Condición necesaria y suficiente para diagonalizabilidad Multiplicidad aritmética y geométrica

GAL2

IMERL

17 de agosto de 2010

suma de subespacios

repaso (suma de subespacios)

suma de subespacios

repaso (suma de subespacios)

- $S, S' \subset V$ subespacios

suma de subespacios

repaso (suma de subespacios)

- $S, S' \subset V$ subespacios
- $$S + S' := \{v + v' : v \in S,\ v' \in S'\}$$

suma directa

repaso (suma directa de subespacios)

suma directa

repaso (suma directa de subespacios)

- $S, S' \subset V$ subespacios

suma directa

repaso (suma directa de subespacios)

- $S, S' \subset V$ subespacios
- $S + S'$ es suma directa

$$S + S' = S \oplus S'$$

suma directa

repaso (suma directa de subespacios)

- $S, S' \subset V$ subespacios
- $S + S'$ es suma directa

$$S + S' = S \oplus S'$$

- si todo $w = v + v'$ se escribe de forma única

suma directa

repaso (suma directa de subespacios)

- $S, S' \subset V$ subespacios
- $S + S'$ es suma directa

$$S + S' = S \oplus S'$$

- si todo $w = v + v'$ se escribe de forma única
- i.e. hay único $v \in S$, $v' \in S'$ tal que $w = v + v'$

observación

observación 1

observación

observación 1

- $S + S' = S \oplus S' \iff$

observación

observación 1

- $S + S' = S \oplus S' \iff$
- $v + v' = \vec{0} \Rightarrow v = \vec{0}$ y $v' = \vec{0}$

observación

observación 2

observación

observación 2

- $\dim(S \oplus S') = \dim(S) + \dim(S')$

teorema

teorema (suma directa de subespacios propios)

teorema

teorema (suma directa de subespacios propios)

- $T : V \longrightarrow V$ t.l.

teorema

teorema (suma directa de subespacios propios)

- $T : V \to V$ t.l.
- $\lambda_1, \ldots, \lambda_k$ vap distintos de T

teorema

teorema (suma directa de subespacios propios)

- $T : V \to V$ t.l.
- $\lambda_1, \ldots, \lambda_k$ vap distintos de T
- S_{λ_i} subespacio propio asociado a λ_i

teorema

teorema (suma directa de subespacios propios)

- $T : V \to V$ t.l.
- $\lambda_1, \ldots, \lambda_k$ vap distintos de T
- S_{λ_i} subespacio propio asociado a λ_i
- $\Longrightarrow$
$$S_{\lambda_1} + \cdots + S_{\lambda_k} = S_{\lambda_1} \oplus \cdots \oplus S_{\lambda_k}$$

demostración

- tomamos $v_i \in S_{\lambda_i}$ tales que

demostración

- tomamos $v_i \in S_{\lambda_i}$ tales que
- $$v_1 + \cdots + v_k = \vec{0}$$

demostración

- tomamos $v_i \in S_{\lambda_i}$ tales que
- $$v_1 + \cdots + v_k = \vec{0}$$
- si hubiera $v_i \neq \vec{0}$

demostración

- tomamos $v_i \in S_{\lambda_i}$ tales que
- $$v_1 + \cdots + v_k = \vec{0}$$
- si hubiera $v_i \neq \vec{0}$ entonces v_i vep

demostración

- tomamos $v_i \in S_{\lambda_i}$ tales que
- $$v_1 + \cdots + v_k = \vec{0}$$
- si hubiera $v_i \neq \vec{0}$ entonces v_i vep
- $\Longrightarrow$ los $v_i \neq \vec{0}$ no son l.i.

demostración

- tomamos $v_i \in S_{\lambda_i}$ tales que
- $$v_1 + \cdots + v_k = \vec{0}$$
- si hubiera $v_i \neq \vec{0}$ entonces v_i vep
- $\Longrightarrow$ los $v_i \neq \vec{0}$ no son l.i.
- contradice el teorema de la clase pasada

demostración

- tomamos $v_i \in S_{\lambda_i}$ tales que
- $$v_1 + \cdots + v_k = \vec{0}$$
- si hubiera $v_i \neq \vec{0}$ entonces v_i vep
- $\Longrightarrow$ los $v_i \neq \vec{0}$ no son l.i.
- contradice el teorema de la clase pasada
- (vep asociados a vap distintos son l.i.)

demostración

- tomamos $v_i \in S_{\lambda_i}$ tales que
- $$v_1 + \cdots + v_k = \vec{0}$$
- si hubiera $v_i \neq \vec{0}$ entonces v_i vep
- $\Longrightarrow$ los $v_i \neq \vec{0}$ no son l.i.
- contradice el teorema de la clase pasada
- (vep asociados a vap distintos son l.i.)$\square$

corolario 1

corolario (condición para vep l.i.)

corolario 1

corolario (condición para vep l.i.)

- $T : V \longrightarrow V$ t.l.

corolario 1

corolario (condición para vep l.i.)

- $T : V \to V$ t.l.
- $\lambda_1, \ldots, \lambda_k$ vap distintos de T

corolario 1

corolario (condición para vep l.i.)

- $T : V \to V$ t.l.
- $\lambda_1, \ldots, \lambda_k$ vap distintos de T
- S_{λ_i} subespacio propio asociado a λ_i

corolario 1

corolario (condición para vep l.i.)

- $T : V \to V$ t.l.
- $\lambda_1, \ldots, \lambda_k$ vap distintos de T
- S_{λ_i} subespacio propio asociado a λ_i
- $A_i \subset S_{\lambda_i}$ l.i.

corolario 1

corolario (condición para vep l.i.)

- $T : V \to V$ t.l.
- $\lambda_1, \ldots, \lambda_k$ vap distintos de T
- S_{λ_i} subespacio propio asociado a λ_i
- $A_i \subset S_{\lambda_i}$ l.i.
- $\Longrightarrow A_1 \cup \cdots \cup A_k$ es l.i.

demostración

- $A_i = \{v_1(i) + \cdots + v_{n_i}(i)\}$ l.i.

demostración

- $A_i = \{v_1(i) + \cdots + v_{n_i}(i)\}$ l.i.
- queremos ver que $A_1 \cup \cdots \cup A_k$ l.i.

demostración

- $A_i = \{v_1(i) + \cdots + v_{n_i}(i)\}$ l.i.
- queremos ver que $A_1 \cup \cdots \cup A_k$ l.i.
- planteamos

$$\alpha_{11} v_1(1) + \cdots + \alpha_{1n_1} v_{n_1}(1) + \cdots + \alpha_{k1} v_1(k) + \cdots + \alpha_{kn_k} v_{n_k}(k) = \vec{0}$$

demostración

- $A_i = \{v_1(i) + \cdots + v_{n_i}(i)\}$ l.i.
- queremos ver que $A_1 \cup \cdots \cup A_k$ l.i.
- planteamos

$$\alpha_{11} v_1(1) + \cdots + \alpha_{1n_1} v_{n_1}(1) + \cdots + \alpha_{k1} v_1(k) + \cdots + \alpha_{kn_k} v_{n_k}(k) = \vec{0}$$

- $w_1 + \cdots + w_k = \vec{0}$ donde

demostración

- $A_i = \{v_1(i) + \cdots + v_{n_i}(i)\}$ l.i.
- queremos ver que $A_1 \cup \cdots \cup A_k$ l.i.
- planteamos

$$\alpha_{11} v_1(1) + \cdots + \alpha_{1n_1} v_{n_1}(1) + \cdots + \alpha_{k1} v_1(k) + \cdots + \alpha_{kn_k} v_{n_k}(k) = \vec{0}$$

- $w_1 + \cdots + w_k = \vec{0}$ donde
- $w_i = \alpha_{i1} v_1(i) + \cdots + \alpha_{in_i} v_{n_i}(i)$

demostración

- $A_i = \{v_1(i) + \cdots + v_{n_i}(i)\}$ l.i.
- queremos ver que $A_1 \cup \cdots \cup A_k$ l.i.
- planteamos

$$\alpha_{11} v_1(1) + \cdots + \alpha_{1n_1} v_{n_1}(1) + \cdots + \alpha_{k1} v_1(k) + \cdots + \alpha_{kn_k} v_{n_k}(k) = \vec{0}$$

- $w_1 + \cdots + w_k = \vec{0}$ donde
- $w_i = \alpha_{i1} v_1(i) + \cdots + \alpha_{in_i} v_{n_i}(i)$
- $\Longrightarrow w_i = \vec{0}$ para todo $i = 1, \ldots, k$ (por ser suma directa)

demostración

- $A_i = \{v_1(i) + \cdots + v_{n_i}(i)\}$ l.i.
- queremos ver que $A_1 \cup \cdots \cup A_k$ l.i.
- planteamos

$$\alpha_{11} v_1(1) + \cdots + \alpha_{1n_1} v_{n_1}(1) + \cdots + \alpha_{k1} v_1(k) + \cdots + \alpha_{kn_k} v_{n_k}(k) = \vec{0}$$

- $w_1 + \cdots + w_k = \vec{0}$ donde
- $w_i = \alpha_{i1} v_1(i) + \cdots + \alpha_{in_i} v_{n_i}(i)$
- $\implies w_i = \vec{0}$ para todo $i = 1, \ldots, k$ (por ser suma directa)
- $\implies \alpha_{ij} = 0$ para todo i, j (por ser cada A_i l.i.)

demostración

- $A_i = \{v_1(i) + \cdots + v_{n_i}(i)\}$ l.i.
- queremos ver que $A_1 \cup \cdots \cup A_k$ l.i.
- planteamos

$$\alpha_{11} v_1(1) + \cdots + \alpha_{1n_1} v_{n_1}(1) + \cdots + \alpha_{k1} v_1(k) + \cdots + \alpha_{kn_k} v_{n_k}(k) = \vec{0}$$

- $w_1 + \cdots + w_k = \vec{0}$ donde
- $w_i = \alpha_{i1} v_1(i) + \cdots + \alpha_{in_i} v_{n_i}(i)$
- $\implies w_i = \vec{0}$ para todo $i = 1, \ldots, k$ (por ser suma directa)
- $\implies \alpha_{ij} = 0$ para todo i, j (por ser cada A_i l.i.)$\square$

corolario 2

teorema (condición necesaria y suficiente de diagonalizabilidad)

corolario 2

teorema (condición necesaria y suficiente de diagonalizabilidad)

- $T : V \to V$ con $\dim V = n$

corolario 2

teorema (condición necesaria y suficiente de diagonalizabilidad)

- $T : V \to V$ con $\dim V = n$
- $\lambda_1, \ldots, \lambda_k$ todos los vap de T (los tomamos $\neq$)

corolario 2

teorema (condición necesaria y suficiente de diagonalizabilidad)

- $T : V \to V$ con $\dim V = n$
- $\lambda_1, \ldots, \lambda_k$ todos los vap de T (los tomamos $\neq$)
- T diagonalizable $\iff$

corolario 2

teorema (condición necesaria y suficiente de diagonalizabilidad)

- $T : V \to V$ con $\dim V = n$
- $\lambda_1, \ldots, \lambda_k$ todos los vap de T (los tomamos $\neq$)
- T diagonalizable $\iff$
- $$V = S_{\lambda_1} \oplus \cdots \oplus S_{\lambda_k}$$

demostración

- $\Rightarrow$) T diagonalizable $\Longrightarrow$

demostración

- $\Rightarrow$) T diagonalizable $\Longrightarrow$
- $\exists\mathcal{B}$ base de vep tal que

demostración

- $\Rightarrow)$ T diagonalizable $\Longrightarrow$
- $\exists \mathcal{B}$ base de vep tal que
- ${}_{\mathcal{B}}(T)_{\mathcal{B}} = \mathrm{diag}(\lambda_1, \ldots, \lambda_1, \ldots, \lambda_k, \ldots, \lambda_k)$

demostración

- $\Rightarrow$) T diagonalizable $\Longrightarrow$
- $\exists\mathcal{B}$ base de vep tal que
- ${}_{\mathcal{B}}(T)_{\mathcal{B}} = \mathrm{diag}(\lambda_1, \ldots, \lambda_1, \ldots, \lambda_k, \ldots, \lambda_k)$
- $\mathcal{B}$ base $\Rightarrow$ los vep son l.i.

demostración

- $\Rightarrow$) T diagonalizable $\Longrightarrow$
- $\exists \mathcal{B}$ base de vep tal que
- ${}_{\mathcal{B}}(T)_{\mathcal{B}} = \text{diag}(\lambda_1, \ldots, \lambda_1, \ldots, \lambda_k, \ldots, \lambda_k)$
- $\mathcal{B}$ base $\Rightarrow$ los vep son l.i.
- $\Rightarrow \dim S_{\lambda_i} \geq n_i$ para todo $i = 1, \ldots, k$

demostración

- $\Rightarrow$) T diagonalizable $\Longrightarrow$
- $\exists \mathcal{B}$ base de vep tal que
- ${}_{\mathcal{B}}(T)_{\mathcal{B}} = \text{diag}(\lambda_1, \ldots, \lambda_1, \ldots, \lambda_k, \ldots, \lambda_k)$
- $\mathcal{B}$ base $\Rightarrow$ los vep son l.i.
- $\Rightarrow \dim S_{\lambda_i} \geq n_i$ para todo $i = 1, \ldots, k$
- $\Rightarrow$

$$\dim(S_{\lambda_1} \oplus \cdots \oplus S_{\lambda_k}) \quad = \quad \dim(S_{\lambda_1}) + \cdots + \dim(S_{\lambda_k})$$

demostración

- $\Rightarrow$) T diagonalizable $\Longrightarrow$
- $\exists \mathcal{B}$ base de vep tal que
- ${}_{\mathcal{B}}(T)_{\mathcal{B}} = \mathrm{diag}(\lambda_1, \ldots, \lambda_1, \ldots, \lambda_k, \ldots, \lambda_k)$
- $\mathcal{B}$ base $\Rightarrow$ los vep son l.i.
- $\Rightarrow \dim S_{\lambda_i} \geq n_i$ para todo $i = 1, \ldots, k$
- $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \dim(S_{\lambda_1} \oplus \cdots \oplus S_{\lambda_k}) &= \dim(S_{\lambda_1}) + \cdots + \dim(S_{\lambda_k}) \\ &\geq n_1 + \cdots + n_k \end{aligned}$$

demostración

- $\Rightarrow$) T diagonalizable $\Longrightarrow$
- $\exists \mathcal{B}$ base de vep tal que
- ${}_{\mathcal{B}}(T)_{\mathcal{B}} = \text{diag}(\lambda_1, \ldots, \lambda_1, \ldots, \lambda_k, \ldots, \lambda_k)$
- $\mathcal{B}$ base $\Rightarrow$ los vep son l.i.
- $\Rightarrow \dim S_{\lambda_i} \geq n_i$ para todo $i = 1, \ldots, k$
- $\Rightarrow$

$$\begin{aligned}
\dim(S_{\lambda_1} \oplus \cdots \oplus S_{\lambda_k}) &= \dim(S_{\lambda_1}) + \cdots + \dim(S_{\lambda_k}) \\
&\geq n_1 + \cdots + n_k \\
&= n
\end{aligned}$$

demostración

- $\Rightarrow$) T diagonalizable $\Longrightarrow$
- $\exists\mathcal{B}$ base de vep tal que
- ${}_{\mathcal{B}}(T)_{\mathcal{B}} = \mathrm{diag}(\lambda_1, \ldots, \lambda_1, \ldots, \lambda_k, \ldots, \lambda_k)$
- $\mathcal{B}$ base $\Rightarrow$ los vep son l.i.
- $\Rightarrow \dim S_{\lambda_i} \geq n_i$ para todo $i = 1, \ldots, k$
- $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \dim(S_{\lambda_1} \oplus \cdots \oplus S_{\lambda_k}) &= \dim(S_{\lambda_1}) + \cdots + \dim(S_{\lambda_k}) \\ &\geq n_1 + \cdots + n_k \\ &= n \end{aligned}$$

- $\Rightarrow \dim(S) = \dim(V)$ con S s.e.v. de V

demostración

- $\Rightarrow$) T diagonalizable $\Longrightarrow$
- $\exists \mathcal{B}$ base de vep tal que
- ${}_{\mathcal{B}}(T)_{\mathcal{B}} = \text{diag}(\lambda_1, \ldots, \lambda_1, \ldots, \lambda_k, \ldots, \lambda_k)$
- $\mathcal{B}$ base $\Rightarrow$ los vep son l.i.
- $\Rightarrow \dim S_{\lambda_i} \geq n_i$ para todo $i = 1, \ldots, k$
- $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \dim(S_{\lambda_1} \oplus \cdots \oplus S_{\lambda_k}) &= \dim(S_{\lambda_1}) + \cdots + \dim(S_{\lambda_k}) \\ &\geq n_1 + \cdots + n_k \\ &= n \end{aligned}$$

- $\Rightarrow \dim(S) = \dim(V)$ con S s.e.v. de V
- $\Rightarrow S = V$ $\square$

demostración

- $\Leftarrow)$ $V = S_{\lambda_1} \oplus \cdots \oplus S_{\lambda_k}$

demostración

- $\Leftarrow$) $V = S_{\lambda_1} \oplus \cdots \oplus S_{\lambda_k}$
- tomamos $\mathcal{B}_i$ base de S_{λ_i} para cada $i = 1, \ldots, k$

demostración

- $\Leftarrow$) $V = S_{\lambda_1} \oplus \cdots \oplus S_{\lambda_k}$
- tomamos $\mathcal{B}_i$ base de S_{λ_i} para cada $i = 1, \ldots, k$
- entonces $\mathcal{B} = \mathcal{B}_1 \cup \cdots \cup \mathcal{B}_k$
  base de V formada por vep de T

demostración

- $\Leftarrow$) $V = S_{\lambda_1} \oplus \cdots \oplus S_{\lambda_k}$
- tomamos $\mathcal{B}_i$ base de S_{λ_i} para cada $i = 1, \ldots, k$
- entonces $\mathcal{B} = \mathcal{B}_1 \cup \cdots \cup \mathcal{B}_k$
  base de V formada por vep de T
- $\Rightarrow$ T diagonalizable.$\square$

multiplicidad algebraica y geométrica

definición (multiplicidad algebraica y geométrica)

multiplicidad algebraica y geométrica

definición (multiplicidad algebraica y geométrica)

- $T : V \to V$ t.l.

multiplicidad algebraica y geométrica

definición (multiplicidad algebraica y geométrica)

- $T : V \to V$ t.l.
- λ_0 vap de T

multiplicidad algebraica y geométrica

definición (multiplicidad algebraica y geométrica)

- $T : V \to V$ t.l.
- λ_0 vap de T
- multiplicidad algebraica de λ_0:

multiplicidad algebraica y geométrica

definición (multiplicidad algebraica y geométrica)

- $T : V \to V$ t.l.
- λ_0 vap de T
- multiplicidad algebraica de λ_0:

$$m.a.(\lambda_0) = \text{multiplicidad de } \lambda_0 \text{ como raíz característica}$$

multiplicidad algebraica y geométrica

definición (multiplicidad algebraica y geométrica)

- $T : V \to V$ t.l.
- λ_0 vap de T
- multiplicidad algebraica de λ_0:

$$m.a.(\lambda_0) = \text{multiplicidad de } \lambda_0 \text{ como raíz característica}$$

- multiplicidad geométrica de λ_0:

multiplicidad algebraica y geométrica

definición (multiplicidad algebraica y geométrica)

- $T : V \to V$ t.l.
- λ_0 vap de T
- multiplicidad algebraica de λ_0:

$$m.a.(\lambda_0) = \text{multiplicidad de } \lambda_0 \text{ como raíz característica}$$

- multiplicidad geométrica de λ_0:

$$m.g.(\lambda_0) = \dim S_{\lambda_0}$$

ejemplo

ejemplo

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- calculamos $\chi_A(\lambda)$

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- calculamos $\chi_A(\lambda) = (\lambda + 5)^2(\lambda - 1)^3$

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- calculamos $\chi_A(\lambda) = (\lambda + 5)^2(\lambda - 1)^3$
- $m.a.(-5) = 2$ y $m.a.(1) = 3$

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- calculamos las multiplicidades geométricas

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- calculamos las multiplicidades geométricas

$$m.g.(-5) = \dim \ker(T + 5I)$$

ejemplo

ejemplo

- $T:\mathbb{R}^5\to\mathbb{R}^5$ dado por

$$A=\begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0\\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0\\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0\\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

- calculamos las multiplicidades geométricas

$$\begin{aligned} m.g.(-5) &= \dim\ker(T+5I)\\ &= 5-\dim\Im(T+5I) \qquad \text{(teo. de las dimensiones)}\end{aligned}$$

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- calculamos las multiplicidades geométricas

$$\begin{aligned} m.g.(-5) &= \dim \ker(T + 5I) \\ &= 5 - \dim \Im(T + 5I) \qquad \text{(teo. de las dimensiones)} \\ &= 5 - \text{rango}(A + 5I) \end{aligned}$$

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- calculamos las multiplicidades geométricas

$$\begin{aligned} m.g.(-5) &= \dim \ker(T + 5I) \\ &= 5 - \dim \Im(T + 5I) \qquad \text{(teo. de las dimensiones)} \\ &= 5 - \operatorname{rango}(A + 5I) \\ &= 5 - 3 = 2 \end{aligned}$$

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- $m.g.(-5) = 2$

ejemplo

ejemplo

- $T:\mathbb{R}^5\to\mathbb{R}^5$ dado por

$$A=\begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0\\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0\\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0\\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

- $m.g.(-5)=2$

$$m.g.(1) \quad = \quad \dim\ker(T-I)$$

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- $m.g.(-5) = 2$

$$\begin{aligned} m.g.(1) &= \dim\ker(T - I) \\ &= 5 - \dim \Im(T - I) \qquad \text{(teo. de las dimensiones)} \end{aligned}$$

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- $m.g.(-5) = 2$

$$\begin{aligned} m.g.(1) &= \dim\ker(T - I) \\ &= 5 - \dim \Im(T - I) \qquad \text{(teo. de las dimensiones)} \\ &= 5 - \text{rango}(A - I) \end{aligned}$$

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- $m.g.(-5) = 2$

$$\begin{aligned} m.g.(1) &= \dim\ker(T - I) \\ &= 5 - \dim \Im(T - I) \qquad \text{(teo. de las dimensiones)} \\ &= 5 - \text{rango}(A - I) \\ &= 5 - 4 = 1 \end{aligned}$$

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- $\Rightarrow \dim S_{-5} = 2$ y $\dim S_1 = 1$

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- $\Rightarrow$ $\dim S_{-5} = 2$ y $\dim S_1 = 1$
- $\Rightarrow$ T no es diagonalizable