# Plano tangente. Versor normal. Orientacióin

Jana Rodriguez Hertz
Cálculo 3

IMERL

11 de abril de 2011

# puntos regulares

## definición (punto regular)

# puntos regulares

## definición (punto regular)

- $\Phi : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ diferenciable en $(u_0, v_0)$

# puntos regulares

## definición (punto regular)

- $\Phi : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ diferenciable en $(u_0, v_0)$
- $\Phi(u_0, v_0)$ punto regular de la superficie $\Phi(D)$

# puntos regulares

## definición (punto regular)

- $\Phi : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ diferenciable en $(u_0, v_0)$
- $\Phi(u_0, v_0)$ punto regular de la superficie $\Phi(D)$
- si

$$\Phi_u \wedge \Phi_v \neq \vec{0} \qquad \text{en} \quad (u_0, v_0)$$

# ejemplo

## ejemplo

# ejemplo

## ejemplo

- considerar

$$(\Phi)\begin{cases} x = u\cos v \\ y = u\sin v \\ z = u \end{cases}$$

# ejemplo

## ejemplo

- considerar

$$(\Phi)\begin{cases} x = u\cos v \\ y = u\sin v \\ z = u \end{cases}$$

- qué superficie representa?

# ejemplo

## ejemplo

- considerar

$$(\Phi)\begin{cases} x = u\cos v \\ y = u\sin v \\ z = u \end{cases}$$

- qué superficie representa?
- es diferenciable?

# ejemplo

## ejemplo

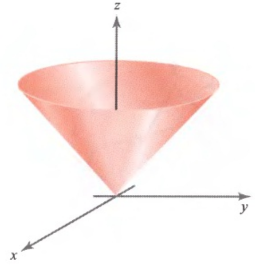
- considerar

$$(\Phi)\begin{cases} x = u\cos v \\ y = u\sin v \\ z = u \end{cases}$$

- qué superficie representa?
- es diferenciable?
- es regular?

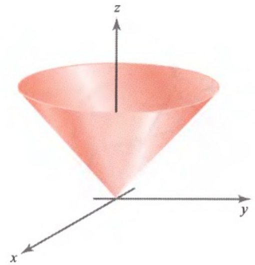
# ejemplo

## cono



# ejemplo

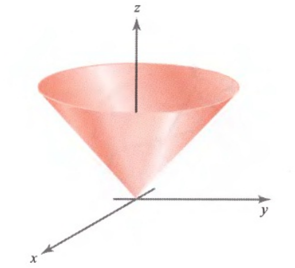
## cono




- 
- diferenciable

# ejemplo

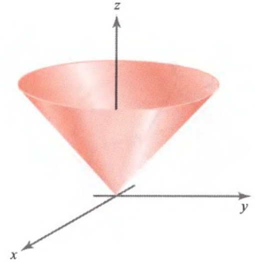
## cono




- 
- diferenciable $\surd$

# ejemplo

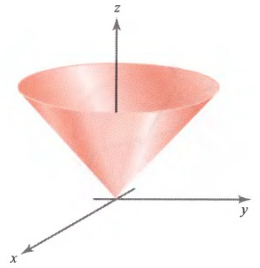
## cono




- 
- diferenciable $\surd$
- regular

# ejemplo

## cono

- 

- diferenciable $\surd$
- regular fuera de $(0, 0, 0)$

# versores normales

## definición (versor normal)

# versores normales

## definición (versor normal)

- $\Phi$ superficie paramétrica

# versores normales

## definición (versor normal)

- $\Phi$ superficie paramétrica
- regular en $(u_0, v_0)$

# versores normales

## definición (versor normal)

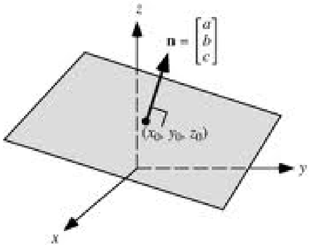
- $\Phi$ superficie paramétrica
- regular en $(u_0, v_0)$
- llamamos versores normales a los vectores $\vec{n}$ y $-\vec{n}$

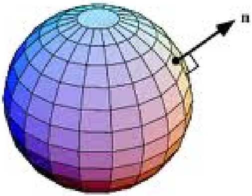
# versores normales

## definición (versor normal)

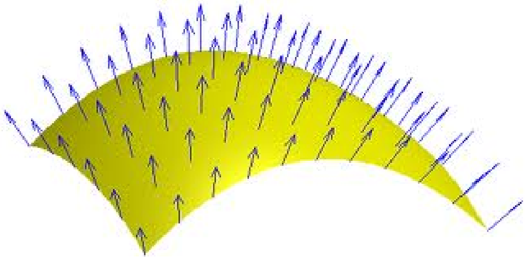
- $\Phi$ superficie paramétrica
- regular en $(u_0, v_0)$
- llamamos versores normales a los vectores $\vec{n}$ y $-\vec{n}$
- donde
$$\vec{n} = \frac{\Phi_u \wedge \Phi_v}{\|\Phi_u \wedge \Phi_v\|}$$

# vector normal



# vector normal



versor normal

# ejemplo

## ejemplo

versor normal

# ejemplo

## ejemplo

- $S$ superficie dada por el gráfico de una función diferenciable

# ejemplo

## ejemplo

- $S$ superficie dada por el gráfico de una función diferenciable
- $f : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

# ejemplo

## ejemplo

- $S$ superficie dada por el gráfico de una función diferenciable
- $f : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$
- $$(S)\begin{cases} x = u \\ y = v \\ z = f(u,v) \end{cases}$$

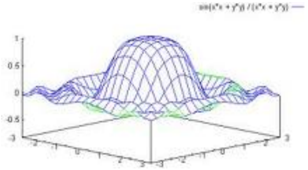
versor normal

# ejemplo

## ejemplo

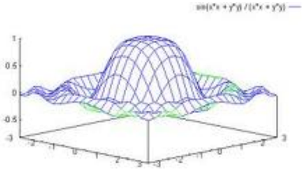
# ejemplo

## ejemplo

- 

# ejemplo

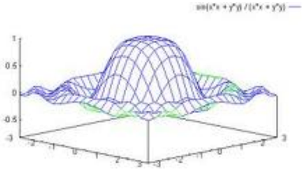
## ejemplo

- 

- $S$ es regular

# ejemplo

## ejemplo

- 
- $S$ es regular
- $$\vec{n} = \frac{(-f_u, -f_v, 1)}{\|(-f_u, -f_v, 1)\|}$$

# orientación

**definición (orientación)**

# orientación

## definición (orientación)

- $\Phi$ diferenciable y regular en $D$

# orientación

## definición (orientación)

- $\Phi$ diferenciable y regular en $D$
- orientación de $\Phi$

# orientación

## definición (orientación)

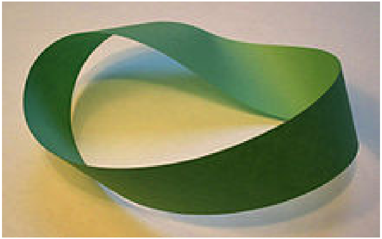
- $\Phi$ diferenciable y regular en $D$
- orientación de $\Phi$
- elección continua de $\vec{n}$ o $-\vec{n}$

# observación

- la banda de Moebius

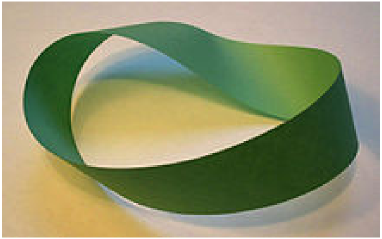
# observación

- la banda de Moebius



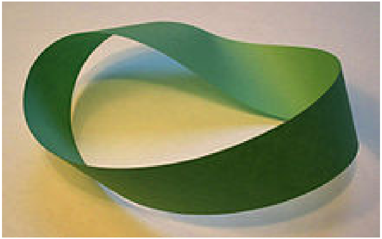
-

# observación

- la banda de Moebius
- 
- es una superficie no paramétrica

# observación

- la banda de Moebius

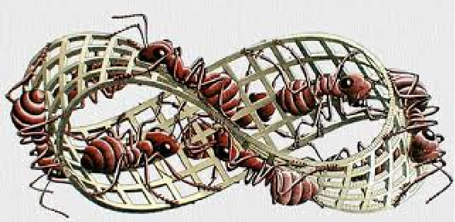


-
- es una superficie no paramétrica
- (se puede armar con 2 superficies paramétricas)

# observación

- la banda de Moebius no es orientable

# observación

- la banda de Moebius no es orientable
- 

# plano tangente

## definición (plano tangente)

# plano tangente

## definición (plano tangente)

- $\Phi$ regular en $(u_0, v_0)$

# plano tangente

## definición (plano tangente)

- $\Phi$ regular en $(u_0, v_0)$
- plano tangente a $\Phi(D)$ en $(u_0, v_0)$

# plano tangente

## definición (plano tangente)

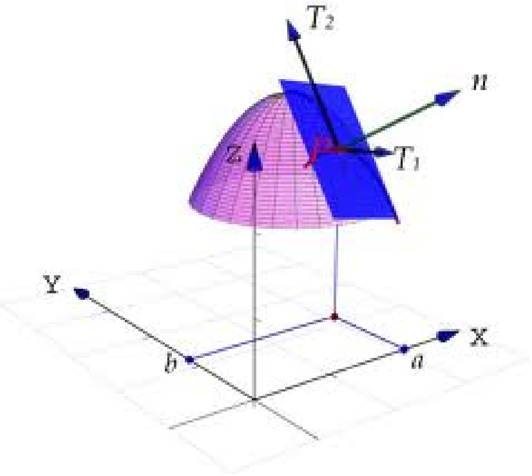
- $\Phi$ regular en $(u_0, v_0)$
- plano tangente a $\Phi(D)$ en $(u_0, v_0)$
- $$(x - x_0, y - y_0, z - z_0)\vec{n} = 0$$

# plano tangente

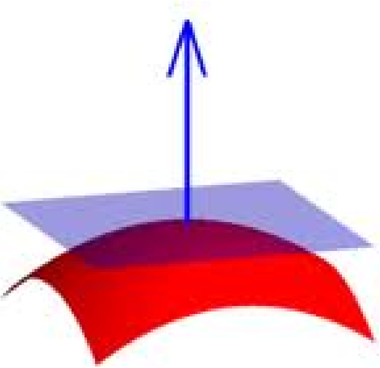
## definición (plano tangente)

- $\Phi$ regular en $(u_0, v_0)$
- plano tangente a $\Phi(D)$ en $(u_0, v_0)$
- $$(x - x_0, y - y_0, z - z_0)\vec{n} = 0$$
- donde $(x_0, y_0, z_0) = \Phi(u_0, v_0)$

# plano tangente



# plano tangente



# ejemplo

## ejemplo

# ejemplo

## ejemplo

- en el ejemplo de hoy

$$(S)\begin{cases} x = u \\ y = v \\ z = f(u,v) \end{cases}$$

# ejemplo

## ejemplo

- en el ejemplo de hoy

$$(S)\begin{cases} x = u \\ y = v \\ z = f(u, v) \end{cases}$$

- la ecuación del plano tangente en el punto $(u_0, v_0)$

# ejemplo

## ejemplo

- en el ejemplo de hoy

$$(S)\begin{cases} x = u \\ y = v \\ z = f(u,v) \end{cases}$$

- la ecuación del plano tangente en el punto $(u_0, v_0)$
- es

$$(x-u_0, y-v_0, z-f(u_0,v_0))(-f_u, -f_v, 1) = 0$$

# proposición

## proposición

# proposición

## proposición

- el plano tangente es el plano que pasa por $\Phi(u_0, v_0)$ generado por los vectores

$$\Phi_u \qquad \text{y} \qquad \Phi_v$$

# proposición

## proposición

- el plano tangente es el plano que pasa por $\Phi(u_0, v_0)$ generado por los vectores

$$\Phi_u \qquad \text{y} \qquad \Phi_v$$

- evaluados en $(u_0, v_0)$