

Teorema de Stokes - aplicaciones

Jana Rodriguez Hertz
Cálculo 3

IMERL

16 de mayo de 2012

teorema de stokes

teorema de stokes

- D región de Green

teorema de stokes

teorema de stokes

- D región de Green
- $\Phi : D \rightarrow S$ superficie paramétrica ∂S orientada como ∂D

teorema de stokes

teorema de stokes

- D región de Green
- $\Phi : D \rightarrow S$ superficie paramétrica ∂S orientada como ∂D
- $X : S \rightarrow \mathbb{R}^3$ campo vectorial C^1

teorema de stokes

teorema de stokes

- D región de Green
- $\Phi : D \rightarrow S$ superficie paramétrica ∂S orientada como ∂D
- $X : S \rightarrow \mathbb{R}^3$ campo vectorial C^1
- $\Rightarrow$

$$\iint_S \text{rot } X \cdot d\vec{S} = \int_{\partial S} X d\alpha$$

la ley de faraday

ley de faraday

- E campo eléctrico

la ley de faraday

ley de faraday

- E campo eléctrico
- H campo magnético

la ley de faraday

ley de faraday

- E campo eléctrico
- H campo magnético
- S superficie con borde $\mathcal{C}$

la ley de faraday

ley de faraday



$$\int_C E d\alpha = \text{circulación del campo eléctrico alrededor de } C$$

la ley de faraday

ley de faraday



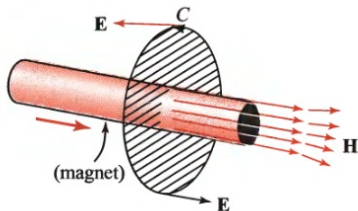
$$\int_C E d\alpha = \text{circulación del campo eléctrico alrededor de } C$$



$$\iint_S H d\vec{S} = \text{flujo del campo magnético a través de } S$$

ley de faraday

ley de faraday



$$\int_C E d\alpha = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S H d\vec{S}$$

ley de faraday

observación

- la ley de Faraday se deduce de una de las ecuaciones de Maxwell

ley de faraday

observación

- la ley de Faraday se deduce de una de las ecuaciones de Maxwell

ley de faraday

observación

- la ley de Faraday se deduce de una de las ecuaciones de Maxwell

ecuación de Maxwell

$$\text{rot } E = -\frac{\partial H}{\partial t}$$

ley de faraday

demostración

● $-\frac{\partial H}{\partial t} = \text{rot } E$ x Maxwell

ley de faraday

demostración

- $-\frac{\partial H}{\partial t} = \text{rot } E$ x Maxwell



$$\int_C E d\alpha = \iint_S \text{rot } E d\vec{S} \quad \text{x Stokes}$$

ley de faraday

demostración

- $-\frac{\partial H}{\partial t} = \text{rot } E$ x Maxwell



$$\int_C E d\alpha = \iint_S \text{rot } E d\vec{S} \quad \text{x Stokes}$$



$$-\frac{\partial}{\partial t} \iint_S H d\vec{S} =$$

ley de faraday

demostración

- $-\frac{\partial H}{\partial t} = \text{rot } E$ x Maxwell



$$\int_C E d\alpha = \iint_S \text{rot } E d\vec{S} \quad \text{x Stokes}$$



$$-\frac{\partial}{\partial t} \iint_S H d\vec{S} = - \iint_S \frac{\partial H}{\partial t} d\vec{S}$$

ley de faraday

demostración

- $-\frac{\partial H}{\partial t} = \text{rot } E$ x Maxwell



$$\int_C E d\alpha = \iint_S \text{rot } E d\vec{S} \quad \text{x Stokes}$$



$$-\frac{\partial}{\partial t} \iint_S H d\vec{S} = - \iint_S \frac{\partial H}{\partial t} d\vec{S} = \iint_S \text{rot } E d\vec{S}$$

ley de faraday

demostración

- $-\frac{\partial H}{\partial t} = \text{rot } E$ x Maxwell



$$\int_C E d\alpha = \iint_S \text{rot } E d\vec{S} \quad \text{x Stokes}$$



$$-\frac{\partial}{\partial t} \iint_S H d\vec{S} = - \iint_S \frac{\partial H}{\partial t} d\vec{S} = \iint_S \text{rot } E d\vec{S} = \int_C E d\alpha$$

ley de faraday

demostración

- $-\frac{\partial H}{\partial t} = \text{rot } E$ x Maxwell



$$\int_C E d\alpha = \iint_S \text{rot } E d\vec{S} \quad \text{x Stokes}$$



$$-\frac{\partial}{\partial t} \iint_S H d\vec{S} = - \iint_S \frac{\partial H}{\partial t} d\vec{S} = \iint_S \text{rot } E d\vec{S} = \int_C E d\alpha$$



la ley de ampère

ley de ampère

- J densidad de corriente eléctrica

la ley de ampère

ley de ampère

- J densidad de corriente eléctrica
- H campo magnético inducido

la ley de ampère

ley de ampère

- J densidad de corriente eléctrica
- H campo magnético inducido
- S superficie con borde $\mathcal{C}$

la ley de ampère

ley de ampère



$\int_C H d\alpha$ = circulación del campo magnético alrededor de C

la ley de ampère

ley de ampère



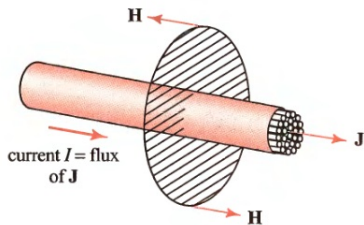
$$\int_C H d\alpha = \text{circulación del campo magnético alrededor de } C$$



$$\iint_S J d\vec{S} = \text{corriente total que atraviesa } S$$

ley de ampère

ley de ampère



$$\int_C H d\alpha = \iint_S J d\vec{S}$$

ley de ampère

observación

- la ley de Ampère se deduce de una de las ecuaciones de Maxwell

ley de ampère

observación

- la ley de Ampère se deduce de una de las ecuaciones de Maxwell

ley de ampère

observación

- la ley de Ampère se deduce de una de las ecuaciones de Maxwell

ecuación de Maxwell
estacionaria

$$\text{rot } H = J$$

ley de ampère

demostración

● $\text{rot } H = J$ x Maxwell



$$\int_C H d\alpha = \iint_S \text{rot } H d\vec{S} \quad \text{x Stokes}$$

ley de ampère

demostración

● $\text{rot } H = J$ x Maxwell



$$\int_C H d\alpha = \iint_S \text{rot } H d\vec{S} \quad \text{x Stokes}$$



$$\int_C H d\alpha =$$

ley de ampère

demostración

● $\text{rot } H = J$ x Maxwell



$$\int_C H d\alpha = \iint_S \text{rot } H d\vec{S} \quad \text{x Stokes}$$



$$\int_C H d\alpha = \iint_S \text{rot } H d\vec{S}$$

ley de ampère

demostración

● $\text{rot } H = J$ x Maxwell



$$\int_C H d\alpha = \iint_S \text{rot } H d\vec{S} \quad \text{x Stokes}$$



$$\int_C H d\alpha = \iint_S \text{rot } H d\vec{S} = \iint_S J d\vec{S}$$

ley de ampère

demostración

● $\text{rot } H = J$ x Maxwell



$$\int_C H d\alpha = \iint_S \text{rot } H d\vec{S} \quad \text{x Stokes}$$



$$\int_C H d\alpha = \iint_S \text{rot } H d\vec{S} = \iint_S J d\vec{S}$$



recordar

teorema

- $X : \mathbb{R}^3 \setminus (p_1, \dots, p_n) \rightarrow \mathbb{R}^3$

recordar

teorema

- $X : \mathbb{R}^3 \setminus (p_1, \dots, p_n) \rightarrow \mathbb{R}^3$
- son equivalentes:

recordar

teorema

- $X : \mathbb{R}^3 \setminus (p_1, \dots, p_n) \rightarrow \mathbb{R}^3$
- son equivalentes:
 - ① $\int_C X d\alpha = 0$ para toda C simple cerrada

recordar

teorema

- $X : \mathbb{R}^3 \setminus (p_1, \dots, p_n) \rightarrow \mathbb{R}^3$
- son equivalentes:
 - 1 $\int_C X d\alpha = 0$ para toda C simple cerrada
 - 2 X es de gradientes: $X = \nabla f$

recordar

teorema

- $X : \mathbb{R}^3 \setminus (p_1, \dots, p_n) \rightarrow \mathbb{R}^3$
- son equivalentes:
 - 1 $\int_C X d\alpha = 0$ para toda C simple cerrada
 - 2 X es de gradientes: $X = \nabla f$
 - 3 $\text{rot } X = \vec{0}$

recordar

recordar

ya demostramos

recordar

recordar

ya demostramos

$$(1) \Rightarrow (2) \Rightarrow (3)$$

objetivo

objetivo

veamos

$$(3) \Rightarrow (1)$$

demostración

demostración

- supongamos que $\text{rot } X \equiv \vec{0}$

demostración

demostración

- supongamos que $\text{rot } X \equiv \vec{0}$
- sea $\mathcal{C}$ curva simple cerrada

demostración

demostración

- supongamos que $\text{rot } X \equiv \vec{0}$
- sea $\mathcal{C}$ curva simple cerrada
- $\Rightarrow \mathcal{C}$ bordea una superficie S

demostración

demostración

- supongamos que $\text{rot } X \equiv \vec{0}$
- sea $\mathcal{C}$ curva simple cerrada
- $\Rightarrow \mathcal{C}$ bordea una superficie S
-

$$\int_{\mathcal{C}} X d\alpha$$

demostración

demostración

- supongamos que $\text{rot } X \equiv \vec{0}$
- sea $\mathcal{C}$ curva simple cerrada
- $\Rightarrow \mathcal{C}$ bordea una superficie S
-

$$\int_{\mathcal{C}} X d\alpha = \iint_S \text{rot } X d\vec{S}$$

demostración

demostración

- supongamos que $\text{rot } X \equiv \vec{0}$
- sea $\mathcal{C}$ curva simple cerrada
- $\Rightarrow \mathcal{C}$ bordea una superficie S
-

$$\int_{\mathcal{C}} X d\alpha = \iint_S \text{rot } X d\vec{S} = 0$$

demostración

demostración

- supongamos que $\text{rot } X \equiv \vec{0}$
- sea $\mathcal{C}$ curva simple cerrada
- $\Rightarrow \mathcal{C}$ bordea una superficie S
-

$$\int_{\mathcal{C}} X d\alpha = \iint_S \text{rot } X d\vec{S} = 0$$

