Forma canónica de Jordan

GAL2

IMERL

24 de agosto de 2010

definición (sub-bloque de Jordan)

- sub-bloque de Jordan asociado al vap λ de tamaño k:

definición (sub-bloque de Jordan)

- sub-bloque de Jordan asociado al vap λ de tamaño k:
- $$sJ_k(\lambda) = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & & \dots & & 0 \\ 1 & \lambda & 0 & \dots & & 0 \\ 0 & 1 & \lambda & 0 & & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \\ \vdots & & & & \lambda & 0 \\ 0 & & \dots & 0 & 1 & \lambda \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_k(\lambda)$$

ejemplo

ejemplo

sub-bloque de Jordan asociado a 2 de tamaño 3

$$sJ_3(2) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

bloque de Jordan

definición

bloque de Jordan

definición

- un bloque de Jordan de vap λ es

bloque de Jordan

definición

- un bloque de Jordan de vap λ es
- $$J(\lambda) = \begin{pmatrix} sJ_{k_1}(\lambda) & & & \\ & sJ_{k_2}(\lambda) & & \\ & & \ddots & \\ & & & sJ_{k_p}(\lambda) \end{pmatrix}$$

bloque de Jordan

definición

- un bloque de Jordan de vap λ es
- $$J(\lambda) = \begin{pmatrix} sJ_{k_1}(\lambda) & & & \\ & sJ_{k_2}(\lambda) & & \\ & & \ddots & \\ & & & sJ_{k_p}(\lambda) \end{pmatrix}$$
- con $k_1 \leq k_2 \leq \cdots \leq k_p$

ejemplo 1

un bloque de Jordan de vap 2 y tamaño 5:

$$J(2) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

ejemplo 2

otro bloque de Jordan de vap 2 y tamaño 5:

$$J(2) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

forma canónica de Jordan

teorema (forma canónica de Jordan)

forma canónica de Jordan

teorema (forma canónica de Jordan)

- $T : V \to V$ t.l. con $\dim V = n$

forma canónica de Jordan

teorema (forma canónica de Jordan)

- $T : V \to V$ t.l. con $\dim V = n$
- supongamos que $\chi_T(\lambda) = (\lambda_1 - \lambda)^{n_1} \dots (\lambda_k - \lambda)^{n_k}$

forma canónica de Jordan

teorema (forma canónica de Jordan)

- $T : V \to V$ t.l. con dim $V = n$
- supongamos que $\chi_T(\lambda) = (\lambda_1 - \lambda)^{n_1} \ldots (\lambda_k - \lambda)^{n_k}$
- $\Rightarrow$ existe $\mathcal{B}$ base de V tal que

forma canónica de Jordan

teorema (forma canónica de Jordan)

- $T : V \to V$ t.l. con dim $V = n$
- supongamos que $\chi_T(\lambda) = (\lambda_1 - \lambda)^{n_1} \dots (\lambda_k - \lambda)^{n_k}$
- $\Rightarrow$ existe $\mathcal{B}$ base de V tal que
- $$_{\mathcal{B}}(T)_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} J(\lambda_1) & & & \\ & J(\lambda_2) & & \\ & & \ddots & \\ & & & J(\lambda_k) \end{pmatrix}$$

forma canónica de Jordan

teorema (forma canónica de Jordan)

- $T : V \to V$ t.l. con $\dim V = n$
- supongamos que $\chi_T(\lambda) = (\lambda_1 - \lambda)^{n_1} \dots (\lambda_k - \lambda)^{n_k}$
- $\Rightarrow$ existe $\mathcal{B}$ base de V tal que
- $$_{\mathcal{B}}(T)_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} J(\lambda_1) & & & \\ & J(\lambda_2) & & \\ & & \ddots & \\ & & & J(\lambda_k) \end{pmatrix}$$
- donde $J(\lambda_i) \in \mathcal{M}_{n_i}(\mathbb{K})$ bloque de Jordan

definición

definición (forma canónica de Jordan)

definición

definición (forma canónica de Jordan)

- $T : V \to V$ t.l. con todas las raíces características en $\mathbb{K}$

definición

definición (forma canónica de Jordan)

- $T : V \to V$ t.l. con todas las raíces características en $\mathbb{K}$
- $\mathcal{B}$ la base del teorema anterior

definición

definición (forma canónica de Jordan)

- $T : V \to V$ t.l. con todas las raíces características en $\mathbb{K}$
- $\mathcal{B}$ la base del teorema anterior
- la matriz

$$\begin{pmatrix} J(\lambda_1) & & & \\ & J(\lambda_2) & & \\ & & \ddots & \\ & & & J(\lambda_k) \end{pmatrix}$$

definición

definición (forma canónica de Jordan)

- $T : V \to V$ t.l. con todas las raíces características en $\mathbb{K}$
- $\mathcal{B}$ la base del teorema anterior
- la matriz

$$\begin{pmatrix} J(\lambda_1) & & & \\ & J(\lambda_2) & & \\ & & \ddots & \\ & & & J(\lambda_k) \end{pmatrix}$$

- se llama forma canónica de Jordan asociada a T

observación 1

observación 1

la forma canónica se subdivide:

$$
{}_{\mathcal{B}}(T)_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix}
\begin{matrix} sJ & & \\ & sJ & \\ & & sJ \end{matrix} & & & \\
& \begin{matrix} sJ & & \\ & sJ & \\ & & sJ \end{matrix} & & \\
& & \ddots & \\
& & & \begin{matrix} sJ & & \\ & sJ & \\ & & sJ \end{matrix}
\end{pmatrix}
$$

observación 2

observación 2

observación 2

observación 2

- λ_0 vap de T

observación 2

observación 2

- λ_0 vap de T
- $\Rightarrow$ n^o de sub-bloques de Jordan asociados a λ_0=$m.g.(\lambda_0)$

observación 2

observación 2

- λ_0 vap de T
- $\Rightarrow$ n^o de sub-bloques de Jordan asociados a λ_0=$m.g.(\lambda_0)$
- esto es porque cada $sJ_k(\lambda_0)$ tiene como última columna algo así:

observación 2

observación 2

- λ_0 vap de T
- $\Rightarrow$ n^o de sub-bloques de Jordan asociados a $\lambda_0 = m.g.(\lambda_0)$
- esto es porque cada $sJ_k(\lambda_0)$ tiene como última columna algo así:
- $$\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \lambda_0 \end{pmatrix}$$

observación 2

observación 2

- λ_0 vap de T
- $\Rightarrow$ n^o de sub-bloques de Jordan asociados a λ_0=$m.g.(\lambda_0)$
- esto es porque cada $sJ_k(\lambda_0)$ tiene como última columna algo así:
- $$\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \lambda_0 \end{pmatrix}$$
- o sea que asociado a esa columna hay un vep de λ_0

observación 2

observación 2

- λ_0 vap de T
- $\Rightarrow$ n^o de sub-bloques de Jordan asociados a λ_0=$m.g.(\lambda_0)$
- esto es porque cada $sJ_k(\lambda_0)$ tiene como última columna algo así:
- $$\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \lambda_0 \end{pmatrix}$$
- o sea que asociado a esa columna hay un vep de λ_0
- por lo tanto por cada sub-bloque hay un vep, l.i. respecto a los demás

observación 2

observación 2

- λ_0 vap de T
- $\Rightarrow$ n^o de sub-bloques de Jordan asociados a λ_0=$m.g.(\lambda_0)$
- esto es porque cada $sJ_k(\lambda_0)$ tiene como última columna algo así:
- $$\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \lambda_0 \end{pmatrix}$$
- o sea que asociado a esa columna hay un vep de λ_0
- por lo tanto por cada sub-bloque hay un vep, l.i. respecto a los demás $\square$

observación 3

observación 3 / definición

observación 3

observación 3 / definición

- las bases que dan la forma canónica de Jordan pueden no ser únicas

observación 3

observación 3 / definición

- las bases que dan la forma canónica de Jordan pueden no ser únicas
- pero la forma canónica de Jordan asociada a un T es única

observación 3

observación 3 / definición

- las bases que dan la forma canónica de Jordan pueden no ser únicas
- pero la forma canónica de Jordan asociada a un T es única
- (los sub-bloques dentro de cada bloque son los mismos)

observación 3

observación 3 / definición

- las bases que dan la forma canónica de Jordan pueden no ser únicas
- pero la forma canónica de Jordan asociada a un T es única
- (los sub-bloques dentro de cada bloque son los mismos)
- cualquier base $\mathcal{B}$ tal que ${}_{\mathcal{B}}(T)_{\mathcal{B}}$ se llama

observación 3

observación 3 / definición

- las bases que dan la forma canónica de Jordan pueden no ser únicas
- pero la forma canónica de Jordan asociada a un T es única
- (los sub-bloques dentro de cada bloque son los mismos)
- cualquier base $\mathcal{B}$ tal que ${}_{\mathcal{B}}(T)_{\mathcal{B}}$ se llama
- base de Jordan de T

ejemplo

ejemplo

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- hace unas clases averiguamos que $m.a.(-5) = m.g.(-5) = 2$,

ejemplo

ejemplo

- $T : \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ dado por

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & -5 & 6 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- hace unas clases averiguamos que $m.a.(-5) = m.g.(-5) = 2$, $m.a.(1) = 3$ y $m.g.(1) = 1$

ejemplo

ejemplo

- de acuerdo a eso, la forma canónica de Jordan de T es

$$
{}_{\mathcal{B}}(T)_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}
$$

ejemplo

ejemplo

- de acuerdo a eso, la forma canónica de Jordan de T es

$$
{}_{\mathcal{B}}(T)_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}
$$

- busquemos una base de Jordan $\mathcal{B} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$

ejemplo

cómo buscamos la base de Jordan

queremos que

$$_{\mathcal{B}}(T)_{\mathcal{B}} \quad = \quad FC(T)$$

ejemplo

cómo buscamos la base de Jordan

queremos que

$$\begin{aligned} {}_{\mathcal{B}}(T)_{\mathcal{B}} &= FC(T) \\ A(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) &= (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)FC(T) \end{aligned}$$

ejemplo

cómo buscamos la base de Jordan

queremos que

$$A(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) \begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ejemplo

cómo buscamos la base de Jordan

queremos que

$$
\begin{aligned}
A(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) &= (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)\begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\
&= (-5v_1, -5v_2, v_3 + v_4, v_4 + v_5, v_5)
\end{aligned}
$$

ejemplo

cómo buscamos la base de Jordan

queremos que

$$A(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) = (-5v_1, -5v_2, v_3 + v_4, v_4 + v_5, v_5)$$

- $\Rightarrow v_1, v_2$ vep asoc. a -5, v_5 vep asoc. a 1

ejemplo

cómo buscamos la base de Jordan

queremos que

$$A(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) \quad = \quad (-5v_1, -5v_2, v_3 + v_4, v_4 + v_5, v_5)$$

- $\Rightarrow v_1, v_2$ vep asoc. a -5, v_5 vep asoc. a 1
  - $Av_3 = v_3 + v_4$

ejemplo

cómo buscamos la base de Jordan

queremos que

$$A(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) = (-5v_1, -5v_2, v_3 + v_4, v_4 + v_5, v_5)$$

- $\Rightarrow v_1, v_2$ vep asoc. a -5, v_5 vep asoc. a 1
  - $Av_3 = v_3 + v_4$
  - $Av_4 = v_4 + v_5$

ejemplo

cómo buscamos la base de Jordan

queremos que

$$A(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) = (-5v_1, -5v_2, v_3 + v_4, v_4 + v_5, v_5)$$

- $\Rightarrow v_1, v_2$ vep asoc. a -5, v_5 vep asoc. a 1
  - $Av_3 = v_3 + v_4$
  - $Av_4 = v_4 + v_5$
  - $Av_5 = v_5$

ejemplo

cómo buscamos la base de Jordan

queremos que

$$A(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) = (-5v_1, -5v_2, v_3 + v_4, v_4 + v_5, v_5)$$

- $\Rightarrow v_1, v_2$ vep asoc. a -5, v_5 vep asoc. a 1
  - $Av_3 = v_3 + v_4$
  - $Av_4 = v_4 + v_5$
  - $Av_5 = v_5$ $\qquad (A - I)v_5 = \vec{0}$

ejemplo

cómo buscamos la base de Jordan

queremos que

$$A(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) = (-5v_1, -5v_2, v_3 + v_4, v_4 + v_5, v_5)$$

- $\Rightarrow v_1, v_2$ vep asoc. a -5, v_5 vep asoc. a 1
    - $Av_3 = v_3 + v_4$
    - $Av_4 = v_4 + v_5$ $\qquad (A - I)v_4 = v_5$
    - $Av_5 = v_5$ $\qquad (A - I)v_5 = \vec{0}$

ejemplo

cómo buscamos la base de Jordan

queremos que

$$A(v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) \quad = \quad (-5v_1, -5v_2, v_3 + v_4, v_4 + v_5, v_5)$$

- $\Rightarrow v_1, v_2$ vep asoc. a -5, v_5 vep asoc. a 1
  - $Av_3 = v_3 + v_4$
  - $Av_4 = v_4 + v_5$
  - $Av_5 = v_5$

$$(A - I)v_3 = v_4$$
$$(A - I)v_4 = v_5$$
$$(A - I)v_5 = \vec{0}$$

ejemplo

bloque de Jordan de -5

- vep asociados a -5 (hay 2 l.i.)

ejemplo

bloque de Jordan de −5

- vep asociados a −5 (hay 2 l.i.)
- $$(A+5I|\vec{0}) = \left(\begin{array}{rrrrr|r} 5 & -6 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 6 & 0 \end{array}\right)$$

ejemplo

bloque de Jordan de -5

- vep asociados a -5 (hay 2 l.i.)
- $$\left.\begin{array}{rrrrr|r} 5 & -6 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & 0 & 36 & 0 & 0 \\ -1 & -6 & 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 6 & 0 \end{array}\right.$$

ejemplo

bloque de Jordan de -5

- vep asociados a -5 (hay 2 l.i.)
- $$\left.\begin{array}{rrrrr|r} 5 & -6 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & 0 & 36 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & 0 & 36 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 6 & 0 \end{array}\right.$$

ejemplo

bloque de Jordan de -5

- vep asociados a -5 (hay 2 l.i.)
- $$\left(\begin{array}{ccccc|c} 5 & -6 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -36 & 0 & 36 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 6 & 0 \end{array}\right)$$

ejemplo

bloque de Jordan de -5

- vep asociados a -5 (hay 2 l.i.)
- $$\left(\begin{array}{rrrrr|r} 5 & -6 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 6 & 0 \end{array}\right)$$

ejemplo

bloque de Jordan de -5

- vep asociados a -5 (hay 2 l.i.)
- $$\left.\begin{array}{rrrrr|r} 5 & -6 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \end{array}\right.$$

ejemplo

bloque de Jordan de -5

- vep asociados a -5 (hay 2 l.i.)
- $$\left.\begin{array}{rrrrr|r} 5 & -6 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \end{array}\right.$$
- $\Rightarrow x_5 = 0,$

ejemplo

bloque de Jordan de -5

- vep asociados a -5 (hay 2 l.i.)
- $$\left.\begin{array}{rrrrr|r} 5 & -6 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \end{array}\right.$$
- $\Rightarrow x_5 = 0,\ x_1 = x_2 = x_3,$

ejemplo

bloque de Jordan de -5

- vep asociados a -5 (hay 2 l.i.)
- $$\left(\begin{array}{rrrrr|r} 5 & -6 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \end{array}\right)$$
- $\Rightarrow x_5 = 0,\ x_1 = x_2 = x_3,\ x_4$ cualquiera

ejemplo

bloque de Jordan de -5

- vep asociados a -5 (hay 2 l.i.)
- $$\left(\begin{array}{ccccc|c} 5 & -6 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \end{array}\right)$$
- $\Rightarrow x_5 = 0,\ x_1 = x_2 = x_3,\ x_4$ cualquiera
- $\Rightarrow S_{-5} = \mathbb{R}(1,1,1,0,0) + \mathbb{R}(0,0,0,1,0)$

ejemplo

bloque de Jordan de -5

- vep asociados a -5 (hay 2 l.i.)
- $$\begin{array}{rrrrr|r} 5 & -6 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 0 \end{array}$$
- $\Rightarrow x_5 = 0$, $x_1 = x_2 = x_3$, x_4 cualquiera
- $\Rightarrow S_{-5} = \mathbb{R}(1,1,1,0,0) + \mathbb{R}(0,0,0,1,0)$
- $\Rightarrow$ podemos tomar $v_1 = (1,1,1,0,0)$ y $v_2 = (0,0,0,1,0)$

ejemplo

bloque de Jordan de 1

- planteamos $(A - I)\vec{x} = \vec{y}$ (lo vamos a resolver para $\neq \vec{x}, \vec{y}$)

ejemplo

bloque de Jordan de 1

- planteamos $(A-I)\vec{x}=\vec{y}$ (lo vamos a resolver para $\neq \vec{x},\vec{y}$)

$$(A-I|\vec{y}) = \left(\begin{array}{rrrrr|l} -1 & -6 & 0 & 1 & 0 & y_1 \\ 0 & -6 & 0 & 0 & 0 & y_2 \\ -6 & 0 & -6 & 6 & 0 & y_3 \\ -1 & -6 & 0 & 1 & 0 & y_4 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & y_5 \end{array}\right)$$

ejemplo

bloque de Jordan de 1

- planteamos $(A-I)\vec{x}=\vec{y}$ (lo vamos a resolver para $\neq \vec{x},\vec{y}$)

$$\left.\begin{array}{rrrrr|r}
-1 & -6 & 0 & 1 & 0 & y_1 \\
0 & -6 & 0 & 0 & 0 & y_2 \\
0 & 36 & -6 & 0 & 0 & y_3-6y_1 \\
-1 & -6 & 0 & 1 & 0 & y_4 \\
0 & -1 & 0 & 1 & 0 & y_5
\end{array}\right.$$

ejemplo

bloque de Jordan de 1

- planteamos $(A-I)\vec{x}=\vec{y}$ (lo vamos a resolver para $\neq \vec{x},\vec{y}$)

$$\left.\begin{array}{rrrrr|r}
-1 & -6 & 0 & 1 & 0 & y_1 \\
0 & -6 & 0 & 0 & 0 & y_2 \\
0 & 6 & -1 & 0 & 0 & \frac{1}{6}y_3 - y_1 \\
-1 & -6 & 0 & 1 & 0 & y_4 \\
0 & -1 & 0 & 1 & 0 & y_5
\end{array}\right.$$

ejemplo

bloque de Jordan de 1

- planteamos $(A-I)\vec{x}=\vec{y}$ (lo vamos a resolver para $\neq \vec{x},\vec{y}$)

$$\left.\begin{array}{rrrrr|r}
-1 & -6 & 0 & 1 & 0 & y_1 \\
0 & -6 & 0 & 0 & 0 & y_2 \\
0 & 6 & -1 & 0 & 0 & \frac{1}{6}y_3 - y_1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_4 - y_1 \\
0 & -1 & 0 & 1 & 0 & y_5
\end{array}\right.$$

ejemplo

bloque de Jordan de 1

- planteamos $(A - I)\vec{x} = \vec{y}$ (lo vamos a resolver para $\neq \vec{x}, \vec{y}$)

$$\begin{array}{rrrrr|r} -1 & -6 & 0 & 1 & 0 & y_1 \\ 0 & -6 & 0 & 0 & 0 & y_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & \frac{1}{6}y_3 - y_1 + y_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_4 - y_1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & y_5 \end{array}$$

ejemplo

bloque de Jordan de 1

- planteamos $(A - I)\vec{x} = \vec{y}$ (lo vamos a resolver para $\neq \vec{x}, \vec{y}$)

$$\left.\begin{array}{rrrrr|r} -1 & -6 & 0 & 1 & 0 & y_1 \\ 0 & -6 & 0 & 0 & 0 & y_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & \frac{1}{6}y_3 - y_1 + y_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_4 - y_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & y_5 - \frac{1}{6}y_2 \end{array}\right.$$

ejemplo

bloque de Jordan de 1

- planteamos $(A-I)\vec{x}=\vec{y}$ (lo vamos a resolver para $\neq \vec{x},\vec{y}$)

$$\left.\begin{array}{rrrrr|r} -1 & -6 & 0 & 1 & 0 & y_1 \\ 0 & -6 & 0 & 0 & 0 & y_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & \frac{1}{6}y_3-y_1+y_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_4-y_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & y_5-\frac{1}{6}y_2 \end{array}\right.$$

- $\vec{y}=\vec{0} \rightarrow \vec{x}=v_5$

ejemplo

bloque de Jordan de 1

- planteamos $(A - I)\vec{x} = \vec{y}$ (lo vamos a resolver para $\neq \vec{x}, \vec{y}$)

$$\left.\begin{array}{rrrrr|r} -1 & -6 & 0 & 1 & 0 & y_1 \\ 0 & -6 & 0 & 0 & 0 & y_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & \frac{1}{6}y_3 - y_1 + y_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_4 - y_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & y_5 - \frac{1}{6}y_2 \end{array}\right.$$

- $\vec{y} = \vec{0} \rightarrow \vec{x} = v_5 \Rightarrow x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$, x_5 cualquiera

ejemplo

bloque de Jordan de 1

- planteamos $(A-I)\vec{x}=\vec{y}$ (lo vamos a resolver para $\neq \vec{x},\vec{y}$)

$$\left.\begin{array}{rrrrr|r} -1 & -6 & 0 & 1 & 0 & y_1 \\ 0 & -6 & 0 & 0 & 0 & y_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & \frac{1}{6}y_3-y_1+y_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_4-y_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & y_5-\frac{1}{6}y_2 \end{array}\right.$$

- $\vec{y}=\vec{0} \rightarrow \vec{x}=v_5 \rightarrow v_5=(0,0,0,0,1)$

ejemplo

bloque de Jordan de 1

- planteamos $(A - I)\vec{x} = \vec{y}$ (lo vamos a resolver para $\neq \vec{x}, \vec{y}$)

$$\left.\begin{array}{rrrrr|r} -1 & -6 & 0 & 1 & 0 & y_1 \\ 0 & -6 & 0 & 0 & 0 & y_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & \frac{1}{6}y_3 - y_1 + y_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_4 - y_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & y_5 - \frac{1}{6}y_2 \end{array}\right.$$

- $\vec{y} = \vec{0} \rightarrow \vec{x} = v_5 \rightarrow v_5 = (0, 0, 0, 0, 1)$
- $\vec{y} = v_5 \rightarrow \vec{x} = v_4$

ejemplo

bloque de Jordan de 1

- planteamos $(A - I)\vec{x} = \vec{y}$ (lo vamos a resolver para $\neq \vec{x}, \vec{y}$)

$$\left.\begin{array}{rrrrr|r} -1 & -6 & 0 & 1 & 0 & y_1 \\ 0 & -6 & 0 & 0 & 0 & y_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & \frac{1}{6}y_3 - y_1 + y_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_4 - y_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & y_5 - \frac{1}{6}y_2 \end{array}\right.$$

- $\vec{y} = \vec{0} \rightarrow \vec{x} = v_5 \rightarrow v_5 = (0, 0, 0, 0, 1)$
- $\vec{y} = v_5 \rightarrow \vec{x} = v_4 \rightarrow v_4 = (1, 0, 0, 1, 0)$

ejemplo

bloque de Jordan de 1

- planteamos $(A-I)\vec{x}=\vec{y}$ (lo vamos a resolver para $\neq \vec{x},\vec{y}$)

$$\left.\begin{array}{rrrrr|r} -1 & -6 & 0 & 1 & 0 & y_1 \\ 0 & -6 & 0 & 0 & 0 & y_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & \frac{1}{6}y_3-y_1+y_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & y_4-y_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & y_5-\frac{1}{6}y_2 \end{array}\right.$$

- $\vec{y}=\vec{0} \rightarrow \vec{x}=v_5 \rightarrow v_5=(0,0,0,0,1)$
- $\vec{y}=v_5 \rightarrow \vec{x}=v_4 \rightarrow v_4=(1,0,0,1,0)$
- $\vec{y}=v_4 \rightarrow \vec{x}=v_3$

ejemplo

bloque de Jordan de 1

- planteamos $(A-I)\vec{x}=\vec{y}$ (lo vamos a resolver para $\neq \vec{x},\vec{y}$)

$$
\left.\begin{array}{rrrrr}
-1 & -6 & 0 & 1 & 0 \\
0 & -6 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{array}\right|
\begin{array}{r}
y_1 \\
y_2 \\
\frac{1}{6}y_3 - y_1 + y_2 \\
y_4 - y_1 \\
y_5 - \frac{1}{6}y_2
\end{array}
$$

- $\vec{y}=\vec{0} \rightarrow \vec{x}=v_5 \rightarrow v_5=(0,0,0,0,1)$
- $\vec{y}=v_5 \rightarrow \vec{x}=v_4 \rightarrow v_4=(1,0,0,1,0)$
- $\vec{y}=v_4 \rightarrow \vec{x}=v_3 \rightarrow v_3=(-1,0,1,0,0)$

ejemplo

ejemplo - conclusión

- tenemos $A.P = P.FC(T)$ donde

ejemplo

ejemplo - conclusión

- tenemos $A.P = P.FC(T)$ donde
- $FC(T)$ es la forma canónica de Jordan de T y

ejemplo

ejemplo - conclusión

- tenemos $A.P = P.FC(T)$ donde
- $FC(T)$ es la forma canónica de Jordan de T y
- $$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ejemplo

ejemplo - conclusión

- tenemos $A.P = P.FC(T)$ donde
- $FC(T)$ es la forma canónica de Jordan de T y
- $$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
- $P = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$ es invertible

ejemplo

ejemplo - conclusión

- tenemos $A.P = P.FC(T)$ donde
- $FC(T)$ es la forma canónica de Jordan de T y
- $$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
- $P = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$ es invertible
- es decir, las columnas de P forman una base de Jordan

ejemplo

ejemplo - conclusión

- tenemos $A.P = P.FC(T)$ donde
- $FC(T)$ es la forma canónica de Jordan de T y
- $$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
- $P = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$ es invertible
- es decir, las columnas de P forman una base de Jordan
- ejercicio: chequear todo lo que dice esta página