Ecuaciones de Maxwell

Jana Rodriguez Hertz
Cálculo 3

IMERL

2 de junio de 2011

ecuaciones de Maxwell

ecuaciones de Maxwell

conjunto de ecuaciones en derivadas parciales que describen los fenómenos electromagnéticos a nivel macroscópico

elementos

las cantidades dependen de (t, x, y, z)

- $\vec{E}$ campo eléctrico

elementos

las cantidades dependen de (t, x, y, z)

- $\vec{E}$ campo eléctrico
- ρ densidad de carga eléctrica

elementos

las cantidades dependen de (t, x, y, z)

- $\vec{E}$ campo eléctrico
- ρ densidad de carga eléctrica
- $\vec{H}$ densidad de flujo magnético o inducción magnética

elementos

las cantidades dependen de (t, x, y, z)

- $\vec{E}$ campo eléctrico
- ρ densidad de carga eléctrica
- $\vec{H}$ densidad de flujo magnético o inducción magnética
- $\vec{J}$ densidad de corriente

observación

observación

las ecuaciones que veremos pueden variar en algunas constantes, de acuerdo a las unidades de medida que se usen

ley de Gauss

ley de Gauss

$$\operatorname{div} \vec{E} = \rho$$

ley de Gauss

ley de Gauss

- relación entre el campo eléctrico y las cargas eléctricas que lo generan

ley de Gauss

ley de Gauss

- relación entre el campo eléctrico y las cargas eléctricas que lo generan
- el campo eléctrico se aleja de las cargas positivas y se dirige hacia las cargas negativas

ley de Gauss

forma integral

$$\iiint_V \operatorname{div} \vec{E}\, dV = \iiint_V \rho\, dV$$

ley de Gauss

forma integral

$$\iint_{\partial V} \vec{E}.N\, dS = \iiint_V \operatorname{div} \vec{E}\, dV = \iiint_V \rho\, dV$$

ley de Gauss

forma integral

$$\iint_{\partial V} \vec{E}.N\, dS = \iiint_V \operatorname{div} \vec{E}\, dV = \iiint_V \rho\, dV$$

forma integral

flujo del campo eléctrico a través de una superficie=carga encerrada por la superficie

ley de Gauss para magnetismo

ley de Gauss para campos magnéticos

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0$$

ley de Gauss para magnetismo

ley de Gauss para campos magnéticos

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0$$

ley de Gauss para campos magnéticos

no existen monopolos magnéticos

forma integral de la ley de Gauss para magnetismo

forma integral

$$\iiint_V \operatorname{div} \vec{H}\, dV = 0$$

forma integral de la ley de Gauss para magnetismo

forma integral

$$\iint_S \vec{H}.N\,dS = \iiint_V \operatorname{div}\vec{H}\,dV = 0$$

forma integral de la ley de Gauss para magnetismo

forma integral

$$\iint_S \vec{H}.N\, dS = \iiint_V \operatorname{div} \vec{H}\, dV = 0$$

no existencia de pozos o fuentes

ninguna superficie encierra un pozo o fuente

ley de Gauss para magnetismo

- no existe el equivalente magnético a una carga eléctrica

ley de Gauss para magnetismo

- no existe el equivalente magnético a una carga eléctrica
- la unidad magnética más pequeña es el dipolo magnético

ley de Gauss para magnetismo

- observar que div $\vec{H} \equiv 0$

ley de Gauss para magnetismo

- observar que div $\vec{H} \equiv 0$
- $\Rightarrow \vec{H}$ solenoidal

ley de Gauss para magnetismo

- observar que div $\vec{H} \equiv 0$
- $\Rightarrow \vec{H}$ solenoidal
- $\Rightarrow \vec{H}$ tiene un potencial vector

ley de Gauss para magnetismo

- observar que div $\vec{H} \equiv 0$
- $\Rightarrow \vec{H}$ solenoidal
- $\Rightarrow \vec{H}$ tiene un potencial vector
- $\vec{H} = \operatorname{rot} \vec{A}$

ley de Gauss para magnetismo

- $\vec{H} = \operatorname{rot} \vec{A}$

ley de Gauss para magnetismo

- $\vec{H} = \operatorname{rot} \vec{A}$
- $\vec{A}$ no es único

ley de Gauss para magnetismo

- $\vec{H} = \mathrm{rot}\,\vec{A}$
- $\vec{A}$ no es único
- para cualquier función $f(t, x, y, z)$ en C^2

ley de Gauss para magnetismo

- $\vec{H} = \operatorname{rot} \vec{A}$
- $\vec{A}$ no es único
- para cualquier función $f(t, x, y, z)$ en C^2
- $\vec{A} + \nabla f$ también es potencial vector de $\vec{H}$

ley de Gauss para magnetismo

- $\vec{H} = \operatorname{rot} \vec{A}$
- $\vec{A}$ no es único
- para cualquier función $f(t, x, y, z)$ en C^2
- $\vec{A} + \nabla f$ también es potencial vector de $\vec{H}$
- gauge freedom

ley de Faraday

ley de Faraday

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

ley de Faraday

ley de Faraday

$$\text{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

interpretación

el sentido de la corriente inducida compensa la variación de flujo magnético

forma integral de la ley de Faraday

forma integral

$$\iint_S \operatorname{rot} \vec{E}\, dS = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{H}\, dS$$

forma integral de la ley de Faraday

forma integral

$$\int_{\partial S} \vec{E}.N\,ds = \iint_S \operatorname{rot} \vec{E}\,dS = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{H}\,dS$$

forma integral de la ley de Faraday

forma integral

$$\int_{\partial S} \vec{E}.N\, ds = \iint_S \mathrm{rot}\, \vec{E}\, dS = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{H}\, dS$$

interpretación

el voltaje inducido en un circuito cerrado es proporcional a la rapidez con que cambia en el tiempo el flujo magnético a través de una superficie bordeada por el circuito

observación

observación

la existencia de un campo magnético que varía en el tiempo implica la existencia de un campo eléctrico

observación

- si el campo magnético no depende del tiempo

observación

- si el campo magnético no depende del tiempo
- entonces rot $\vec{E} = \vec{0}$

observación

- si el campo magnético no depende del tiempo
- entonces rot $\vec{E} = \vec{0}$
- $\Rightarrow \vec{E}$ es conservativo

observación

- si el campo magnético no depende del tiempo
- entonces rot $\vec{E} = \vec{0}$
- $\Rightarrow \vec{E}$ es conservativo
- tiene un potencial

observación

- si el campo magnético no depende del tiempo
- entonces rot $\vec{E} = \vec{0}$
- $\Rightarrow \vec{E}$ es conservativo
- tiene un potencial
- $\vec{E} = \nabla f$

ley de Ampère

ley de Ampère

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J}$$

ley de Ampère

ley de Ampère

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J}$$

interpretación

los campos magnéticos pueden ser generados de dos maneras:

ley de Ampère

ley de Ampère

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J}$$

interpretación

los campos magnéticos pueden ser generados de dos maneras:

1. por corriente eléctrica (ley de Ampère original)

ley de Ampère

ley de Ampère

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J}$$

interpretación

los campos magnéticos pueden ser generados de dos maneras:

1. por corriente eléctrica (ley de Ampère original)
2. por variación temporal en el campo eléctrico (corrección de Maxwell)

forma integral

forma integral de la ley de Ampère

$$\int_{\partial S} \vec{H} ds = \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{E}.N\, dS + \iint_S \vec{J}.N\, dS$$

ecuaciones de Maxwell

ecuaciones de Maxwell

1. Ley de Gauss: div $\vec{E} = \rho$

ecuaciones de Maxwell

ecuaciones de Maxwell

1. Ley de Gauss: div $\vec{E} = \rho$
2. Ley de Gauss para magnetismo: div $\vec{H} = 0$

ecuaciones de Maxwell

ecuaciones de Maxwell

1. Ley de Gauss: div $\vec{E} = \rho$
2. Ley de Gauss para magnetismo: div $\vec{H} = 0$
3. Ley de Faraday: rot $\vec{E} = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$

ecuaciones de Maxwell

ecuaciones de Maxwell

1. Ley de Gauss: div $\vec{E} = \rho$
2. Ley de Gauss para magnetismo: div $\vec{H} = 0$
3. Ley de Faraday: rot $\vec{E} = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$
4. Ley de Ampère: rot $\vec{H} = -\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J}$

ecuaciones de Maxwell en el vacío

en el vacío:

ecuaciones de Maxwell en el vacío

en el vacío:

- $\rho = 0$ carga eléctrica

ecuaciones de Maxwell en el vacío

en el vacío:

- $\rho = 0$ carga eléctrica
- $\vec{J} = \vec{0}$ densidad de corriente

ecuaciones de Maxwell en el vacío

ecuaciones de Maxwell en el vacío

- Ley de Gauss: div $\vec{E} = 0$

ecuaciones de Maxwell en el vacío

ecuaciones de Maxwell en el vacío

- Ley de Gauss: $\operatorname{div} \vec{E} = 0$
- Ley de Gauss para magnetismo: $\operatorname{div} \vec{H} = 0$

ecuaciones de Maxwell en el vacío

ecuaciones de Maxwell en el vacío

- Ley de Gauss: div $\vec{E} = 0$
- Ley de Gauss para magnetismo: div $\vec{H} = 0$
- Ley de Faraday: rot $\vec{E} = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$

ecuaciones de Maxwell en el vacío

ecuaciones de Maxwell en el vacío

- Ley de Gauss: div $\vec{E} = 0$
- Ley de Gauss para magnetismo: div $\vec{H} = 0$
- Ley de Faraday: rot $\vec{E} = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$
- Ley de Ampère: rot $\vec{H} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

observación

observación

- un cambio en el campo magnético genera un campo eléctrico

observación

observación

- un cambio en el campo magnético genera un campo eléctrico
- un cambio en el campo eléctrico genera un campo magnético