

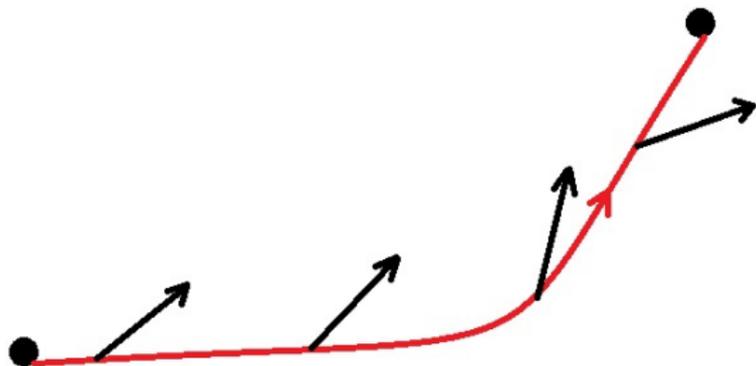
# Teorema fundamental para campos irrotacionales

Jana Rodriguez Hertz  
Cálculo 3

IMERL

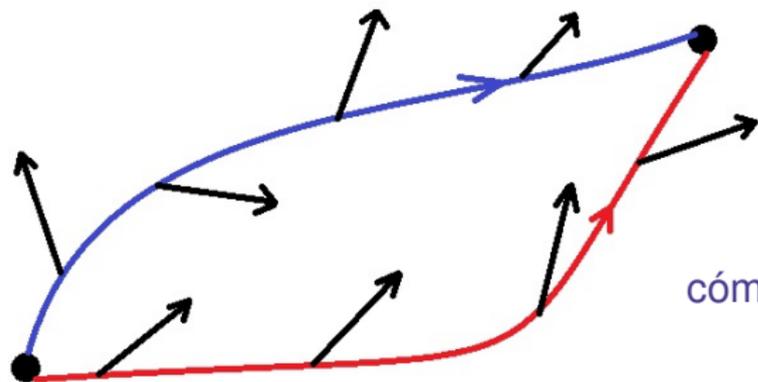
31 de marzo de 2011

# motivación



$$\int_{C_1} \vec{X} d\vec{s}$$

## motivación



$$\int_{C_1} \vec{X} d\vec{s} \stackrel{?}{=} \int_{C_2} \vec{X} d\vec{s}$$

cómo distinguir cuándo?

# teorema

teorema (campos irrotacionales)

# teorema

## teorema (campos irrotacionales)

- $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  conexo y simplemente conexo

# teorema

## teorema (campos irrotacionales)

- $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  conexo y simplemente conexo
- $\vec{X} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$  irrotacional, i.e.

# teorema

## teorema (campos irrotacionales)

- $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  conexo y simplemente conexo
- $\vec{X} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$  irrotacional, i.e.
- $\nabla \wedge \vec{X} = \text{rot} \vec{X} = \vec{0}$

## teorema

## teorema (campos irrotacionales)

- $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  conexo y simplemente conexo
- $\vec{X} : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$  irrotacional, i.e.
- $\nabla \wedge \vec{X} = \text{rot} \vec{X} = \vec{0}$
- $\Rightarrow \vec{X}$  conservativo:  $\vec{X} = \nabla f$

# demostración

sin demostración

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$			

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$			

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$			

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	-

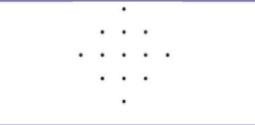
simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$			

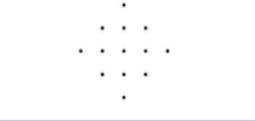
simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$			

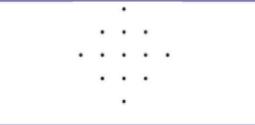
simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	-

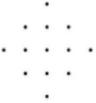
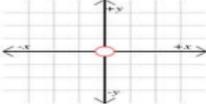
simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{ejes}\}$			

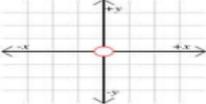
simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{ejes}\}$			

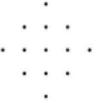
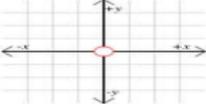
simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{ejes}\}$		-	

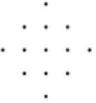
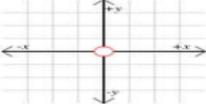
simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{ejes}\}$		-	✓

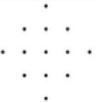
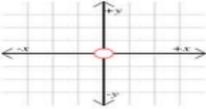
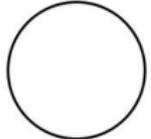
simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{ejes}\}$		-	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{cfa}\}$			

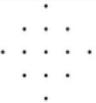
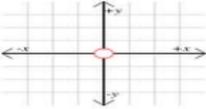
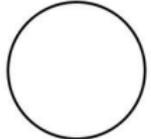
simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{ejes}\}$		-	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{cfa}\}$			

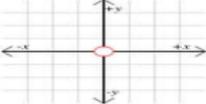
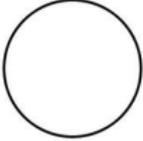
simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{ejes}\}$		-	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{cfa}\}$		-	

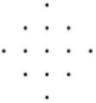
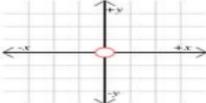
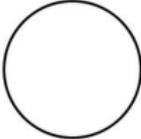
simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{ejes}\}$		-	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{cfa}\}$		-	-

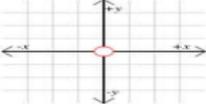
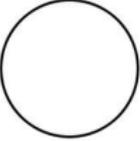
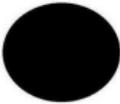
simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{ejes}\}$		-	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{cfa}\}$		-	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{bola}\}$			

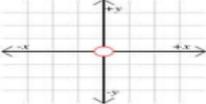
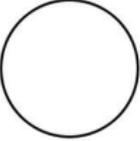
simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{ejes}\}$		-	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{cfa}\}$		-	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{bola}\}$			

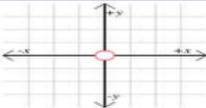
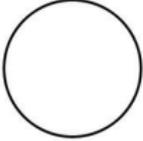
simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{ejes}\}$		-	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{cfa}\}$		-	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{bola}\}$		✓	

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^2$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^2$		✓	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_0\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{ejes}\}$		-	✓
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{cfa}\}$		-	-
$\mathbb{R}^2 \setminus \{\text{bola}\}$		✓	-





simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$			



simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$			



simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	✓

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$			

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$			

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	✓

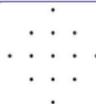
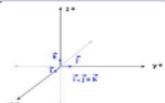
simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{ejes}\}$			

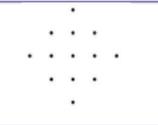
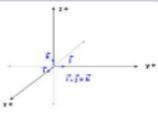
simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{ejes}\}$			

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{ejes}\}$		✓	

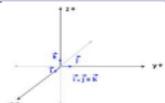
simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{ejes}\}$		✓	-

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{ejes}\}$		✓	-
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{toro}\}$			

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{ejes}\}$		✓	-
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{toro}\}$			

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{ejes}\}$		✓	-
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{toro}\}$		✓	

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{ejes}\}$		✓	-
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{toro}\}$		✓	-

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{ejes}\}$		✓	-
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{toro}\}$		✓	-
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{bola}\}$			

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{ejes}\}$		✓	-
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{toro}\}$		✓	-
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{bola}\}$			

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{ejes}\}$		✓	-
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{toro}\}$		✓	-
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{bola}\}$		✓	-

simplemente conexo

simplemente conexo en  $\mathbb{R}^3$ 

conjunto	gráfico	conexo	simplemente conexo
$\mathbb{R}^3$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_0\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$		✓	✓
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{ejes}\}$		✓	-
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{toro}\}$		✓	-
$\mathbb{R}^3 \setminus \{\text{bola}\}$		✓	-

# corolario 1

## corolario 1

# corolario 1

## corolario 1

- $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$

# corolario 1

## corolario 1

- $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$
- $\vec{X} = (A, B) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^2$  campo vectorial

# corolario 1

## corolario 1

- $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$
- $\vec{X} = (A, B) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^2$  campo vectorial
- $\vec{X}$  irrotacional:  $A_y = B_x$

# corolario 1

## corolario 1

- $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$
- $\vec{X} = (A, B) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^2$  campo vectorial
- $\vec{X}$  irrotacional:  $A_y = B_x$
- $\mathcal{C} \subset \Omega$  no encierra ningún  $p_i$

# corolario 1

## corolario 1

- $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$
- $\vec{X} = (A, B) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^2$  campo vectorial
- $\vec{X}$  irrotacional:  $A_y = B_x$
- $\mathcal{C} \subset \Omega$  no encierra ningún  $p_i$
- $\Rightarrow$

$$\int_{\mathcal{C}} \vec{X} d\vec{s} = 0$$

# corolario 2

## corolario 2

# corolario 2

## corolario 2

- $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$

# corolario 2

## corolario 2

- $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$
- $\vec{X} = (A, B) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^2$  campo vectorial

# corolario 2

## corolario 2

- $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$
- $\vec{X} = (A, B) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^2$  campo vectorial
- $\vec{X}$  irrotacional:  $A_y = B_x$

# corolario 2

## corolario 2

- $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$
- $\vec{X} = (A, B) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^2$  campo vectorial
- $\vec{X}$  irrotacional:  $A_y = B_x$
- $C_1(p_1), C_2(p_1) \subset \Omega$  simples cerradas antihorarias

# corolario 2

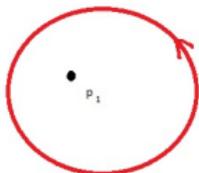
## corolario 2

- $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$
- $\vec{X} = (A, B) : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^2$  campo vectorial
- $\vec{X}$  irrotacional:  $A_y = B_x$
- $C_1(p_1), C_2(p_1) \subset \Omega$  simples cerradas antihorarias
- $\Rightarrow$

$$\int_{C_1} \vec{X} d\vec{s} = \int_{C_2} \vec{X} d\vec{s}$$

corolario 2

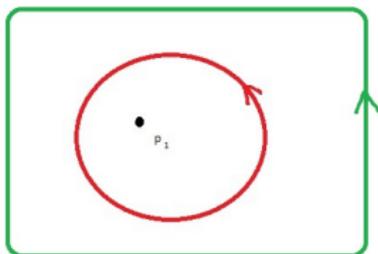
# demostración



$$\int_{C_1} \vec{X} d\vec{s}$$

corolario 2

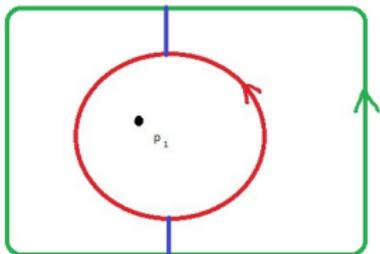
# demostración



$$\int_{C_1} \vec{X} d\vec{s}$$
$$\int_{C_2} \vec{X} d\vec{s}$$

corolario 2

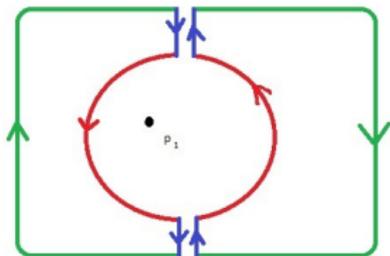
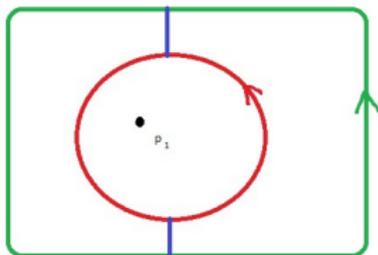
# demostración



$$\int_{C_1} \vec{X} d\vec{s} - \int_{C_2} \vec{X} d\vec{s} =$$

corolario 2

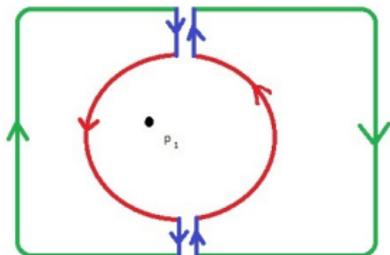
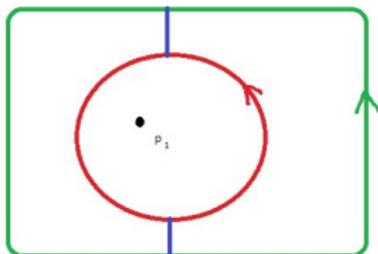
## demostración



$$\int_{C_1} \vec{X} d\vec{s} - \int_{C_2} \vec{X} d\vec{s} =$$
$$\int_{B_1} \vec{X} d\vec{s} + \int_{B_2} \vec{X} d\vec{s}$$

corolario 2

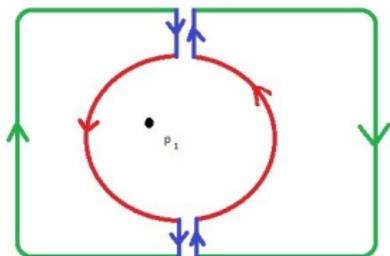
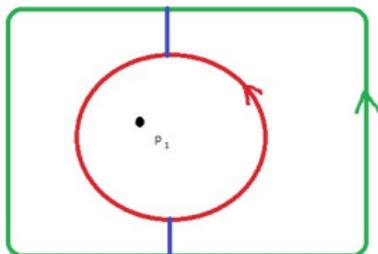
## demostración



$$\int_{C_1} \vec{X} d\vec{s} - \int_{C_2} \vec{X} d\vec{s} =$$

$$\int_{B_1} \vec{X} d\vec{s} + \int_{B_2} \vec{X} d\vec{s} = 0$$

## demostración



$$\int_{C_1} \vec{X} d\vec{s} - \int_{C_2} \vec{X} d\vec{s} =$$

$$\int_{B_1} \vec{X} d\vec{s} + \int_{B_2} \vec{X} d\vec{s} = 0$$

□

# ejemplo

## ejemplo

## ejemplo

## ejemplo

- $\vec{X} = \left( \frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2} \right)$  en  $\mathbb{R}^2 \setminus (0, 0)$

## ejemplo

## ejemplo

- $\vec{X} = \left( \frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2} \right)$  en  $\mathbb{R}^2 \setminus (0, 0)$
- $\text{rot}\vec{X} = \vec{0}$  en  $\mathbb{R}^2 \setminus (0, 0)$

## ejemplo

## ejemplo

- $\vec{X} = \left( \frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2} \right)$  en  $\mathbb{R}^2 \setminus (0, 0)$
- $\text{rot}\vec{X} = \vec{0}$  en  $\mathbb{R}^2 \setminus (0, 0)$
- $\int_{\partial B_1(0,0)} \vec{X} d\vec{s} = 2\pi$

## ejemplo

## ejemplo

- $\vec{X} = \left( \frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2} \right)$  en  $\mathbb{R}^2 \setminus (0, 0)$
- $\text{rot}\vec{X} = \vec{0}$  en  $\mathbb{R}^2 \setminus (0, 0)$
- $\int_{\partial B_1(0,0)} \vec{X} d\vec{s} = 2\pi$
- $\Rightarrow$

$$\int_C \vec{X} d\vec{s} = 2\pi$$

para toda curva antihoraria rodeando el  $(0, 0)$

periodo de un campo alrededor de un punto

# período de un campo alr. de un punto

## definición (período)

# período de un campo alr. de un punto

## definición (período)

- $\vec{X} : \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \rightarrow \mathbb{R}^2$

período de un campo alrededor de un punto

## período de un campo alr. de un punto

### definición (período)

- $\vec{X} : \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $\vec{X}$  irrotacional:  $A_y = B_x$

período de un campo alrededor de un punto

## período de un campo alr. de un punto

### definición (período)

- $\vec{X} : \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $\vec{X}$  irrotacional:  $A_y = B_x$
- período de  $\vec{X}$  alrededor de  $p_1$ :

período de un campo alrededor de un punto

## período de un campo alr. de un punto

### definición (período)

- $\vec{X} : \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1, p_2, \dots, p_n\} \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $\vec{X}$  irrotacional:  $A_y = B_x$
- período de  $\vec{X}$  alrededor de  $p_1$ :

$$\int_{\mathcal{C}(p_1)} \vec{X} d\vec{s}$$

con  $\mathcal{C}(p_1)$  simple cerrada antihoraria rodeando sólo a  $p_1$

campo conservativo

# teorema

teorema

# teorema

## teorema

- $\vec{X} : \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1\} \rightarrow \mathbb{R}^2$

campo conservativo

## teorema

## teorema

- $\vec{X} : \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1\} \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $\vec{X}$  irrotacional:  $A_y = B_x$

campo conservativo

## teorema

## teorema

- $\vec{X} : \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1\} \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $\vec{X}$  irrotacional:  $A_y = B_x$
- período de  $\vec{X}$  alrededor de  $p_1 = 0$

## teorema

## teorema

- $\vec{X} : \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1\} \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $\vec{X}$  irrotacional:  $A_y = B_x$
- período de  $\vec{X}$  alrededor de  $p_1 = 0$
- $\Rightarrow \vec{X}$  conservativo:  $\vec{X} = \nabla f$

## teorema

## teorema

- $\vec{X} : \mathbb{R}^2 \setminus \{p_1\} \rightarrow \mathbb{R}^2$
- $\vec{X}$  irrotacional:  $A_y = B_x$
- período de  $\vec{X}$  alrededor de  $p_1 = 0$
- $\Rightarrow \vec{X}$  conservativo:  $\vec{X} = \nabla f$
- $\Rightarrow L_{\vec{X}}$  forma exacta:  $L = df$

## ejemplo 2

### ejemplo 2

- $\vec{X} = \left( \frac{x}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2} \right)$

## ejemplo 2

### ejemplo 2

- $\vec{X} = \left( \frac{x}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2} \right)$
- $\vec{X}$  irrotacional:  $A_y = B_x$

campo conservativo

## ejemplo 2

## ejemplo 2

- $\vec{X} = \left( \frac{x}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2} \right)$
- $\vec{X}$  irrotacional:  $A_y = B_x$
- $\int_{\partial B_1(0,0)} \vec{X} d\vec{s} = 0$

## ejemplo 2

## ejemplo 2

- $\vec{X} = \left( \frac{x}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2} \right)$
- $\vec{X}$  irrotacional:  $A_y = B_x$
- $\int_{\partial B_1(0,0)} \vec{X} d\vec{s} = 0$
- $\Rightarrow \vec{X}$  es conservativo

## ejemplo 2

## ejemplo 2

- $\vec{X} = \left( \frac{x}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2} \right)$
- $\vec{X}$  irrotacional:  $A_y = B_x$
- $\int_{\partial B_1(0,0)} \vec{X} d\vec{s} = 0$
- $\Rightarrow \vec{X}$  es conservativo

## ejercicio

Encontrar el potencial  $f$ :  $\vec{X} = \nabla f$