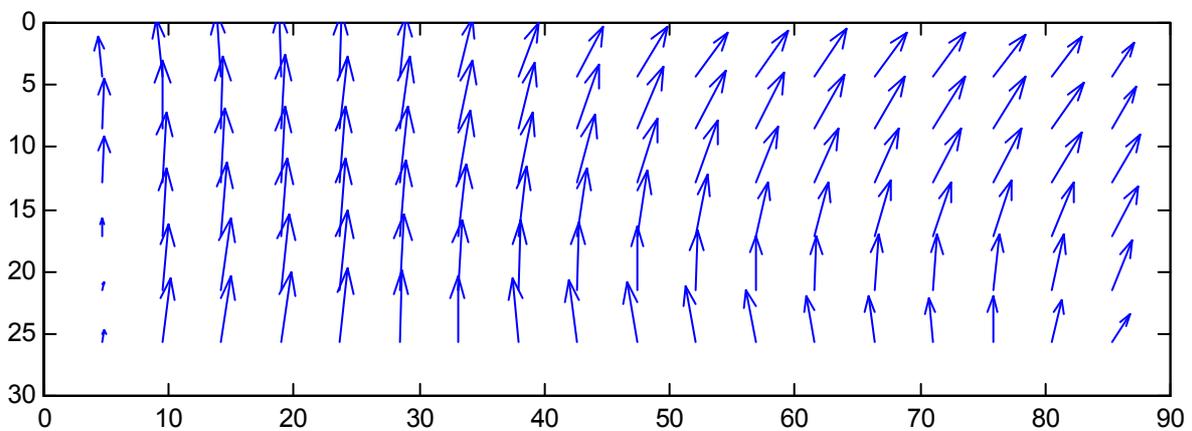


FIGURA 6.8: *Velocidades promedios (mm/día) para una celda con  $d=1,0$  mm,  $\Delta T=13,0^\circ$ ,  $h=1,13$  y  $\varepsilon=0,30$  (caso f).*

Otro aspecto importante a estudiar es la forma en sí de la dinámica. Se observa que las líneas de flujo de la propagación de las estructuras presentan una curvatura. Se estudió la variación de dicha curvatura con el campo magnético, no encontrándose una dependencia clara, como se puede observar en las figuras 6.4-6.8. Además, llama la atención que en la celda de 0,8 mm dicha curvatura es claramente mayor. En este caso las estructuras fueron seguidas durante más de 15 días para poder observar si su movimiento era en espiral o circular, pero estas terminan destruyéndose contra los bordes o aniquilándose entre sí antes de poder llegar a discernirlo. En las figuras 6.3 a 6.8 las flechas representan las líneas de flujo de las dinámicas generales para los seis casos presentados en la tabla 6.1, en idéntico orden.

### **6.1.2 Comparación de resultados con isótopos**

Dado que no se había encontrado hasta ahora una dinámica general de las estructuras termoconvectivas en experimentos con cristales líquidos, sólo podemos comparar los resultados de este trabajo con los de dinámicas similares encontrados en otras clases de fluidos. Sí existen trabajos que encuentran una dinámica de estructuras electroconvectivas en CL, pero las diferencias físicas entre ambos casos hacen imposible un estudio comparado.

Uno de los casos más claros de dinámica de estructuras termoconvectivas se observa en mezclas binarias, donde para el problema de Rayleigh-Bénard se obtienen como soluciones rollos oscilantes. Si además existe una interface con otro fluido y la tensión superficial pasa a jugar un papel en la convección, entonces son posibles soluciones de hexágonos que se desplazan en la dirección de uno de sus modos, como ocurre en el trabajo presentado recientemente por Bestehorn & Colinet [2000] en el que se resuelven por cálculo numérico en tres dimensiones las ecuaciones para la convección de Bénard-Marangoni en una mezcla binaria de fluidos isótopos. Como los autores señalan, dicha dinámica no había sido observada hasta entonces.

Sin embargo, la similitud entre los resultados de estos autores y los nuestros no es total, ya que en la dinámica aquí expuesta las estructuras no necesariamente se desplazaban en la dirección de uno de sus vectores de onda, puesto que, dada la gran

relación de aspecto que presenta la celda, existen regiones de estructuras con diferentes orientaciones, separadas por líneas de defectos, y moviéndose en direcciones similares. Otra diferencia, es la existencia de una cierta curvatura en las direcciones del movimiento, lo que, por otra parte, refuerza la situación que se acaba de describir.

El trabajo de Bestehorn & Colinet se publicó el 15 de octubre del 2000, dos meses después de que nosotros enviáramos a publicar una revisión (*review*) sobre convección térmica en CL [Salán & Bove, 2001] en la que se informa sobre el descubrimiento de este tipo de dinámica. Por ende, podemos afirmar que ambos grupos llegamos a obtener de forma paralela, sin conocimiento el uno del otro, sistemas convectivos que presentan dinámica de hexágonos, uno en el ámbito experimental y el otro a través del cálculo numérico.

Bestehorn & Colinet asocian el desplazamiento de las estructuras que obtienen en su trabajo a las condiciones de contorno periódicas que impusieron para el cálculo numérico, las cuales se traducen a nivel experimental en montajes rectangulares con una gran relación de aspecto como ocurre en el experimento aquí realizado. Para celdas circulares con CC fijas encuentran un proceso de creación y destrucción de estructuras y defectos en las paredes, con una dinámica circular que se reduce al acercarse al centro de la celda. Similar comportamiento observaron experimentalmente Eckert et al. [1998] en Bénard-Marangoni con una celda circular. En nuestro trabajo, se observa la creación y destrucción de estructuras y defectos en los bordes de la celda, lo cual es parecido a lo obtenido por Bestehorn & Colinet para celdas circulares con CC fijas, ya que las CC fijas representan más adecuadamente los procesos reales. Las CC periódicas eliminan los procesos complejos que ocurren en el borde de la celda, pero son necesarias para poder simular celdas con gran relación de aspecto por medio de las capacidades de cálculo asequibles actualmente, y es en este tipo de celda en la que se puede encontrar una dinámica.

Es interesante señalar que la similitud entre la convección en nemáticos homeótropos y una mezcla binaria es mayor que la descrita, ya que se han encontrado en una mezcla binaria inestabilidades convectivas cuando esta es calentada por arriba [Porta & Suko, 1998], situación que no se ha registrado con ningún otro fluido isótropo.

## 6.2 Dinámica de la Transición Hexágonos-Cuadrados

Se han registrado dos formas diferentes en que ocurre una transición de regiones de hexágonos a cuadrados en este experimento, estando ambos procesos asociados a la dinámica general en la celda. Un primer caso, ya señalado en **5.3**, es aquel en el que, según se aumenta  $\varepsilon$  para un  $H$  fijo, la densidad relativa de hexágonos-cuadrados  $S$  varía vía la creación de estructuras, por ejemplo cuadrados, en un borde de la celda, mientras que en el borde opuesto se destruyen hexágonos. Este mecanismo está asociado a la dinámica general existente que desplaza las estructuras a lo largo de toda la celda, provocando que constantemente se estén creando y destruyendo estructuras en los bordes. Este comportamiento se observa claramente en la serie de fotografías de la figura 6.1.

El otro mecanismo es debido a que las estructuras no se desplazan exactamente en línea recta, sino que hay regiones donde las trayectorias son curvilíneas; esta característica del movimiento genera que filas paralelas de hexágonos se muevan a velocidades ligeramente diferentes provocando la existencia de un defecto o dislocación. En la figura 6.9 se observa cómo dos filas de hexágonos bifurcan suavemente sus trayectorias de movimiento (las cuales son hacia la parte superior de la imagen) en la proximidad de una dislocación penta-hepta. Ese cambio en las trayectorias implica una muy ligera variación de velocidades entre dos filas de hexágonos adyacentes, lo que provoca que los lados contiguos se deformen, alargándose uno y acortándose el otro, hasta el punto de que este último lado termina desapareciendo, convirtiéndose las dos filas de hexágonos en dos filas de pentágonos. Este proceso se puede entender más claramente al observar la serie de fotografías de la figura 6.9 o el modelo geométrico elemental utilizado para representar esta transición de la figura 6.11. Ese proceso puede continuar en la medida en que aparezcan o se generen nuevas líneas o puntos de dislocación durante el movimiento general de las estructuras. Si el mecanismo descrito ocurre también entre una de las nuevas líneas de pentágonos y su adyacente línea de hexágonos los primeros se convierten en rectángulos, y los hexágonos transitan a pentágonos, propagándose entonces la frontera entre las dos regiones en la dirección perpendicular a la dinámica general.

Para el caso de la serie de fotografías de la figura 6.9 se realizó un estudio de los modos de Fourier de las mismas que se presenta en la figura 6.10. En las transformadas se aprecia cómo una imagen inicial que representa los modos para hexágonos se va transformando paulatinamente a otra con dos direcciones principales, asociada a estructuras en cuadrados. No obstante, todas las transformadas tienen modos secundarios, ya que en todos los fotogramas de la figura 6.9 coexisten varios tipos de estructuras, incluidos defectos. Para  $T=00$  h., donde existe un defecto hepta-penta que genera la bifurcación de la dirección de las filas de hexágonos, en la transformada se observan los modos para los hexágonos predominantes en la imagen junto con los modos, menos intensos, de los hexágonos girados. Para  $T=36$  h., en la imagen se observa que la dinámica eliminó el defecto, creando dos líneas de pentágonos que ya empiezan a transitar a rectángulos, y enderezando las filas exteriores de hexágonos. En la transformada de Fourier correspondiente se observa cómo la forma hexagonal de los modos se ha ido transformando en rectangular, manteniéndose la forma hexagonal en los modos exteriores. En  $T=84$  h. ya las estructuras dominantes son los rectángulos, y eso se refleja en su transformada, aunque sus modos siguen conviviendo con los modos de los hexágonos que los rodean. La transformación total de dichos rectángulos en cuadrados no se ha observado para esta región porque la región es pequeña y las condiciones impuestas por la frontera son muy fuertes, pero se observa cómo dicha frontera se ha ido curvando. Esta curvatura es esencial para la transformación a cuadrados, como se explica a continuación.

Se realizó un modelo geométrico sencillo para esquematizar este proceso de transformación, que se muestra en la figura 6.11. El lado de los rectángulos, generados por el modelo, paralelo a la frontera entre las estructuras tiene la misma longitud que la distancia entre los centros de los hexágonos  $L_{//}=d_H=\sqrt{3} L_H/2$ , donde  $L_H$  es el lado de un hexágono, mientras que el lado perpendicular a la frontera mide  $L_{\perp}=3L_H/2$ . Recordando la ec. (5.6)

$$\lambda_H = 2 \pi / k_H = 3 L_H / 2 = \sqrt{3} d_H / 2, \quad (6.1)$$

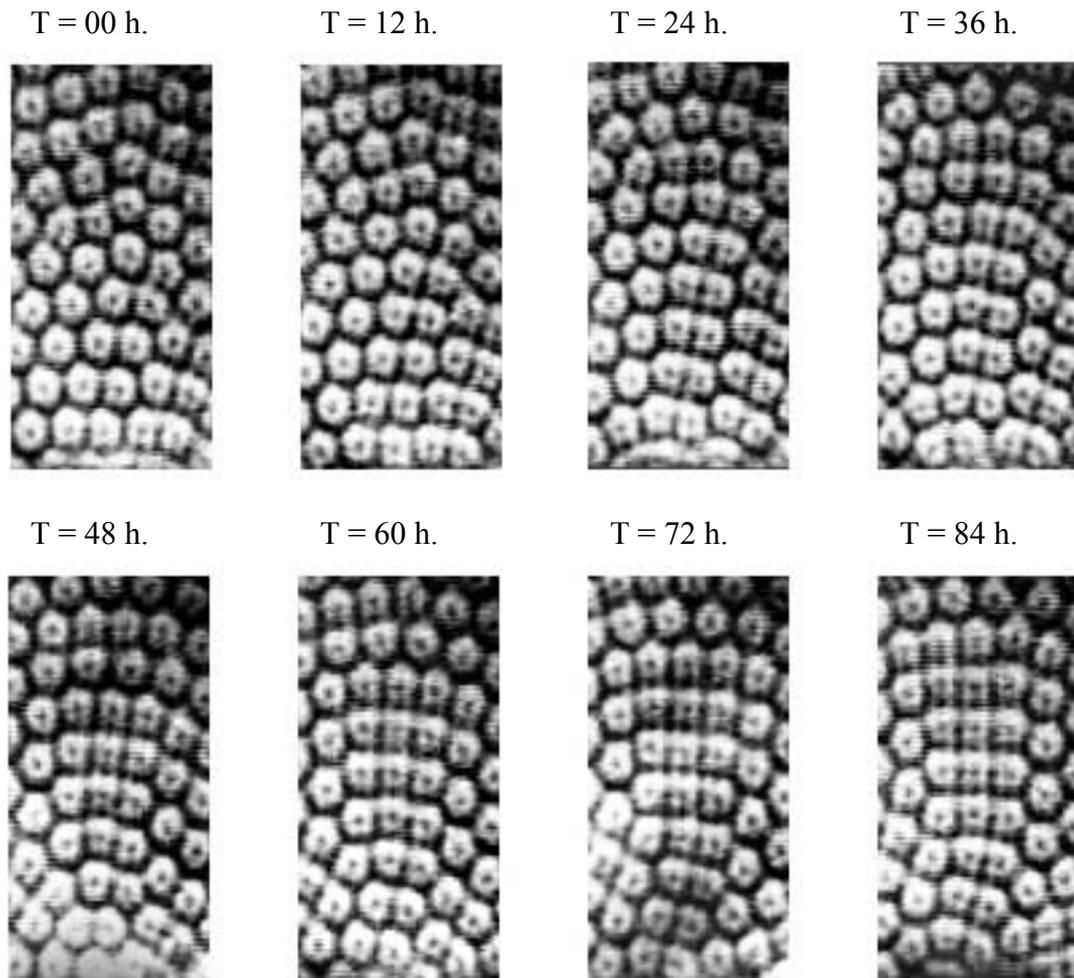


FIGURA 6.9: *Evolución de un área de hexágonos a una de cuadrados, con un estado intermedio de una línea de pentágonos. La secuencia de imágenes fue tomada cada 12 horas, con  $H=66 G$ ,  $\varepsilon=0,13$  y  $d=1 mm$ .*

se ve que la longitud de onda del rectángulo en la dirección perpendicular a la frontera es igual a la del hexágono. Además, por la ec. (5.8) queda claro que el área de este rectángulo ( $L_{\perp}L_{//}$ ) es igual al área de un hexágono. Cabe recordar que la longitud de onda típica de un cuadrado medida experimentalmente, dada en (5.7), tenía un valor similar a la de un hexágono, es decir, igual a  $L_{\perp}$ . Por ende, para transformar estos rectángulos en cuadrados es necesario comprimir el valor de  $L_{//}$  hasta que sea igual al de  $L_{\perp}$ . Esto comprime la base de los pentágonos, lo que genera una curvatura en la línea de la frontera. Este resultado está en concordancia con la dinámica general observada

donde las trayectorias de las estructuras son curvilíneas y, por lo que se ha dicho antes, localmente paralelas a la frontera de pentágonos.

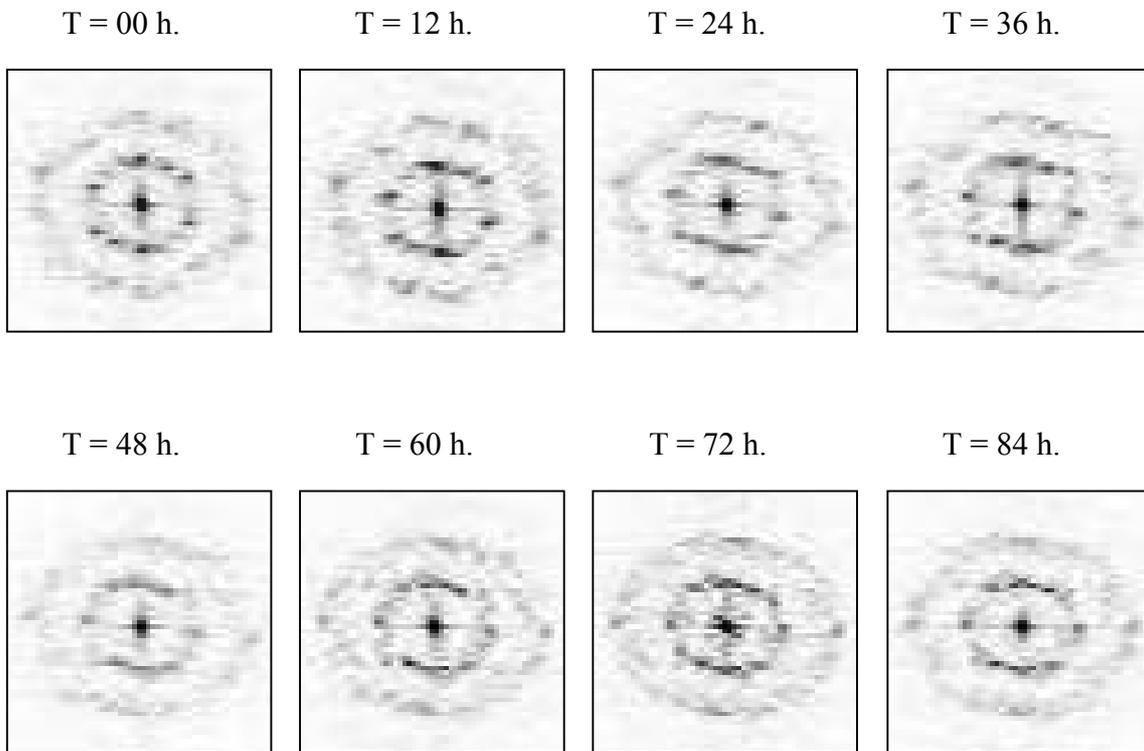


FIGURA 6.10: *Modos de Fourier para los fotogramas de la figura 6.9.*

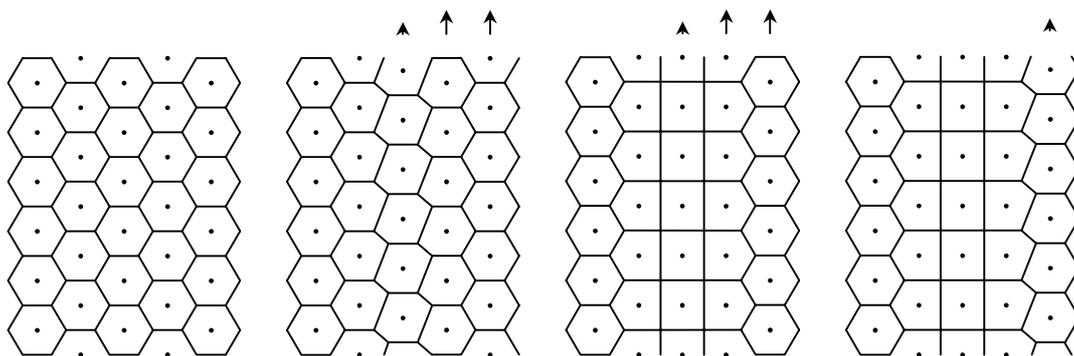


FIGURA 6.11: *Diseño geométrico esquemático para la evolución de una región de hexágonos a una de cuadrados producida por la diferencia de velocidades de filas adyacentes. La frontera entre dominios es de tipo I, y se puede observar la línea de pentágonos resultante.*

Los dos mecanismos observados por nosotros son similares a los observados por Nitschke & Thess [1995] en el primer trabajo experimental en el que se presentó, en isótropos, una transición de hexágonos a cuadrados para Bénard-Marangoni. Estos autores ven, en un caso, cómo se forman pentágonos alrededor de los cuales se van nucleando cuadrados y, en otro, cómo un frente de pentágonos avanza desde un borde transformando a su paso los hexágonos en cuadrados, aunque no centran la atención del trabajo en dichos mecanismos. Como no observan una dinámica general, les llama la atención que en el segundo caso el frente de pentágonos se mueva a través de la celda, y conjeturan que puede ser debido a un pequeño desajuste en la nivelación de la celda. Por otro lado, Kubstrup et al. [1996] estudiaron, a través de la ecuación Swift-Hohenberg, la transición de hexágonos a cuadrados debida a la propagación de un frente de pentágonos, observando su estabilidad si la frontera era de tipo I (ver 5.2.3). Aunque no nombran la existencia de una dinámica general de las estructuras acompañando la frontera, puede quedar implícita en el mecanismo. Eckert et al. [1998] vuelven a estudiar experimentalmente el problema, describiendo esta vez de forma más detallada la transición de hexágonos a cuadrados como resultado de nuclearse estos últimos entorno a defectos de pentágonos, describiendo un mecanismo similar al aquí descrito anteriormente y visualizado esquemáticamente en la figura 6.10; una descripción similar presentan Abou et al. [2000] pero en ferrofluidos. En un trabajo posterior, Eckert & Thess [1999] estudiaron el papel de los pentágonos en la convección térmica.

### 6.3 Dinámica de los Defectos

En la literatura se asocia la presencia de defectos con la posible existencia de una dinámica de las estructuras circundantes a los mismos [Cross & Hohenberg, 1993; Bestehorn & Collinet, 2000; Aranson & Kramer, 2002]. En nuestro caso, se estudió la dinámica de defectos puntuales en un entorno de zonas de transición hexágonos-cuadrados, encontrándose que, en la mayoría de los casos, los defectos tenían similar dinámica a la de su entorno, pero no se pudo inferir una dependencia entre la existencia

de un defecto y las características de la dinámica adyacente. Dicha situación se puede observar en las figuras 6.1 y 6.2, donde se puede seguir el movimiento de varios defectos a lo largo de las diferentes fotografías.

Sin embargo, en algunos casos, se registraron defectos puntuales que momentáneamente se desplazaban o se detenían mientras el resto de las estructuras giraba entorno a ellos, para luego continuar desplazándose con el resto del flujo o desaparecer.

En la figura 6.12 se muestra una secuencia de imágenes de una celda donde hay mayoritariamente hexágonos. Toda la secuencia corresponde a fotografías de un mismo experimento, con los parámetros  $\Delta T$  y  $H$  constantes, las cuales se tomaron cada 12 h.

En la figura 6.13, para las mismas fotografías de la figura 6.12, se han marcado con pares 'x-o' los defectos puntuales (o dislocaciones) tipo penta-hepta (PH). Estos defectos PH corresponden en el sistema subyacente de tres rollos a pares de dislocaciones, los cuales confluyen en un punto donde se nuclea el defecto PH. En las imágenes se han seleccionado dos regiones. En la primera, un grupo de defectos PH son vecinos, formando, en la primera imagen, lo que podría identificarse como *junta de grano*; esta línea de defectos PH separa inicialmente dos zonas de hexágonos con orientaciones distintas. En la segunda región hay un defecto PH aislado que tiene dos dislocaciones en dos de las tres líneas de rollos subyacentes a la estructura hexagonal.

En el primer caso la junta de grano se desplaza a una velocidad similar a la del conjunto de estructuras aunque, como se discutirá más adelante, su topología cambia en el tiempo. Es precisamente este cambio topológico lo que hace difícil seguir la dinámica de la línea de defectos PH, ya que, finalmente, esta desaparece, reorientándose las zonas de hexágonos, que pasa a formar una sola región con dos defectos PH aislados.

Distinto es el caso del defecto aislado PH de la segunda región. En las dos primeras fotografías, el defecto permanece fijo, aunque las estructuras de su entorno evolucionan cambiando suavemente la orientación de las dislocaciones de los rollos subyacentes. En la tercera fotografía, este defecto se ha movido, sin que el movimiento guarde una relación clara con la dinámica general.

En la secuencia de imágenes seleccionadas hay otras zonas de defectos cuya dinámica puede ser estudiada, pero los resultados son similares a los descritos.

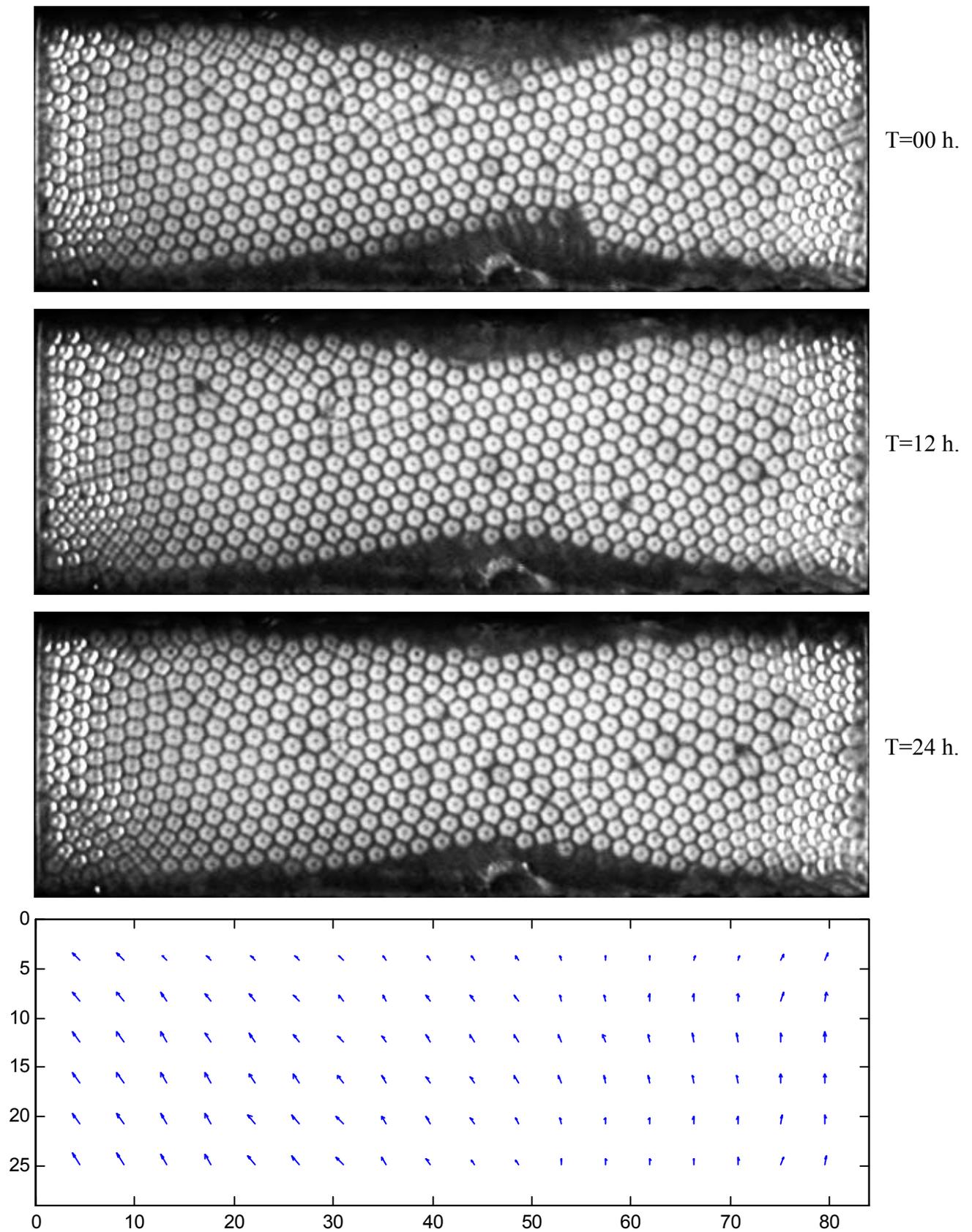


FIGURA 6.12: Serie de fotografías tomadas cada 12 h., para  $d=1$  mm,  $h=1,59$  y  $\varepsilon=0,06$ , y desplazamientos promedios correspondientes calculados para 12 h.

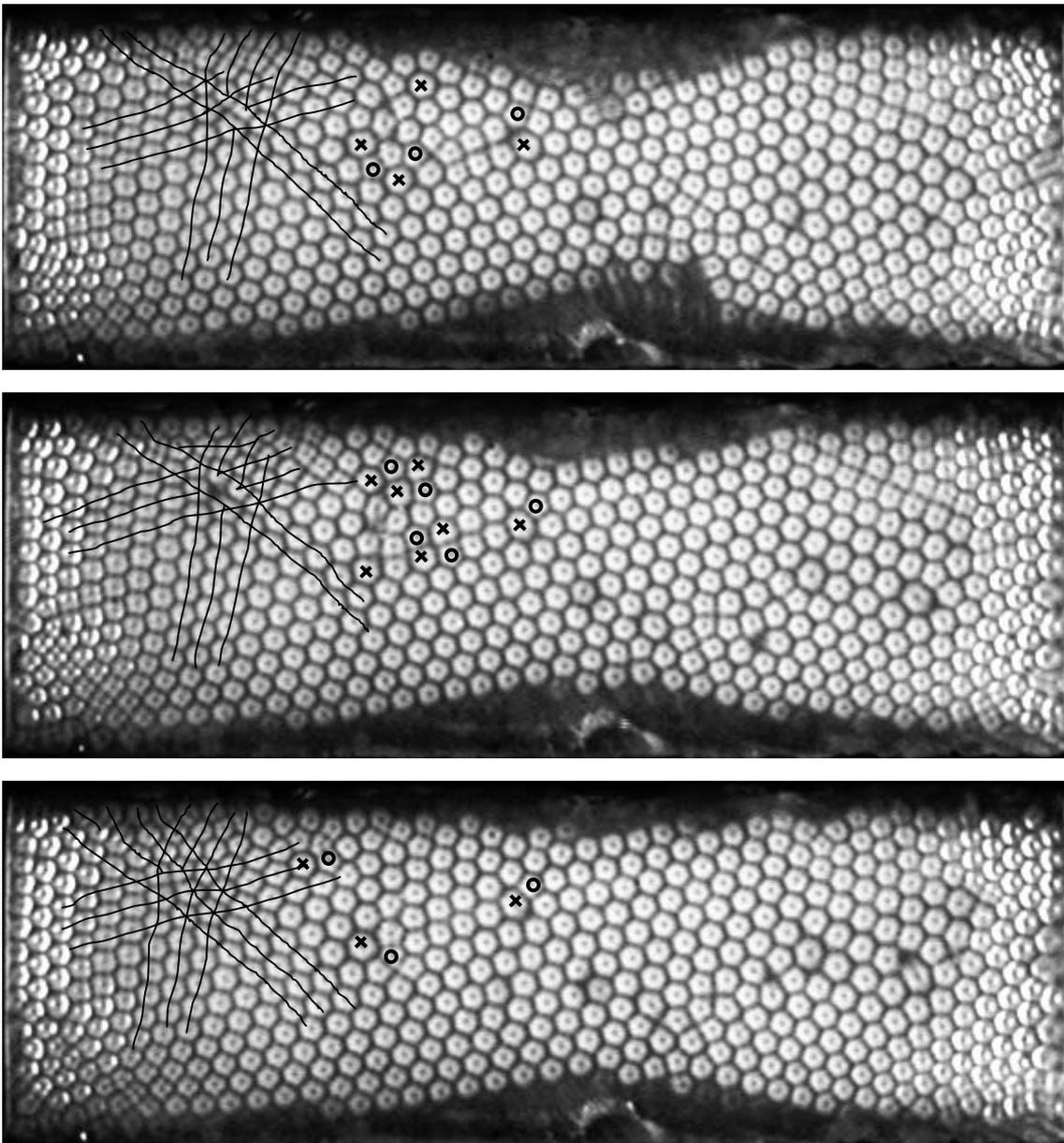


FIGURA 6.13: *Misma serie de fotografías que en la figura 6.12, en donde ahora se han marcado diferentes defectos. Se marcó con 'x' las estructuras hepta y con 'o' las penta en la región central de las fotografías. Además, en la parte izquierda de las fotografías se dibujaron las líneas de los rollos base de los hexágonos, mostrando un defecto puntual.*

De acuerdo con trabajos previos [Rabinovich & Tsimring, 1994; Tsimring, 1995 y 1996] el defecto PH aislado podría considerarse una dislocación del tipo (0,1,-1). En la teoría al respecto se obtiene, a partir de las ecuaciones para cada sistema de rollos tipo Newell-Whithead-Segel (ver por ejemplo Fauve [1998]), las siguientes ecuaciones de amplitud, que gobiernan los defectos:

$$\frac{\partial A_i}{\partial t} = \mu A_i + A_{i-1}^* A_{i+1}^* - (|A_i|^2 + \gamma |A_{i-1}|^2 + \gamma |A_{i+1}|^2) A_i + \hat{D}_i^2 A_i, \quad (6.2)$$

con

$$\hat{D}_i = \frac{\partial}{\partial X_i} - i \frac{\alpha}{2} \frac{\partial^2}{\partial Y_i^2}, \quad (6.3)$$

donde  $X_i$  y  $Y_i$  son coordenadas cartesianas adimensionalizadas ortogonal y paralelamente a los ejes de los rollos;  $\mu = \varepsilon / \alpha^2$ , donde  $\varepsilon$  es el parámetro de control de estado supercrítico y  $\alpha$  es un coeficiente de no linealidad cuadrática  $\alpha = O(\varepsilon^{1/2})$  que representa los efectos no-Boussinesq. Por último,  $\gamma$  es el cociente entre el coeficiente de interacción cúbico entre rollos de distinta orientación y el coeficiente cúbico de auto-interacción.

Con este sistema de ecuaciones y definiendo el denominado *Teorema de movilidad*<sup>xiv</sup> [Tsimring, 1996], se pueden considerar diversas geometrías de defectos en un sistema de hexágonos ‘no óptimos’ (debidos, por ejemplo, a pequeñas variaciones en los números de onda).

Para situaciones similares a las que se observan experimentalmente, la dirección del movimiento depende fuertemente de las posibles combinaciones de las correcciones a considerar en los números de onda. Así, como nuestros experimentos implican la existencia de una dinámica general de las estructuras, se puede formular la hipótesis, de acuerdo con los modelos descritos, de que pequeñas variaciones locales de los números de onda en la estructura hexagonal [Echebarría & Pérez-García, 1998] pueden hacer variar, no sólo en módulo sino también en dirección, el vector velocidad del defecto PH.

<sup>xiv</sup> El cálculo de este teorema es largo y tedioso, y no se desarrollará en esta memoria, ya que dicho cálculo no aportaría claridad a la discusión de resultados.

En nuestra situación experimental, no sólo cambia la posición del defecto PH de forma independiente a la dinámica general sino que, finalmente, también cambia su topología. Esto último está asociado probablemente al hecho de que un nuevo defecto PH está desarrollándose cerca del contorno lateral, lo que es coherente con lo que se discute a continuación.

Respecto a la zona donde existe una junta de grano, en los últimos años se han desarrollado modelos teóricos para estudiar las interacciones de defectos PH adyacentes, en la línea de los trabajos citados en el párrafo anterior.

Dos conclusiones se obtienen en consonancia con nuestros resultados. En primer lugar, aunque la interacción entre dos defectos PH sería de repulsión o atracción, los defectos no se mueven en la dirección que une ambos núcleos, sino que pueden seguir trayectorias complejas. En segundo lugar, dos defectos próximos o adyacentes no necesariamente colisionan para anularse sino que pueden dar lugar a otra dislocación tipo PH de diferente estructura topológica. Este último fenómeno se observa en la propagación de la zona de hexágonos señalada en la figura 6.13. En lugar de encontrar que un par PH se desplaza, se observa su reconversión a hexágonos para reaparecer el defecto en una línea próxima de hexágonos con una orientación algo distinta; no fue posible obtener una medida de velocidades de propagación de estos defectos, aunque sí se pudo ver que el conjunto de estructuras seguía una velocidad constante. Un resultado similar fue obtenido recientemente por Afechenko et al. [2001], aunque en su experimento no existe una dinámica general y por ende son los defectos, y no las estructuras, los que se mueven.

De hecho, un trabajo teórico reciente [Colinet et al., 2002] muestra cómo las interacciones entre defectos vecinos PH generan defectos en otras direcciones, y cómo de la recombinación de defectos y su movilidad se genera una estructura en hexágonos de orientación no necesariamente similar a la previa. En el estado actual, tanto experimental como teórico, de estas investigaciones, es difícil hacer un análisis diferente al análisis cualitativo aquí realizado.



## Capítulo 7

# CONVECCIÓN EN PLANO INCLINADO

---

Al estudiar las características principales de la dinámica de las estructuras, se intentó encontrar cuáles son las propiedades físicas de las que depende y/o a partir de las cuales se genera. Como se comentó en 6.3, es posible que los defectos en las estructuras generen el desplazamiento de las estructuras vecinas para poder acomodarse en la celda [Cross & Hohenberg, 1993]; pero para una celda con una relación de aspecto grande como esta y por ende con una gran cantidad de defectos, no parece razonable que esta sea una explicación suficiente por si sola para entender las dinámicas uniformes a lo largo de toda la celda que fueron observadas.

Así, en la búsqueda de otras propiedades que puedan generar la dinámica, se trató de ver si había alguna analogía entre nuestro caso y los casos de dinámicas observadas y estudiadas en convección térmica para fluidos isótropos. Una de estas dinámicas es la observada en los rollos termo-convectivos en celdas en plano inclinado [Daniels et al., 2000]. Pero en nuestro estudio de la convección térmica en una celda de CL inclinada, nunca antes realizado, la inclinación de la celda, además modificar la dirección y velocidad de las estructuras, generó un comportamiento singular al destruir los hexágonos y convertirlos en rollos, aún para ángulos de inclinación

extraordinariamente pequeños. Algo similar genera la aplicación de un campo magnético horizontal. Aunque ambos procesos sean físicamente diferentes, en los dos casos existe una fuerza horizontal, gravitatoria en un caso y magnética en el otro, que rompe la simetría en el plano  $xy$ , simetría necesaria para la existencia de hexágonos, y por ende, ambas fuerzas generan una transición hexágonos-rollos.

## 7.1 Resultados Experimentales

La celda fue inclinada, tanto respecto a el eje  $x$ , paralelo al lado más largo (casos **a**, cuando el ángulo de inclinación es de  $0,5^\circ$  y **b**, cuando el ángulo de inclinación es de  $1^\circ$ ), como respecto a el eje  $y$ , paralelo al lado más corto (casos **c**, cuando el ángulo de inclinación es de  $0,5^\circ$  y **d**, cuando el ángulo de inclinación es de  $1^\circ$ ). También se inclinó la celda respecto a una dirección arbitraria. Para las tres inclinaciones se encontró que la dinámica se modificó radicalmente. Para podernos referir de forma abreviada a las inclinaciones se define  $I_u$  como el ángulo de giro respecto a un eje  $u$  perpendicular al plano de giro.

Concretamente, para ángulos del orden de  $0,5$  grados, la dirección del movimiento de las estructuras tendía a ser perpendicular al eje de inclinación, y el sentido del movimiento era desde la parte más alta de la celda a la más baja.

Para las inclinaciones paralelas a ambos lados de la celda, se aumentó la inclinación hasta obtener una destrucción de las estructuras existentes y su transformación a rollos colineales con la dirección de la inclinación, o sea, perpendiculares al eje de inclinación. Dicha transformación ocurrió para inclinaciones de  $1,0$  grado en ambos casos. En la figura 7.2A se observan los rollos obtenidos en el caso **b** ( $I_x=1^\circ$ ) y en la figura 7.4A los obtenidos para el caso **d** ( $I_y=1^\circ$ ).

En ambos casos los rollos tienen una longitud de onda  $\lambda_R=2,08$ , algo mayor que la de cuadrados y hexágonos (ver (5.7) y (5.8)). Esto es lo que hace, que cuando las estructuras poligonales se transforman en rollos, exista un proceso de expansión de las estructuras originales conjuntamente con su transformación.

Estos rollos presentaban una dinámica particular. Se movían hacia un lado, pero no hacia el mismo todo el rollo, sino que se partía en trozos, moviéndose una parte de los rollos hacia la derecha, y otra parte hacia la izquierda. Cuando los rollos eran paralelos al lado más corto de la celda, o sea, en el caso **b**, su movimiento partía la celda prácticamente por la mitad, moviéndose los rollos de la parte inferior de la figura 7.2A hacia la derecha, y los de la parte superior hacia la izquierda. Nótese que la parte superior de la imagen coincide con la parte que está más alta en la celda debido a la inclinación. Para el caso **d** el comportamiento era similar, sólo que, al situarse los rollos paralelamente al lado más largo de la celda, estos se fracturan en varias partes, las cuales se mueven hacia un lado y hacia el otro alternativamente. Los movimientos se visualizan mejor en las figuras 7.2B y 7.4B, donde los vectores representan el promedio de las velocidades medias de las estructuras que pasan por el punto de aplicación de dicho vector, medidas en mm/día, correspondientes a los casos **b** y **d** respectivamente. Las figuras 7.1 y 7.3 representan la dinámica para los casos **a** ( $I_x=0,5^\circ$ ) y **c** ( $I_y=0,5^\circ$ ), equivalentes respectivamente a los casos **b** y **d** pero con ángulos de inclinación menores a los necesarios para la transformación hexágonos-rollos. En dichos casos, las estructuras existentes son todavía poligonales, y la dinámica es la descrita al principio del apartado.

Dado que para una celda horizontal de 1,0 mm de espesor la dinámica era principalmente lineal con una dirección de movimiento inicial aleatoria (caso **e**), se probó inclinar la celda de forma que se contrarrestara el movimiento. Para esa dinámica inicial sin inclinación de la celda, mostrada en la figura 7.5, se inclinó la celda  $-0,25^\circ$  respecto a un eje horizontal con componentes  $(-\text{sen}(26,6^\circ), \text{cos}(26,6^\circ))$ , ya que este es casi perpendicular a la dirección principal de la dinámica general. Esto produjo una reducción de las velocidades, como se observa en la figura 7.6 (caso **f**). Lo siguiente que se probó fue imponerle una dirección arbitraria a la dinámica. Para ello, esa misma celda se volvió a inclinar  $0,13^\circ$ , esta vez respecto a un eje con componentes  $(\text{sen}(26,6^\circ), \text{cos}(26,6^\circ))$ . El resultado fue que se logró imponer la dirección perpendicular al eje de giro como dirección del movimiento de las estructuras, como se refleja en la figura 7.7 (caso **g**).

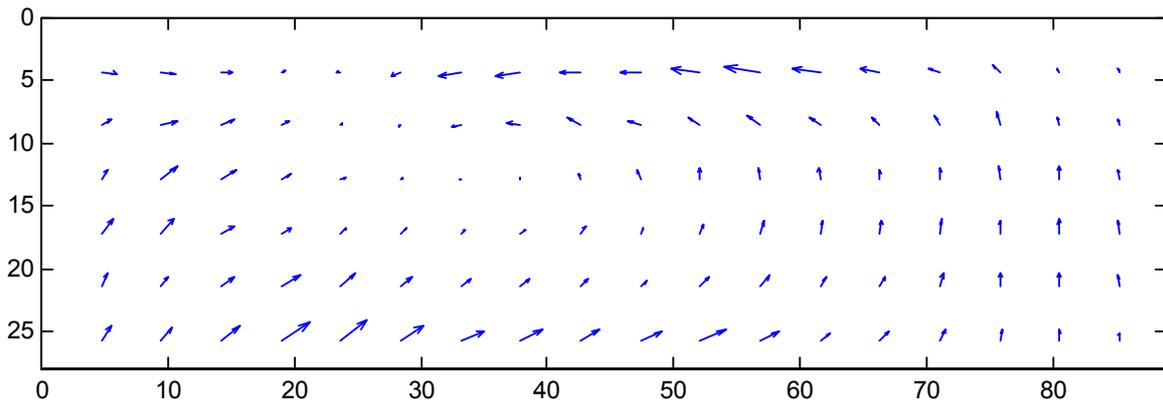


FIGURA 7.1: Los vectores representan las velocidades promedio medidas en mm/día para una celda inclinada respecto a un eje paralelo al lado más largo  $I_x=0,5^\circ$ , con  $H=0$ ,  $\varepsilon=0,7$  y  $d=0,8$  mm (caso **a**), donde las estructuras convectivas eran hexágonos y cuadrados.

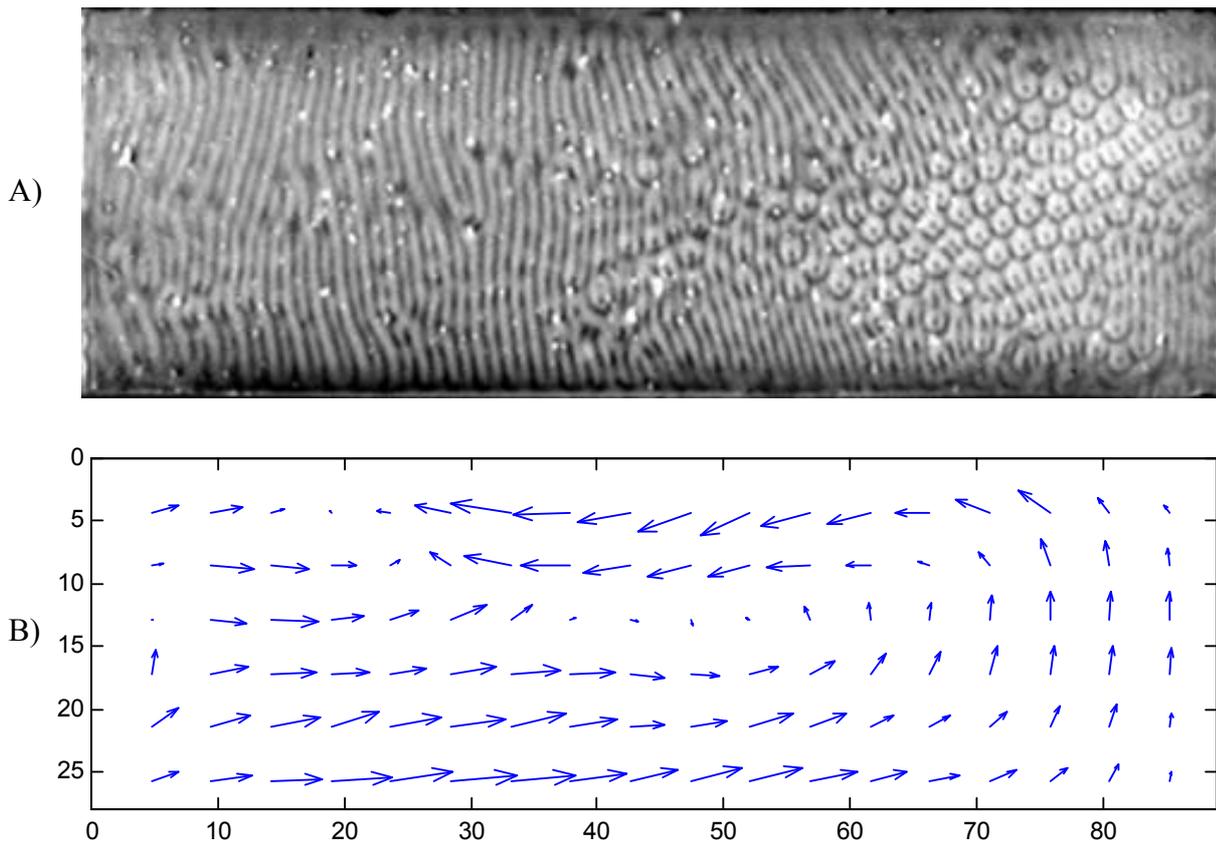


FIGURA 7.2: A) Rollos obtenidos al inclinar una celda respecto a un eje paralelo al lado más largo  $I_x=1,0^\circ$ , con  $H=0$ ,  $\varepsilon=0,7$  y  $d=0,8$  mm (caso **b**).

B) Los vectores representan las velocidades promedio medidas en mm/día para la imagen A).

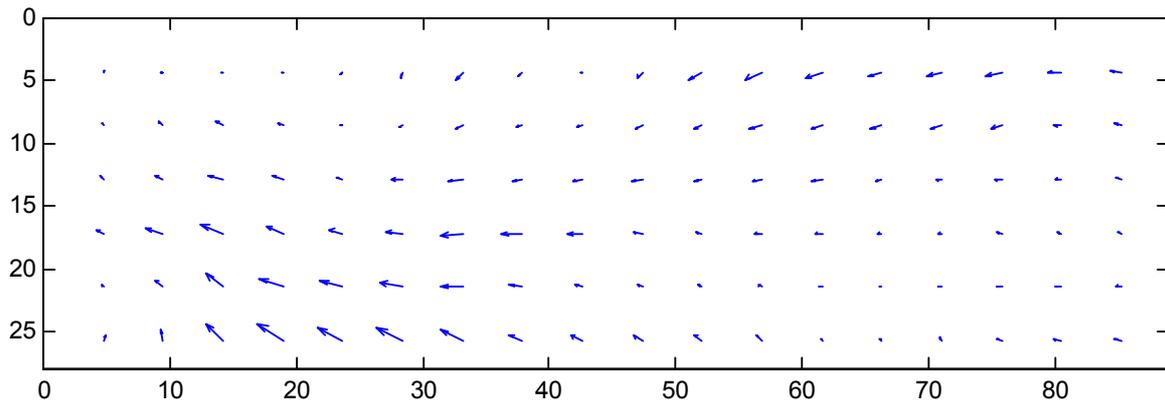


FIGURA 7.3: Los vectores representan las velocidades promedio medidas en mm/día para una celda inclinada respecto a un eje paralelo al lado más angosto  $I_y=0,5^\circ$ , con  $H=0$ ,  $\varepsilon=0,7$  y  $d=0,8$  mm (caso **c**), donde las estructuras convectivas eran hexágonos y cuadrados.

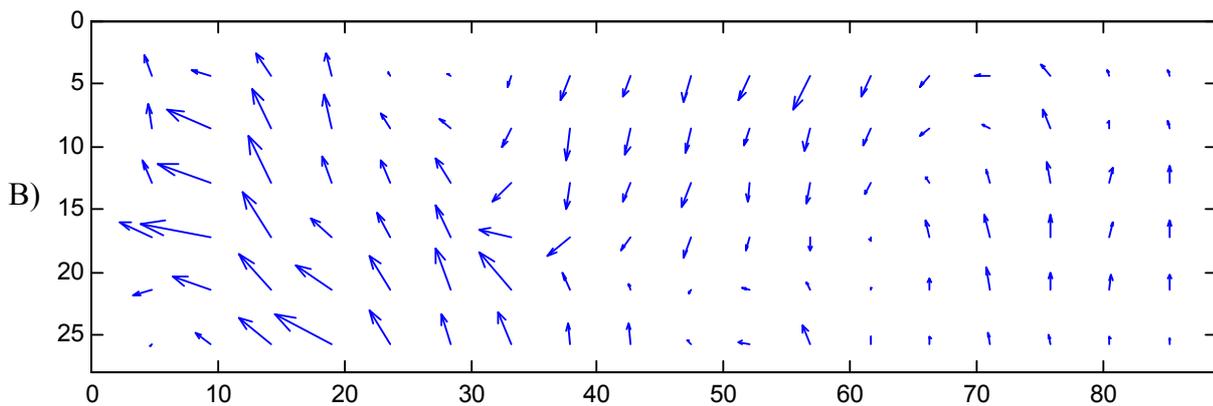
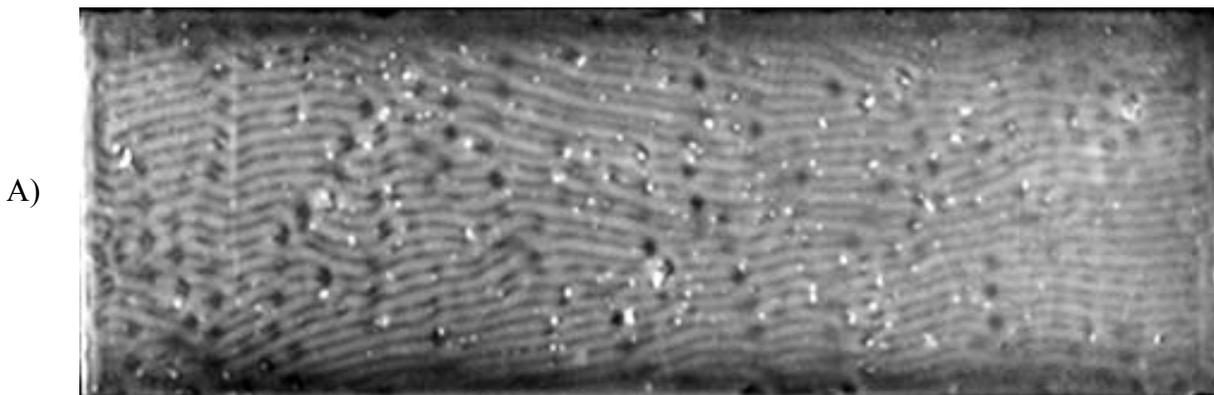


FIGURA 7.4: A) Rollos obtenidos al inclinar una celda respecto a un eje paralelo al lado más angosto  $I_y=1,0^\circ$ , con  $H=0$ ,  $\varepsilon=0,7$  y  $d=0,8$  mm (caso **d**).

B) Los vectores representan las velocidades promedio medidas en mm/día para la imagen A).

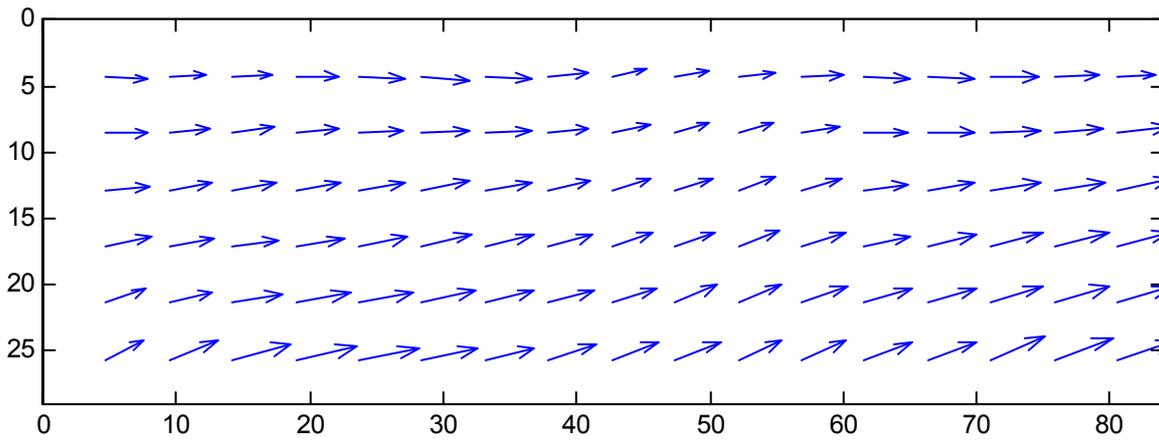


FIGURA 7.5: Velocidades promedios (mm/día) para una celda con  $d=1,0$  mm,  $h=1,07$  y  $\varepsilon=0,15$ . La inclinación es nula (caso **e**).

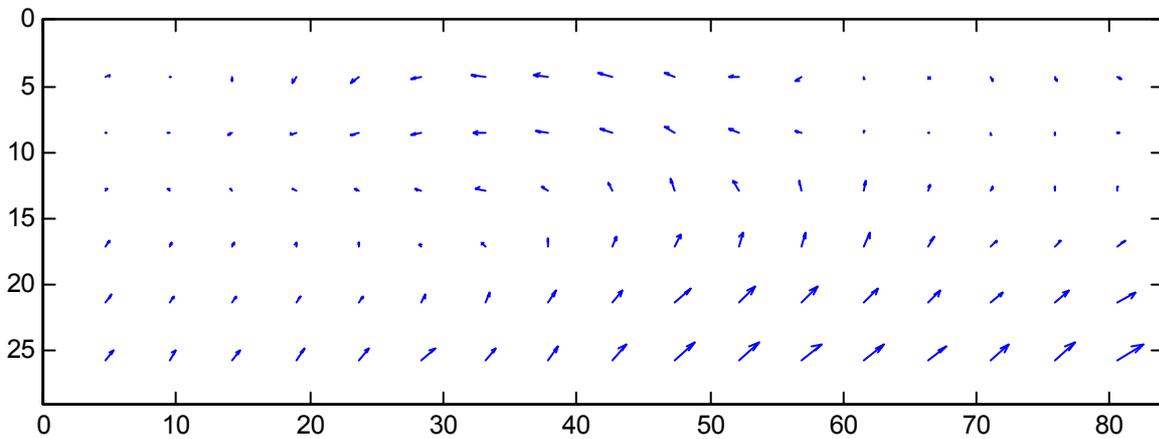


FIGURA 7.6: Velocidades promedios (mm/día) para una celda con  $d=1,0$  mm,  $h=1,07$  y  $\varepsilon=0,15$ .  $I_u=-0,25^\circ$ , con  $\mathbf{u}=(-\text{sen}(26,6^\circ), \text{cos}(26,6^\circ))$  (sube la esquina superior derecha) (caso **f**).

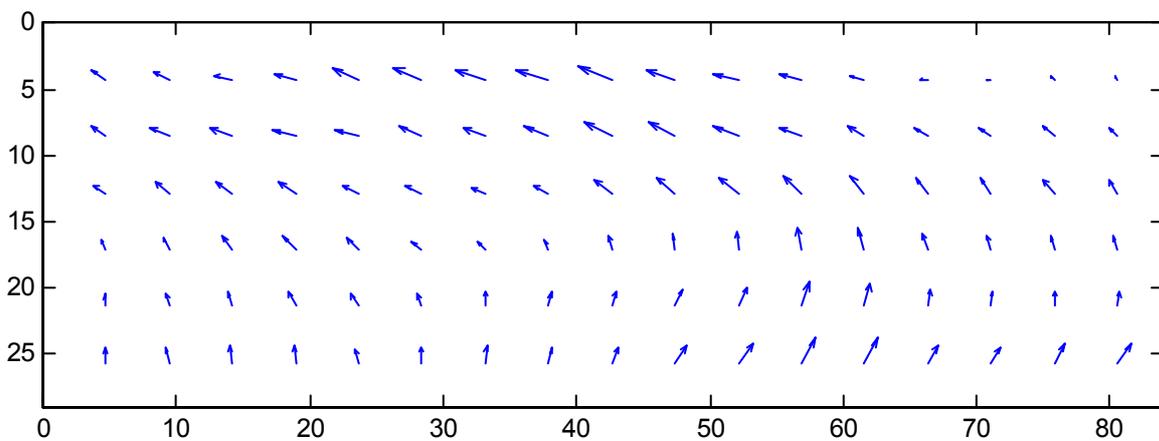


FIGURA 7.7: Velocidades promedios (mm/día) para una celda con  $d=1,0$  mm,  $h=1,07$  y  $\varepsilon=0,15$ .  $I_u=0,13^\circ$  sobre la inclinación del caso **f**, con  $\mathbf{u}=(\text{sen}(26,6^\circ), \text{cos}(26,6^\circ))$  (baja la esquina superior izquierda) (caso **g**).

En la tabla 7.1 se presentan las velocidades promedio de las estructuras en toda la celda, así como la velocidad máxima dentro de la misma, para todos los casos anteriores, junto con las desviaciones estándar de las mismas a modo de error.

TABLA 7.1: *Velocidades medias y máximas para los diferentes casos de inclinaciones estudiadas*

	Espesor (mm)	Ángulo	$(H/H_c)^2$	$\varepsilon$	v. media (mm/día)	error v. media	v. máx. (mm/día)	error v. máx.
a)	0,8	0,5	0,00	0,70	2,27	0,41	5,02	0,73
b)	0,8	1,0	0,00	0,70	5,23	0,71	9,97	0,58
c)	0,8	0,5	0,00	0,70	1,72	0,32	5,04	0,48
d)	0,8	1,0	0,00	0,70	3,81	0,62	11,20	1,28
e)	1,0	0,0	1,07	0,15	1,75	0,16	2,37	0,18
f)	1,0	-0,25	1,07	0,15	0,40	0,07	1,15	0,12
g)	1,0	+0,13	1,07	0,15	0,70	0,09	1,34	0,07

## 7.2 Comparación con Isótopos

No existe un comportamiento similar a éste en otros casos de convección térmica. Para la convección de Bénard-Marangoni o la convección para dos capas de fluidos en general, al inclinar la celda, como la interface permanece horizontal, la profundidad del fluido inferior deja de ser constante, y por ende el experimento pierde sentido. Para la convección de Rayleigh-Bénard en fluidos con viscosidad constante, al estar el fluido confinado entre dos superficies rígidas, ese problema no existe pero, como las únicas estructuras convectivas que se obtienen son rollos, no se puede observar una transición de hexágonos a rollos como la aquí observada. Sin embargo, el comportamiento de los rollos varía fuertemente con la inclinación, lo que ha suscitado el interés de la comunidad científica, existiendo muchos trabajos sobre el tema. Para una

revisión de convección en Rayleigh-Bénard, con o sin inclinación, ver Bodenschatz et al. [2000].

En el caso de Rayleigh-Bénard con celdas inclinadas, el estado base no es sólo conductivo, sino que presenta también un flujo de larga longitud de onda en la dirección de la inclinación, el cual contribuye junto con la conducción a la inestabilidad convectiva. Utilizando el modelo y las definiciones introducidas en el capítulo 4, y siendo el eje  $x$  el eje de giro, el perfil de velocidades producido por el flujo, adimensional, del estado base para una celda inclinada respecto de la horizontal un ángulo  $\gamma$  es [Busse & Clever, 1992]:

$$u_y = R_a \left( z^3 - \frac{z}{4} \right) \frac{\text{sen}(\gamma)}{6}, \quad (7.1)$$

donde  $R_a$  es el número de Rayleigh definido en (4.10).

Una vez que comienza la convección, la orientación de los rollos en el umbral convectivo dependerá no sólo de la inclinación sino también del número de Prandtl, definido en (4.9). Para  $P_r > 0.25$  y ángulos menores a  $70^\circ$ , los rollos en el umbral convectivo se orientan paralelamente a la inclinación, como ocurre con los rollos aquí obtenidos. A medida que el ángulo aumenta, es necesaria una mayor diferencia de temperatura para obtener la convección; la forma en que varía el número de Rayleigh es  $R_a(\gamma) = R_a/\cos(\gamma)$ . Para valores mayores que un cierto ángulo crítico  $\gamma_c$ , que ronda los  $67^\circ$  dependiendo del número de Prandtl, empieza a pesar más la inestabilidad provocada por el flujo del estado base, y la primera convección pasa a ser en rollos transversales que no son estacionarios sino viajeros, lo cual contradiciendo la teoría [Daniels et al., 2000]. A temperaturas mayores que el umbral convectivo, los rollos se desestabilizan apareciendo toda una variedad de fenómenos no lineales como estructuras en zig-zag, defectos que viajan por la celda, o incluso caos espacio-temporal [Daniels et al., 2000].

Sería interesante poder estudiar experimentalmente el problema de Rayleigh-Bénard en una celda inclinada con un fluido cuya viscosidad dependiera de la temperatura, ya que en ese caso sí aparece una gama más rica de estructuras [White, 1988] y se podrían llegar a ver transiciones similares a las aquí obtenidas. El estudio teórico del umbral convectivo para rollos en este tipo de fluidos fue realizado por Chen

& Pearlstein [1989], pero no contemplan la posibilidad de hexágonos como solución. Esta necesitará un análisis más complejo de tipo cálculo perturbativo de las ecuaciones o cálculo numérico directo de las ecuaciones del fluido en 3D.

### 7.3 Modelo Lineal para CL

No resulta fácil analizar el comportamiento físico que existe detrás de estos resultados. Un estudio de las ecuaciones lineales (4.20)-(4.23) introduciendo las modificaciones que genera la inclinación no puede dar luz sobre el asunto, ya que de ellas no se puede desprender la existencia de hexágonos y, por ende, no se puede deducir la transformación hexágonos-rollos debida a la inclinación.

Existe sin embargo un comportamiento similar de la convección en CL con el que este el problema se puede comparar. Cuando en una celda como la aquí utilizada, calentando por arriba, se aplica un campo magnético horizontal, si este supera el campo crítico de Fredericksz, los hexágonos preexistentes se transforman en rollos alineados con el campo [Salán & Guyon, 1983]. Pero mientras en ese caso  $H_x$  actúa en la ecuación del momento angular (2.17), afectando directamente a las perturbaciones estacionarias del director, como se ve en la ec. (4.22), en nuestro caso una inclinación del vector gravitatorio  $\mathbf{g}$  (nótese que es lo mismo inclinar la celda que dejarla fija e inclinar la fuerza gravitatoria) actúa sobre la ecuación del momento lineal (2.13), introduciendo en el desarrollo lineal de las perturbaciones una nueva ecuación en la dirección de  $\mathbf{y}$  que no existía por considerarse perturbaciones en el plano  $\mathbf{xz}$ . Dicha ecuación, para el caso estacionario, es:

$$0 = -\frac{\partial P}{\partial y} + B \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} + \rho g \sin(\gamma), \quad (7.2)$$

donde B está definido en (4.25). De esta nueva ecuación se deduce, para el caso no perturbado, la solución para el flujo del estado base respecto a las velocidades según  $\mathbf{y}$ :

$$v_y = -\frac{\alpha\beta g}{B} \left( z^3 - d^2 \frac{z}{4} \right) \frac{\text{sen}(\gamma)}{6}, \quad (7.3)$$

la cual es similar a la de isótopos (7.1) sustituyendo la viscosidad  $\nu$  por  $B$ . Nótese que la ec. (7.1) se escribió en forma adimensional y la ec. (7.3) no. Así, al igual que con fluidos isótopos, el estado base no es sólo conductivo sino que presenta el perfil de velocidades (7.3).

Parte de la importancia de la inclinación es que esta rompe la simetría de revolución entorno al eje  $z$ , generando que ahora las direcciones  $x$  e  $y$  ya no sean indistintas y que, por tanto, los rollos se direccionen según  $y$ , no siendo ya esta una dirección arbitraria sino la dirección de la inclinación. Además, la inclinación obliga a introducir una perturbación del director en la dirección  $y$ , generando la siguiente ecuación para el caso estacionario:

$$0 = K_1 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + K_3 \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} - \alpha_2 \frac{\partial v_y}{\partial z}, \quad (7.4)$$

donde  $n_y = \xi(x, z)$ . Esta ecuación obliga a su vez a introducir una perturbación en la componente  $v_y$  de la velocidad.

Queda por analizar entonces el caso perturbado en los tres componentes de la velocidad y los tres del director, pues su volumen de términos genera que este caso sólo pueda ser entendido una vez se hayan resuelto las ecuaciones por cálculo numérico. Este es otro de los problemas en el que sería sumamente interesante poder resolver las ecuaciones fundamentales por cálculo numérico introduciendo la variación de la viscosidad con la temperatura, para poder determinar la estabilidad de los hexágonos y los rollos respecto al ángulo de inclinación de la celda.

## Capítulo 8

# CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

---

Del trabajo desarrollado a lo largo de esta tesis, se quiere resaltar los puntos más importantes, a modo de como conclusiones. Con estos resultados se logra desvelar algunos comportamientos novedosos de la dinámica termoconvectiva en CL nemáticos, agregando sin embargo nuevos interrogantes. Se pueden plantear pues diferentes líneas de acción para el futuro, a modo de perspectivas, en las que se debería trabajar tanto de forma experimental como teórica para poder arrojar luz sobre estos interrogantes.

### 8.1 Conclusiones

- Se mostró la existencia de tres estructuras termoconvectivas regulares claramente diferenciadas y se estudió la región de parámetros del problema donde existe cada

estructura. De ellas, los cuadrados, se reportaron para convección inversa en CL nemático por primera vez a lo largo de esta tesis.

- Se encontró que dichas estructuras dependen del campo  $H_z$ , observándose que este influye en la distancia  $\varepsilon$  al umbral para la cual cada estructura existe, así como en el porcentaje relativo de cuadrados  $S$  sobre el total de la celda. También se encontró que el número de defectos disminuía con  $H_z$ . Dichas dependencias no han sido analizadas hasta el día de hoy desde un punto de vista teórico.
- Se detectó una dinámica general de las estructuras que no había sido observada antes en CL. Se desarrollaron programas de análisis de imágenes que permitieron medir las velocidades de las estructuras, encontrando una dependencia de las velocidades con  $\Delta T$ , pero sin encontrar una variación significativa de estas con  $H_z$ .
- Se estudió la transición hexágonos-cuadrados, y se encontraron dos mecanismos de transición: por un lado, las nuevas estructuras se crean en los bordes de la celda para propagarse hacia su centro a través de la dinámica general; por otro lado, la dinámica en torno a defectos genera gradientes de velocidad en las estructuras, los cuales las deforman, transformando un tipo de estructura en otro.
- Se analizó la dinámica de los defectos, comparando nuestros resultados con modelos teóricos existentes al respecto, poniendo en evidencia la bondad de las predicciones teóricas.
- Se descubrió que al inclinar la celda con ángulos menores a 1 grado la dinámica de las estructuras cambiaba radicalmente para alinearse con la inclinación, aumentando la velocidad de las estructuras en el sentido de la inclinación. Esto puso en evidencia cómo pequeñas perturbaciones de las simetrías del problema condicionan fuertemente la geometría convectiva.
- Se encontró además que para ángulos de 1 grado las estructuras se transforman en rollos paralelos a la inclinación. Dichos rollos también presentaban una dinámica compleja que fue estudiada.
- Se analizó el modelo lineal de la nematodinámica, buscando la influencia de la inclinación sobre sus ecuaciones, y comparando esta influencia con la de un campo magnético horizontal, el cual también genera una transición de las estructuras hacia rollos, observándose que ambos procesos tienen un efecto diferente sobre las ecuaciones.

## 8.2 Perspectivas

- Una línea de continuación de los trabajos actuales debería ser intentar entender teóricamente el papel que juega el campo  $H$  sobre la hidrodinámica convectiva del CL.
- Quedan aspectos por estudiar más sistemáticamente en la transición hexágonos-cuadrados. Así, la dinámica general puesta en evidencia en esta tesis merecería una profundización experimental y teórica, en la cual se varíen los distintos parámetros del problema. Esto permitiría, en un futuro próximo, delimitar más precisamente los puntos críticos de transición para distintos valores del campos  $H_z$ .
- Seguramente un aumento en los espesores de las celdas convectivas daría un mayor rango en los parámetros  $\Delta T$  y  $H$  suficiente para explorar más profundamente aspectos aquí desarrollados, aunque dicho aumento dificultaría la obtención celdas grandes de CL con orientación homogénea en volumen, haciendo su montaje más complicado.
- Otra línea de trabajo futura debería ser el proseguir el estudio de la dinámica de defectos, asociada en este trabajo a la dinámica general de estructuras.
- Respecto a la transformación hexágonos-rollos provocada por la inclinación, se abre aquí una nueva línea de trabajo donde se pueden conseguir nuevos resultados teóricos, de simulación numérica y experimentales.



## REFERENCIAS

---

- ABOU, B., WESFREID, J. E. & ROUX, S. [2000] “The normal field instability in ferrofluids: hexagon-Square transition mechanism and wave number selection” *J. Fluid Mech.* **416**, pp. 217-237.
- AFENCHENKO, V. O., EZERSKY, A. B., NAZAROVSKY, A. V. & VELARDE, M. G. [2001] “Experimental evidence on the structure and evolution of the penta-hepta defect in hexagonal lattices due to Bénard-Marangoni convection” *Int. J. Bif. and Chaos* **11**, pp. 1261-1273.
- ALHERS, G. [1996] “Thermal convection in Liquid Crystals” in *Pattern Formation in Liquid Crystals*; Ed. A. Buka & L. Kramer (Springer-Verlag, N.Y.).
- ANDRIENKO, D., KURIOZ, YU., REZNIKOV, YU. & RESHETNYAK, V. [1997] “Surface driven transition in a nematic liquid crystal cell” *JETP* **85**, pp. 1119-1124.
- ARANSON, I. S. & KRAMER, L. [2002] “The world of the complex Ginzburg-Landau equation” *Rev. Modern Phys.* **74**, pp. 99-143.
- AUER, M., BUSSE, F. H. & CLEVER, R. M. [1995] “Three-dimensional convection driven by centrifugal buoyancy” *J. Fluid Mech.* **301**, pp. 371-382.
- BATCHELOR, G. K. [2000] *An Introduction to Fluid Dynamics*; Third Ed. (Cambridge University Press).
- BARRAT, P. J. [1989] “Bénard convection in Liquid Crystal” *Liquid Crystals* **4**, pp. 223-240.

- BARRAT, P. J. & SLOAN, D. [1976] “Thermal instabilities in Nematic Liquid Crystals” *J. Phys. A* **9**, pp. 1987-1998.
- BÉNARD, H. [1900a] “Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide. Première partie: description générale des phénomènes” *Rev. Gen. Sci. Pure Appl.* **11**, pp. 1261-1271.
- BÉNARD, H. [1900b] “Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide. Deuxième partie: procédés mécaniques et optiques d’examen lois numériques des phénomènes” *Rev. Gen. Sci. Pure Appl.* **11**, pp. 1309-1328.
- BERGE, L. I., ALHERS, G. & CANNELL, D. [1993] “Thermal convection in a Planar Nematic Liquid Crystal with a stabilizing magnetic field” *Phys. Rev. E* **48**, pp. R3236-R3239.
- BESTEHORN, M. [1996] “Square patterns in Bénard-Marangoni convection” *Phys. Rev. Lett.* **76**, pp. 46-49.
- BESTEHORN, M. & COLINET, P. [2000] “Bénard-Marangoni convection of a binary mixture as an example of an oscillatory bifurcation under strong symmetry-breaking effects” *Physica D* **145**, pp. 84-109.
- BODENSCHATZ, E., PESCH, W. & AHLERS, G. [2000] “Recent developments in Rayleigh-Bénard convection” *Annu. Rev. Fluid Mech.* **32**, pp. 709-778.
- BOVE, I., SALÁN, J. & FERNÁNDEZ, J. [2001] “Convective instabilities in Homeotropic Nematics: patterns and dynamical effects in nonlinear regimes” *Int. J. Bif. and Chaos* **11**, pp. 2751-2757.
- BRAGARD, J. & VELARDE, M. G. [1998] “Bénard-Marangoni convection: planforms and related theoretical predictions” *J. Fluid Mech.* **368**, pp. 165-194.
- BUSSE, F. H. [1967] “The stability of finite amplitude cellular convection and its relation to an extremum principle” *J. Fluid Mech.* **30**, pp. 625-649.
- BUSSE, F. H. [1978] “Non-linear properties of thermal convection” *Rep. Prog. Phys.* **41**, pp. 1929-1967.
- BUSSE, F. H. & CLEVER, R. M. [1992] “Three-dimensional convection in an inclined layer heated from below” *J. Eng. Math.* **26**, pp. 1-19.
- BUSSE, F. H. & FRICK, H. [1985] “Square-pattern convection in fluids with strongly temperature-dependent viscosity” *J. Fluid Mech.* **150**, pp. 451-465.

- 
- CERISIER, P., JAMOND, C., PANTALONI, J. & PEREZ-GARCIA, C. [1987] “Stability of roll and hexagonal patterns in Bénard-Marangoni convection” *Phys. Fluids* **30**, pp. 954-959.
- CHANDRASEKHAR, S. [1961] *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability* (Clarendon Press, Oxford).
- CHANDRASEKHAR, S. [1992] *Liquid Crystals*; Second Ed. (Cambridge University Press).
- CHEN, Y.-M. & PEARSTEIN, A. J. [1989] “Stability of free-convection flows of variable-viscosity fluids in vertical and inclined slots” *J. Fluid Mech.* **198**, pp. 513-541.
- COLINET, P., NEPOMNYASHCHY, A. A. & LEGROS, C. [2002] “Multiplication of defects in hexagonal patterns” *Europhys. Lett.* **57**, pp. 480-486.
- CROSS, M. C. & HOHENBERG, P. C. [1993] “Pattern formation outside of equilibrium” *Rev. Modern Phys.* **65**, pp. 851-1112.
- DANIELS, K. E., PLAPP, B. B. & BODENSCHATZ, E. [2000] “Pattern formation in inclined layer convection” *Phys. Rev. Lett.* **84**, pp. 5320-5323.
- DE GENNES, P. G. & PROST, J. [1993] *The Physics of Liquid Crystals*; Second Ed. (Clarendon Press, Oxford).
- DUBOIS-VIOLETTE, E. [1971] “Instabilités hydrodynamiques d’un nématique soumis à un gradient thermique” *C. R. Acad. Sc. Paris* **B 273**, pp. 923-926.
- DUBOIS-VIOLETTE, E. [1974] “Determination of thermal instabilities thresholds for Homeotropic and Planar Nematic Liquid Crystal samples” *Solid State Comm.* **14**, pp. 767-771.
- DUBOIS-VIOLETTE, E., GUYON, E. & PIERANSKI, P. [1974] “Heat convection in a Nematic Liquid Crystal” *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **26**, pp. 193-212.
- ECHEBARRÍA, B. & PÉREZ-GARCÍA, C. [1998] “Phase instabilities in hexagonal patterns” *Europhys. Lett.* **43**, pp. 35-40.
- ECKERT, K., BESTEHORN, M. & TCESS, A [1998] “Square cells in surface-tension-driven Bénard convection: experiments and theory” *J. Fluid Mech.* **356**, pp 155-197.
- ECKERT, K. & TCESS, A. [1999] “Nonbound dislocations in hexagonal patterns: pentagon lines in surface tension driven Bénard convection” *Phys. Rev. E* **60**, pp. 4117-4124.

- ENGEL, A. & SWIFT, J. B. [2000] "Planform selection in two-layer Bénard-Marangoni convection" *Phys. Rev. E* **62**, pp. 6540-6553.
- FAUVE, S. [1998] "Pattern forming instabilities" in *Hydrodynamics and Nonlinear Instabilities*; Ed. C. Godrèche & P. Manneville (Cambridge University Press), pp. 387-492.
- FENG, Q. [1992] *Patterns and instabilities in Rayleigh-Bénard convection in Nematic Liquid Crystals* (Ph. D. Thesis, U. Bayreuth).
- FENG, Q., DECKER, W., PESCH, W. & KRAMER, L. [1992] "On the theory of Rayleigh-Bénard convection in Homeotropic Nematic Liquid Crystal". *J. Phys. II (France)* **2**, pp. 1303-1325.
- GABAY, M. [1981] *Etude de la thermodynamique des Verres de Spin dans le cadre du champ moyen et de phénomènes critiques dans les Cristaux Liquides et les Polymères* (Ph. D. Thesis, U. Paris-Sud, centre D'Orsay).
- GOLOVIN, A.A., NEPOMNYASHCHY, A.A. & PISMEN, L.M. [1997] "Nonlinear evolution and secondary instabilities of Marangoni convection in a liquid-gas system with deformable interface" *J. Fluid Mech.* **341**, pp. 317-341.
- GUYON, E. & PIERANSKI, P. [1972] "Étude expérimentale de la convection dans un film de Cristal Liquide Nématique" *C. R. Acad. Sc. Paris* **B 274**, pp. 656-658.
- GUYON, E., PIERANSKI, P. & SALÁN, J. [1979] "Overstability and inverted bifurcation in Homeotropic Nematics heated from below" *J. Fluid Mech.* **93**, pp. 65-79.
- JEU, W. H. DE [1980] *Physical Properties of Liquid Crystalline Materials* (Gordon & Breach, N.Y.).
- KRAMER, L. & PESCH, W. [1995] "Convection instabilities in Nematic Liquid Crystals" *Annu. Rev. Fluid Mech.* **27**, pp. 515-541.
- KUBSTRUP, C., HERRERO, H. & PÉREZ-GARCÍA, C. [1996] "Front between hexagons and squares in a generalized Swift-Hohenberg equation" *Phys. Rev. E* **54**, pp. 1560-1569.
- LE GAL, P. & CROQUETTE, V. [1988] "Appearance of a square pattern in a Rayleigh-Bénard experiment" *Phys. Fluids* **31**, pp. 3440-3442.
- LEKKERKERKER, H. [1977] "Oscillatory convective instabilities in Nematic Liquid Crystals" *J. Phys. (Paris)* **38**, pp. L277-L279.

- 
- MANNEVILLE, P. [1990] *Dissipative Structures and Weak Turbulence* (Acad. Press, N.Y.).
- NEPOMNYASHCHY, A. A., VELARDE, M. G. & COLINET, P. [2002] *Interfacial Phenomena and Convection* (Chapman & Hall/CRC).
- NITCHKE, K. & THESS, A [1995] “Secondary instability in surface tension driven Bénard convection” *Phys. Rev. E* **52**, pp. R5772-R5775.
- PIERANSKI, P., DUBOIS-VIOLETTE, E. & GUYON, E. [1973] “Heat convection in Liquid Crystals heated from above” *Phys. Rev. Lett.* **30**, pp. 736-740.
- PIKIN, S. & BLINOV, L. [1985] *Cristales Líquidos* (Mir, Moscú).
- PLAUT, E., PASTUR, L. & RIBOTTA, R. [1998] "Spatio-temporal patterns in the thermoconvection of a planar nematic layer: II. Experiments" *Eur. Phys. J. B* **5**, pp. 283-297.
- PLAUT, E. & PESCH, W. [1999] “Extended weakly nonlinear theory of Planar Nematic convection” *Phys. Rev. E* **59**, pp. 1747-1769.
- PLAUT, E. & RIBOTTA, R. [1998] "Spatio-temporal patterns in the thermoconvection of a planar nematic layer: I. Weakly nonlinear models" *Eur. Phys. J. B* **5**, pp. 265-281.
- PORTA, A. LA & SURKO, C. M. [2001] “Convective instability in a fluid mixture heated from above” *Phys. Rev. Lett.* **80**, pp. 3759-3762.
- PROCTOR, M. R. E. & MATTHEWS, P. C. [1996] “ $\sqrt{2}$ :1 Resonance in non-Boussinesq convection” *Physica D* **97**, pp. 229-241.
- RABINOVICH, M. I. & TSIMRING, L. S. [1994] “Dynamics of dislocations in hexagonal patterns” *Phys. Rev. E* **49**, pp. R35-R38.
- RAYLEIGH, L. [1916] “On convection currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the under side” *Phil. Mag.* **32**, pp. 529-546.
- REGNIER, V., DAUBY, P. C., PARMENTIER, P. & LEBON, G. [1997] “Square cells in gravitational and capillary thermoconvection” *Phys. Rev. E* **55**, pp. 6860-6865.
- SALÁN, J. [1981] *Inestabilidades termo-hidrodinámicas: efectos de flotación, tensión superficial y campos magnéticos en Líquidos Isótopos y Cristales Líquidos Nemáticos* (Tesis Doctoral, U. Nacional de Educación a Distancia).

- SALÁN, J. & BOVE, I. [2001] “Rayleigh-Bénard convective instabilities in Nematic Liquid Crystals” in *Space Time Chaos: Characterization, Control and Synchronization*; Ed. S. Boccaletti (World Scientific), pp. 137-156.
- SALÁN, J., FERNÁNDEZ, J., GONZALEZ, W. & SORIA, S. [1997] “Convective instabilities in Homeotropic Nematic Liquid Crystals: experimental results in thick layers” *Int. J. Bif. and Chaos* **7**, pp. 781-786.
- SALÁN, J. & GUYON, E. [1983] “Homeotropic Nematics heated from above under magnetic fields: convective thresholds and geometry” *J. Fluid Mech.* **126**, pp. 13-26.
- SCHATZ, M. F., VANHOOK, S. J., MOCORMICK, W. D., SWIFT, J. B. & SWINNEY, H. L. [1999] “Time-independent square patterns in surface-tension-driven Bénard convection” *Phys. Fluids* **11**, pp. 2577-2582.
- SWIFT, J. & HOHENBERG, P. C. [1977] “Hydrodynamic fluctuations at the convective instability” *Phys. Rev. A* **15**, pp. 319-328.
- THOMAS, L., PESCH, W. & ALHERS, G. [1998] “Rayleigh-Bénard convection in a Homeotropically aligned Nematic Liquid Crystal” *Phys. Rev. E* **58**, pp. 5885-5897.
- TOKARUK, W. A., MOLTENO, T. C. A. & MORRIS, S. W. [2000] “Bénard-Marangoni convection in two-layered liquids” *Phys. Rev. Lett.* **84**, pp. 3590-3593.
- TOMITA, H. & ABE, K. [2000] “Numerical simulation of pattern formation in the Bénard-Marangoni convection” *Phys. Fluids* **12**, pp. 1389-1400.
- TSIMRING, L. S. [1995] “Penta-hepta defect motion in hexagonal patterns” *Phys. Rev. Lett.* **74**, pp. 4201-4204.
- TSIMRING, L. S. [1996] “Dynamics of penta-hepta defects in hexagonal patterns” *Physica D* **89**, pp. 368-380.
- WHITE, D. B. [1988] “The planforms and onset of convection with a temperature-dependent viscosity” *J. Fluid Mech.* **191**, pp. 247-286.
- XI, H.-W., VIÑALS, J. & GUNTON, J. D. [1992] “Numerical study of pattern formation following a convective instability in non-Boussinesq fluids” *Phys. Rev. A* **46**, pp. R4483-R4486.