Ley de Gauss

Jana Rodriguez Hertz
Cálculo 3

IMERL

30 de mayo de 2011

ley de Gauss

ley de Gauss

- S superficie cerrada en $\mathbb{R}^3$

ley de Gauss

ley de Gauss

- S superficie cerrada en $\mathbb{R}^3$
- entonces

ley de Gauss

ley de Gauss

- S superficie cerrada en $\mathbb{R}^3$
- entonces
- $$\iint_S \frac{\vec{r}}{r^3}.N\,dS = 0 \qquad \text{si} \quad \vec{0} \notin \text{int}\, S$$

ley de Gauss

ley de Gauss

- S superficie cerrada en $\mathbb{R}^3$
- entonces
- $$\iint_S \frac{\vec{r}}{r^3}.N\,dS = 0 \qquad \text{si} \quad \vec{0} \notin \operatorname{int} S$$
- $$\iint_S \frac{\vec{r}}{r^3}.N\,dS = 4\pi \qquad \text{si} \quad \vec{0} \in \operatorname{int} S$$

demostración

- $\vec{X} = \frac{\vec{r}}{r^3}$ es C^1 y div $\vec{X} \equiv 0$ en $\mathbb{R}^3 \setminus 0$

demostración

- $\vec{X} = \frac{\vec{r}}{r^3}$ es C^1 y div $\vec{X} \equiv 0$ en $\mathbb{R}^3 \setminus 0$
- en efecto, recordemos que:

demostración

- $\vec{X} = \frac{\vec{r}}{r^3}$ es C^1 y div $\vec{X} \equiv 0$ en $\mathbb{R}^3 \setminus 0$
- en efecto, recordemos que:
- $r_x = \frac{x}{r}$, $r_y = \frac{y}{r}$, $r_z = \frac{z}{r}$

demostración

- $\vec{X} = \frac{\vec{r}}{r^3}$ es C^1 y div $\vec{X} \equiv 0$ en $\mathbb{R}^3 \setminus 0$
- en efecto, recordemos que:
- $r_x = \frac{x}{r}$, $r_y = \frac{y}{r}$, $r_z = \frac{z}{r}$
- $\Rightarrow \left(\frac{x}{r^3}\right)_x =$

demostración

- $\vec{X} = \frac{\vec{r}}{r^3}$ es C^1 y div $\vec{X} \equiv 0$ en $\mathbb{R}^3 \setminus 0$
- en efecto, recordemos que:
- $r_x = \frac{x}{r}$, $r_y = \frac{y}{r}$, $r_z = \frac{z}{r}$
- $\Rightarrow \left(\frac{x}{r^3}\right)_x = \frac{r^3 - 3xr^2 r_x}{r^6}$

demostración

- $\vec{X} = \frac{\vec{r}}{r^3}$ es C^1 y div $\vec{X} \equiv 0$ en $\mathbb{R}^3 \setminus 0$
- en efecto, recordemos que:
- $r_x = \frac{x}{r}$, $r_y = \frac{y}{r}$, $r_z = \frac{z}{r}$
- $\Rightarrow \left(\frac{x}{r^3}\right)_x = \frac{r^3 - 3xr^2 r_x}{r^6} = \frac{r^2 - 3x^2}{r^5}$

demostración

- $\vec{X} = \frac{\vec{r}}{r^3}$ es C^1 y div $\vec{X} \equiv 0$ en $\mathbb{R}^3 \setminus 0$
- en efecto, recordemos que:
- $r_x = \frac{x}{r}$, $r_y = \frac{y}{r}$, $r_z = \frac{z}{r}$
- $\Rightarrow \left(\frac{x}{r^3}\right)_x = \frac{r^3 - 3xr^2 r_x}{r^6} = \frac{r^2 - 3x^2}{r^5}$
- div $\vec{X} = \frac{3r^2 - 3(x^2 + y^2 + z^2)}{r^5}$

demostración

- $\vec{X} = \frac{\vec{r}}{r^3}$ es C^1 y div $\vec{X} \equiv 0$ en $\mathbb{R}^3 \setminus 0$
- en efecto, recordemos que:
- $r_x = \frac{x}{r}$, $r_y = \frac{y}{r}$, $r_z = \frac{z}{r}$
- $\Rightarrow \left(\frac{x}{r^3}\right)_x = \frac{r^3 - 3xr^2 r_x}{r^6} = \frac{r^2 - 3x^2}{r^5}$
- div $\vec{X} = \frac{3r^2 - 3(x^2+y^2+z^2)}{r^5} = 0$

demostración

- supongamos S superficie cerrada tal que $\vec{0} \notin \operatorname{int} S$

demostración

- supongamos S superficie cerrada tal que $\vec{0} \notin \operatorname{int} S$
- entonces por Gauss:

demostración

- supongamos S superficie cerrada tal que $\vec{0} \notin \operatorname{int} S$
- entonces por Gauss:
- $$\iint_S \vec{X}.N\, dS = \iiint_{\operatorname{int} S} \operatorname{div} \vec{X}\, dV$$

demostración

- supongamos S superficie cerrada tal que $\vec{0} \notin \operatorname{int} S$
- entonces por Gauss:
- $$\iint_S \vec{X}.N\, dS = \iiint_{\operatorname{int} S} \operatorname{div} \vec{X}\, dV = 0$$

demostración

- supongamos S superficie cerrada tal que $\vec{0} \in \operatorname{int} S$

demostración

- supongamos S superficie cerrada tal que $\vec{0} \in \operatorname{int} S$
- y sea $\varepsilon > 0$ tal que $B_\varepsilon(0) \subset \operatorname{int} S$

demostración

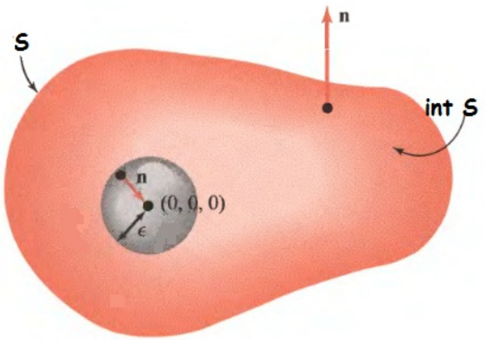
- supongamos S superficie cerrada tal que $\vec{0} \in \operatorname{int} S$
- y sea $\varepsilon > 0$ tal que $B_\varepsilon(0) \subset \operatorname{int} S$
- probaremos que

demostración

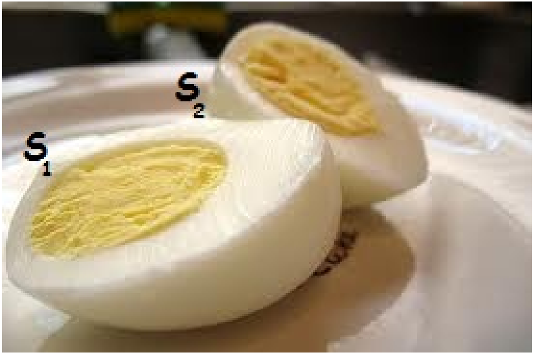
- supongamos S superficie cerrada tal que $\vec{0} \in \operatorname{int} S$
- y sea $\varepsilon > 0$ tal que $B_\varepsilon(0) \subset \operatorname{int} S$
- probaremos que

$$\iint_S \vec{X}.N\, dS = \iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \vec{X}.N\, dS$$

demostración

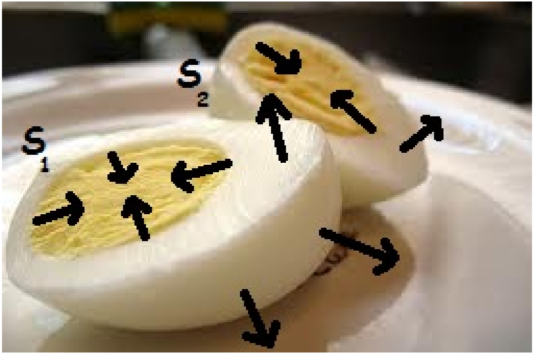


demostración



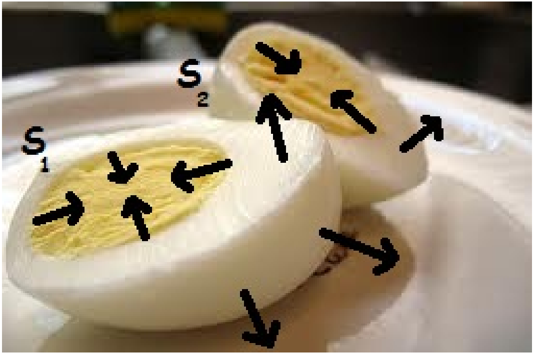
realizamos un corte

demostración



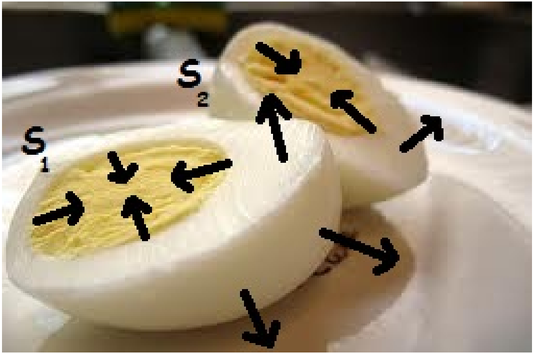
vectores normales

demostración



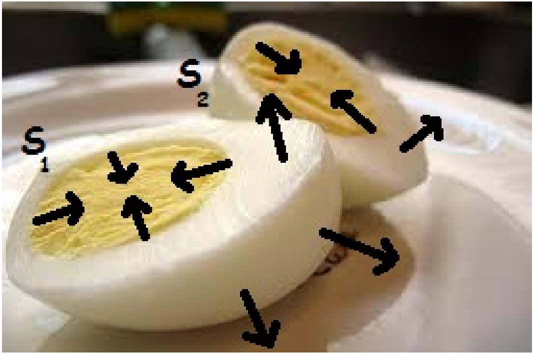
- x Gauss: $\iint_{S_1} \vec{X}.N\,dS = \iiint_{V_1} \operatorname{div} \vec{X}\,dV$

demostración



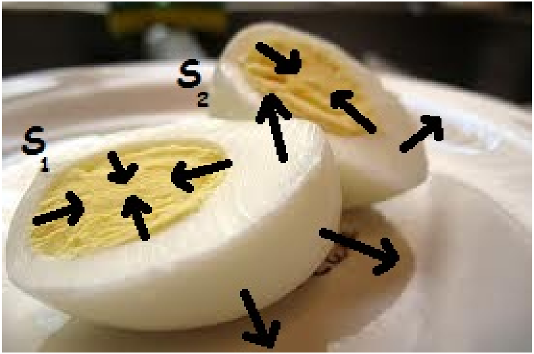
- x Gauss: $\iint_{S_1} \vec{X}.N\, dS = \iiint_{V_1} \operatorname{div} \vec{X}\, dV = 0$

demostración



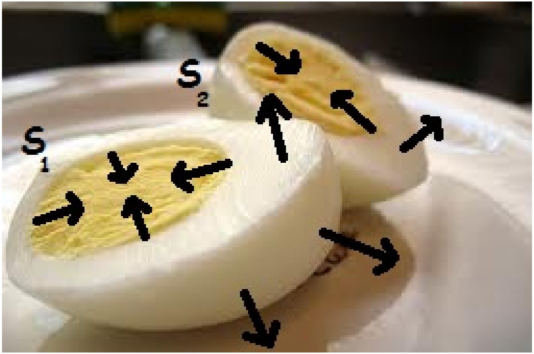
- x Gauss: $\iint_{S_1} \vec{X}.N\,dS = \iiint_{V_1} \text{div}\,\vec{X}\,dV = 0$
- $\iint_{S_2} \vec{X}.N\,dS = 0$

demostración



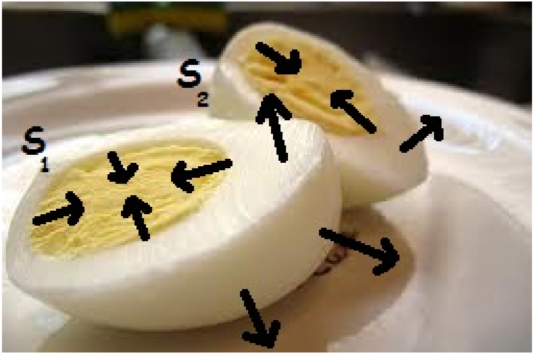
- x Gauss: $\iint_{S_1} \vec{X}.N\, dS = \iiint_{V_1} \operatorname{div} \vec{X}\, dV = 0$
- $\iint_{S_2} \vec{X}.N\, dS = 0$
- $\Rightarrow \iint_{S_1} \vec{X}.N\, dS + \iint_{S_2} \vec{X}.N\, dS = 0$

demostración



- $\iint_{S_1 \cup S_2} \vec{X}.N\, dS = \iint_{S \cup -\partial B_\varepsilon(0)} \vec{X}.N\, dS$

demostración



- $\iint_{S_1 \cup S_2} \vec{X}.N\, dS = \iint_{S \cup -\partial B_\varepsilon(0)} \vec{X}.N\, dS$
- $\Rightarrow \iint_S \vec{X}.N\, dS - \iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \vec{X}.N\, dS = 0$

demostración

- para finalizar, calculemos $\iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \vec{X}.N\, dS$

demostración

- para finalizar, calculemos $\iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \vec{X}.N\, dS$
- $\iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \frac{\vec{r}}{r^3}.N\, dS =$

demostración

- para finalizar, calculemos $\iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \vec{X}.N\, dS$
- $\iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \frac{\vec{r}}{r^3}.N\, dS =$
- $= \iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \frac{\vec{r}}{r^3}\frac{\vec{r}}{r}\, dS =$

demostración

- para finalizar, calculemos $\iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \vec{X}.N\, dS$
- $\iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \frac{\vec{r}}{r^3}.N\, dS =$
- $= \iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \frac{\vec{r}}{r^3}\frac{\vec{r}}{r}\, dS =$
- $= \iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon^4}\, dS =$

demostración

- para finalizar, calculemos $\iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \vec{X}.N\, dS$
- $\iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \frac{\vec{r}}{r^3}.N\, dS =$
- $= \iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \frac{\vec{r}}{r^3}\frac{\vec{r}}{r}\, dS =$
- $= \iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon^4}\, dS =$
- $= \frac{1}{\varepsilon^2} A(\partial B_\varepsilon(0)) =$

demostración

- para finalizar, calculemos $\iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \vec{X}.N\, dS$
- $\iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \frac{\vec{r}}{r^3}.N\, dS =$
- $= \iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \frac{\vec{r}}{r^3} \frac{\vec{r}}{r}\, dS =$
- $= \iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon^4}\, dS =$
- $= \frac{1}{\varepsilon^2} A(\partial B_\varepsilon(0)) =$
- $= \frac{1}{\varepsilon^2} 4\pi\varepsilon^2$

demostración

- para finalizar, calculemos $\iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \vec{X}.N\, dS$
- $\iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \frac{\vec{r}}{r^3}.N\, dS =$
- $= \iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \frac{\vec{r}}{r^3} \frac{\vec{r}}{r}\, dS =$
- $= \iint_{\partial B_\varepsilon(0)} \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon^4}\, dS =$
- $= \frac{1}{\varepsilon^2} A(\partial B_\varepsilon(0)) =$
- $= \frac{1}{\varepsilon^2} 4\pi\varepsilon^2$
- $\Rightarrow$

$$\iint_S \vec{X}.N\, dS = 4\pi$$

interpretación física

carga eléctrica

flujo eléctrico a través de la superficie

interpretación física

potencial de una carga puntual q en $\vec{0}$

$$\psi(x, y, z) = \frac{q}{4\pi r}$$

interpretación física

potencial de una carga puntual q en $\vec{0}$

$$\psi(x, y, z) = \frac{q}{4\pi r}$$

campo eléctrico correspondiente

$$\vec{E} = -\nabla\psi$$

interpretación física

potencial de una carga puntual q en $\vec{0}$

$$\psi(x, y, z) = \frac{q}{4\pi r}$$

campo eléctrico correspondiente

$$\vec{E} = -\nabla\psi = \frac{q}{4\pi}\frac{\vec{r}}{r^3}$$

interpretación física

- $\iint_S \vec{E}.N \, dS$ flujo eléctrico total saliente de S

interpretación física

- $\iint_S \vec{E}.N\, dS$ flujo eléctrico total saliente de S
- Ley de Gauss: $\iint_S \frac{\vec{r}}{r^3}.N\, dS = 4\pi$ si $0 \in \text{int}\, S$

interpretación física

- $\iint_S \vec{E}.N\,dS$ flujo eléctrico total saliente de S
- Ley de Gauss: $\iint_S \frac{\vec{r}}{r^3}.N\,dS = 4\pi$ si $0 \in \operatorname{int} S$
- Ley de Gauss: $\iint_S \frac{\vec{r}}{r^3}.N\,dS = 0$ si $0 \notin \operatorname{int} S$

interpretación física

- $\iint_S \vec{E}.N\, dS$ flujo eléctrico total saliente de S
- Ley de Gauss: $\iint_S \frac{\vec{r}}{r^3}.N\, dS = 4\pi$ si $0 \in \operatorname{int} S$
- Ley de Gauss: $\iint_S \frac{\vec{r}}{r^3}.N\, dS = 0$ si $0 \notin \operatorname{int} S$
- $\Rightarrow \iint_S \vec{E}.N\, dS = \iint_S \frac{q}{4\pi}\frac{\vec{r}}{r^3}.N\, dS$

interpretación física

- $\iint_S \vec{E}.N\,dS$ flujo eléctrico total saliente de S
- Ley de Gauss: $\iint_S \frac{\vec{r}}{r^3}.N\,dS = 4\pi$ si $0 \in \operatorname{int} S$
- Ley de Gauss: $\iint_S \frac{\vec{r}}{r^3}.N\,dS = 0$ si $0 \notin \operatorname{int} S$
- $\Rightarrow \iint_S \vec{E}.N\,dS = \iint_S \frac{q}{4\pi}\frac{\vec{r}}{r^3}.N\,dS = q.\chi(\operatorname{int} S)$

interpretación física

- $\iint_S \vec{E}.N\,dS$ flujo eléctrico total saliente de S
- Ley de Gauss: $\iint_S \frac{\vec{r}}{r^3}.N\,dS = 4\pi$ si $0 \in \text{int}\, S$
- Ley de Gauss: $\iint_S \frac{\vec{r}}{r^3}.N\,dS = 0$ si $0 \notin \text{int}\, S$
- $\Rightarrow \iint_S \vec{E}.N\,dS = \iint_S \frac{q}{4\pi}\frac{\vec{r}}{r^3}.N\,dS = q.\chi(\text{int}\, S)$

observación

aún en el caso $0 \notin \text{int}\, S$, el campo $\vec{E} \neq \vec{0}$, sin embargo el flujo a través de S es nulo.

interpretación física

- si tenemos una distribución de carga continua en int S

interpretación física

- si tenemos una distribución de carga continua en int S
- cuya densidad de carga es la función ρ

interpretación física

- si tenemos una distribución de carga continua en int S
- cuya densidad de carga es la función ρ
- entonces el campo eléctrico $\vec{E}$ se relaciona con ρ de esta manera:

interpretación física

- si tenemos una distribución de carga continua en int S
- cuya densidad de carga es la función ρ
- entonces el campo eléctrico $\vec{E}$ se relaciona con ρ de esta manera:

campo eléctrico - densidad de carga

$$\operatorname{div} \vec{E} = \rho$$

interpretación física

- si tenemos una distribución de carga continua en int S
- cuya densidad de carga es la función ρ
- entonces el campo eléctrico $\vec{E}$ se relaciona con ρ de esta manera:

campo eléctrico - densidad de carga

$$\operatorname{div} \vec{E} = \rho$$

- por el teorema de Gauss:

interpretación física

- si tenemos una distribución de carga continua en int S
- cuya densidad de carga es la función ρ
- entonces el campo eléctrico $\vec{E}$ se relaciona con ρ de esta manera:

campo eléctrico - densidad de carga

$$\operatorname{div} \vec{E} = \rho$$

- por el teorema de Gauss:

$$\iint_S \vec{E}.N\, dS = \iiint_{\text{int}\, S} \rho\, dV$$

interpretación física

- si tenemos una distribución de carga continua en int S
- cuya densidad de carga es la función ρ
- entonces el campo eléctrico $\vec{E}$ se relaciona con ρ de esta manera:

campo eléctrico - densidad de carga

$$\operatorname{div} \vec{E} = \rho$$

- por el teorema de Gauss:

$$\iint_S \vec{E}.N\, dS = \iiint_{\operatorname{int} S} \rho\, dV$$

interpretación física

- si tenemos una distribución de carga continua en int S
- cuya densidad de carga es la función ρ
- entonces el campo eléctrico $\vec{E}$ se relaciona con ρ de esta manera:

campo eléctrico - densidad de carga

$$\operatorname{div} \vec{E} = \rho$$

- por el teorema de Gauss:

$$\iint_S \vec{E}.N\, dS = \iiint_{\text{int } S} \rho\, dV = Q_{\text{total}}$$

interpretación física

carga total

carga total en el interior de una superficie=flujo saliente del campo eléctrico a través de la superficie

ecuación de Poisson

- ρ densidad de carga sobre un abierto W

ecuación de Poisson

- ρ densidad de carga sobre un abierto W
- potencial eléctrico en $\vec{x}$:

ecuación de Poisson

- ρ densidad de carga sobre un abierto W
- potencial eléctrico en $\vec{x}$:

potencial eléctrico

$$\psi(\vec{x}) = \iiint_W \frac{\rho(\vec{y})}{4\pi\|\vec{x}-\vec{y}\|}dV$$

ecuación de Poisson

probaremos primero:

fórmula

$$\iint_{\partial W} \nabla\psi . N\, dS = -\iiint_{W} \rho\, dV$$

ecuación de Poisson

- pot. el.: $\psi(\vec{x}) = \iiint_W \frac{\rho(\vec{y})}{\|\vec{x}-\vec{y}\|} dV(\vec{y})$

ecuación de Poisson

- pot. el.: $\psi(\vec{x}) = \iiint_W \frac{\rho(\vec{y})}{\|\vec{x}-\vec{y}\|} dV(\vec{y})$
- $\nabla\psi(\vec{x}) = \iiint_W \rho(\vec{y}).\nabla_{\vec{x}}(\frac{1}{\|\vec{x}-\vec{y}\|}) dV(\vec{y})$

ecuación de Poisson

- pot. el.: $\psi(\vec{x}) = \iiint_W \frac{\rho(\vec{y})}{\|\vec{x}-\vec{y}\|} dV(\vec{y})$
- $\nabla\psi(\vec{x}) = \iiint_W \rho(\vec{y}).\nabla_{\vec{x}}(\frac{1}{\|\vec{x}-\vec{y}\|}) dV(\vec{y})$
- $\nabla\psi(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi} \iiint_W \rho(\vec{y}) \frac{\vec{x}-\vec{y}}{\|\vec{x}-\vec{y}\|^3} dV(\vec{y})$

ecuación de Poisson

- pot. el.: $\psi(\vec{x}) = \iiint_W \frac{\rho(\vec{y})}{\|\vec{x}-\vec{y}\|} dV(\vec{y})$
- $\nabla\psi(\vec{x}) = \iiint_W \rho(\vec{y}).\nabla_{\vec{x}}(\frac{1}{\|\vec{x}-\vec{y}\|})dV(\vec{y})$
- $\nabla\psi(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi}\iiint_W \rho(\vec{y})\frac{\vec{x}-\vec{y}}{\|\vec{x}-\vec{y}\|^3} dV(\vec{y})$
- $\iint_{\partial W} \nabla\psi.N\, dS = -\frac{1}{4\pi}\iint_{\partial W}(\iiint_W \rho(\vec{y}\frac{\vec{x}-\vec{y}}{\|\vec{x}-\vec{y}\|^3} dV(\vec{y})))dS(\vec{x})$

ecuación de Poisson

- pot. el.: $\psi(\vec{x}) = \iiint_W \frac{\rho(\vec{y})}{\|\vec{x}-\vec{y}\|} dV(\vec{y})$
- $\nabla\psi(\vec{x}) = \iiint_W \rho(\vec{y}).\nabla_{\vec{x}}(\frac{1}{\|\vec{x}-\vec{y}\|})dV(\vec{y})$
- $\nabla\psi(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi}\iiint_W \rho(\vec{y})\frac{\vec{x}-\vec{y}}{\|\vec{x}-\vec{y}\|^3}dV(\vec{y})$
- $\iint_{\partial W} \nabla\psi.N\, dS = -\frac{1}{4\pi}\iint_{\partial W}(\iiint_W \rho(\vec{y}\frac{\vec{x}-\vec{y}}{\|\vec{x}-\vec{y}\|^3}dV(\vec{y})))dS(\vec{x})$
- usamos Fubini

ecuación de Poisson

- pot. el.: $\psi(\vec{x}) = \iiint_W \frac{\rho(\vec{y})}{\|\vec{x}-\vec{y}\|} dV(\vec{y})$
- $\nabla\psi(\vec{x}) = \iiint_W \rho(\vec{y}).\nabla_{\vec{x}}(\frac{1}{\|\vec{x}-\vec{y}\|})dV(\vec{y})$
- $\nabla\psi(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi} \iiint_W \rho(\vec{y})\frac{\vec{x}-\vec{y}}{\|\vec{x}-\vec{y}\|^3}dV(\vec{y})$
- $\iint_{\partial W} \nabla\psi.N\,dS = -\frac{1}{4\pi} \iint_{\partial W}(\iiint_W \rho(\vec{y}\frac{\vec{x}-\vec{y}}{\|\vec{x}-\vec{y}\|^3}dV(\vec{y})))dS(\vec{x})$
- usamos Fubini
- $\iint_{\partial W} \nabla\psi.NdS = -\iiint_W \frac{\rho((\vec{y}))}{4\pi}(\iint_{\partial W} \frac{\vec{x}-\vec{y}}{\|\vec{x}-\vec{y}\|^3}dS(\vec{x}))dV(\vec{y})$

ecuación de Poisson

- pot. el.: $\psi(\vec{x}) = \iiint_W \frac{\rho(\vec{y})}{\|\vec{x}-\vec{y}\|} dV(\vec{y})$
- $\nabla\psi(\vec{x}) = \iiint_W \rho(\vec{y}).\nabla_{\vec{x}}(\frac{1}{\|\vec{x}-\vec{y}\|})dV(\vec{y})$
- $\nabla\psi(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi} \iiint_W \rho(\vec{y})\frac{\vec{x}-\vec{y}}{\|\vec{x}-\vec{y}\|^3} dV(\vec{y})$
- $\iint_{\partial W} \nabla\psi.N\, dS = -\frac{1}{4\pi} \iint_{\partial W}(\iiint_W \rho(\vec{y}\frac{\vec{x}-\vec{y}}{\|\vec{x}-\vec{y}\|^3} dV(\vec{y})))dS(\vec{x})$
- usamos Fubini
- $\iint_{\partial W} \nabla\psi.NdS = -\iiint_W \frac{\rho((\vec{y}))}{4\pi}(\iint_{\partial W} \frac{\vec{x}-\vec{y}}{\|\vec{x}-\vec{y}\|^3} dS(\vec{x}))dV(\vec{y})$
- $\iint_{\partial W} \nabla\psi.N\, dS = -\iiint_W \rho\, dV$

ecuación de Poisson

- pot. el.: $\psi(\vec{x}) = \iiint_W \frac{\rho(\vec{y})}{\|\vec{x}-\vec{y}\|} dV(\vec{y})$
- $\nabla\psi(\vec{x}) = \iiint_W \rho(\vec{y}).\nabla_{\vec{x}}(\frac{1}{\|\vec{x}-\vec{y}\|}) dV(\vec{y})$
- $\nabla\psi(\vec{x}) = -\frac{1}{4\pi} \iiint_W \rho(\vec{y}) \frac{\vec{x}-\vec{y}}{\|\vec{x}-\vec{y}\|^3} dV(\vec{y})$
- $\iint_{\partial W} \nabla\psi.N\, dS = -\frac{1}{4\pi} \iint_{\partial W} (\iiint_W \rho(\vec{y} \frac{\vec{x}-\vec{y}}{\|\vec{x}-\vec{y}\|^3} dV(\vec{y})))dS(\vec{x})$
- usamos Fubini
- $\iint_{\partial W} \nabla\psi.NdS = -\iiint_W \frac{\rho(\vec{(y)})}{4\pi} (\iint_{\partial W} \frac{\vec{x}-\vec{y}}{\|\vec{x}-\vec{y}\|^3} dS(\vec{x}))dV(\vec{y})$
- $\iint_{\partial W} \nabla\psi.N\, dS = -\iiint_W \rho\, dV\ \surd$

ecuación de Poisson

ecuación de Poisson

$$\triangle\psi = -\rho$$

ecuación de Poisson

- fórmula anterior: $\iint_{\partial W} \nabla\psi . N\, dS = -\iiint_W \rho\, dV$

ecuación de Poisson

- fórmula anterior: $\iint_{\partial W} \nabla\psi.N\, dS = -\iiint_W \rho\, dV$
- Teo. Gauss: $\iint_{\partial W} \nabla\psi.N\, dS = \iiint_W \nabla^2\psi\, dV$

ecuación de Poisson

- fórmula anterior: $\iint_{\partial W} \nabla\psi . N \, dS = -\iiint_W \rho \, dV$
- Teo. Gauss: $\iint_{\partial W} \nabla\psi . N \, dS = \iiint_W \nabla^2 \psi \, dV$
- juntando: $\iiint_W \triangle\psi \, dV = -\iiint_W \rho \, dV$

ecuación de Poisson

- fórmula anterior: $\iint_{\partial W} \nabla\psi.N\,dS = -\iiint_W \rho\,dV$
- Teo. Gauss: $\iint_{\partial W} \nabla\psi.N\,dS = \iiint_W \nabla^2\psi\,dV$
- juntando: $\iiint_W \triangle\psi\,dV = -\iiint_W \rho\,dV$
- esto vale para todo abierto W

ecuación de Poisson

- fórmula anterior: $\iint_{\partial W} \nabla\psi . N \, dS = -\iiint_W \rho \, dV$
- Teo. Gauss: $\iint_{\partial W} \nabla\psi . N \, dS = \iiint_W \nabla^2\psi \, dV$
- juntando: $\iiint_W \triangle\psi \, dV = -\iiint_W \rho \, dV$
- esto vale para todo abierto W
- como $\triangle\psi$ y ρ son continuas

ecuación de Poisson

- fórmula anterior: $\iint_{\partial W} \nabla\psi.N\, dS = -\iiint_W \rho\, dV$
- Teo. Gauss: $\iint_{\partial W} \nabla\psi.N\, dS = \iiint_W \nabla^2\psi\, dV$
- juntando: $\iiint_W \triangle\psi\, dV = -\iiint_W \rho\, dV$
- esto vale para todo abierto W
- como $\triangle\psi$ y ρ son continuas
- por TVM para integrales:

ecuación de Poisson

- fórmula anterior: $\iint_{\partial W} \nabla\psi . N \, dS = -\iiint_W \rho \, dV$
- Teo. Gauss: $\iint_{\partial W} \nabla\psi . N \, dS = \iiint_W \nabla^2\psi \, dV$
- juntando: $\iiint_W \triangle\psi \, dV = -\iiint_W \rho \, dV$
- esto vale para todo abierto W
- como $\triangle\psi$ y ρ son continuas
- por TVM para integrales:
- $\triangle\psi = -\rho$