Divergencia de un campo

Jana Rodriguez Hertz
Cálculo 3

IMERL

23 de mayo de 2012

el operador nabla

el operador nabla

- definimos formalmente

el operador nabla

el operador nabla

- definimos formalmente
- el operador nabla

el operador nabla

el operador nabla

- definimos formalmente
- el operador nabla
- como

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

el operador nabla

el operador nabla - gradiente

- $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ función C^1

el operador nabla

el operador nabla - gradiente

- $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ función C^1
- $$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right)$$

el operador nabla

el operador nabla - rotor

- $X : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ campo vectorial C^1

el operador nabla

el operador nabla - rotor

- $X : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ campo vectorial C^1
-

$$\nabla \wedge X$$

el operador nabla

el operador nabla - rotor

- $X : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ campo vectorial C^1
- $$\nabla \wedge X = \operatorname{rot} X$$

el operador nabla

el operador nabla - rotor

- $X : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ campo vectorial C^1
- $$\nabla \wedge X = \operatorname{rot} X = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ P & Q & R \end{vmatrix}$$

el operador nabla

el operador nabla - divergencia

- $X : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ campo vectorial C^1

el operador nabla

el operador nabla - divergencia

- $X : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ campo vectorial C^1
- divergencia de X

el operador nabla

el operador nabla - divergencia

- $X : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ campo vectorial C^1
- divergencia de X
- $$\operatorname{div} X =$$

el operador nabla

el operador nabla - divergencia

- $X : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ campo vectorial C^1
- divergencia de X
- $$\operatorname{div} X = \nabla . X =$$

el operador nabla

el operador nabla - divergencia

- $X : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ campo vectorial C^1
- divergencia de X
- $$\operatorname{div} X = \nabla . X = \; = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$$

ejemplo 1

ejemplo 1

- calcular la divergencia de $X = (x^2y, z, xyz)$

ejemplo 1

ejemplo 1

- calcular la divergencia de $X = (x^2y, z, xyz)$
- $$\operatorname{div} X =$$

ejemplo 1

ejemplo 1

- calcular la divergencia de $X = (x^2y, z, xyz)$
- $$\operatorname{div} X = 2xy + 0 + xy$$

ejemplo 1

ejemplo 1

- calcular la divergencia de $X = (x^2 y, z, xyz)$
-
$$\operatorname{div} X = 2xy + 0 + xy = 3xy$$

interpretación física

interptreación fíısica

- X campo de velocidades de un gas

interpretación física

interptreación fíısica

- X campo de velocidades de un gas
- $\Rightarrow \operatorname{div} X$ tasa de expansión del gas por unidad de volumen

interpretación física

interptreación fíısica

- X campo de velocidades de un gas
- $\Rightarrow \operatorname{div} X$ tasa de expansión del gas por unidad de volumen
  1. $\operatorname{div} X < 0 \rightarrow$ el gas se está comprimiendo

interpretación física

interptreación fíısica

- X campo de velocidades de un gas
- $\Rightarrow$ div X tasa de expansión del gas por unidad de volumen
  1. div $X < 0 \to$ el gas se está comprimiendo
  2. div $X > 0 \to$ el gas se está expandiendo

interpretación física

interptreación fíısica

- X campo de velocidades de un gas
- $\Rightarrow$ div X tasa de expansión del gas por unidad de volumen
  1. div $X < 0 \rightarrow$ el gas se está comprimiendo
  2. div $X > 0 \rightarrow$ el gas se está expandiendo
  3. div $X = 0 \rightarrow$ el volumen del gas es constante

interpretación física

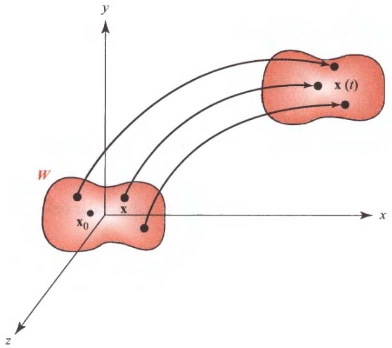
interpretación física

- W pequeña región alrededor de x_0

interpretación física

interpretación física

- W pequeña región alrededor de x_0
- $W(t)$ la región de los puntos de W después de fluir t



interpretación física

interpretación física

- W pequeña región alrededor de x_0
- $W(t)$ la región de los puntos de W después de fluir t
- entonces:

$$\frac{1}{\operatorname{vol} W(t)} \frac{d}{dt} \operatorname{vol} W(t)\Big|_{t=0}$$

interpretación física

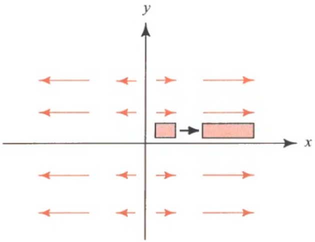
interpretación física

- W pequeña región alrededor de x_0
- $W(t)$ la región de los puntos de W después de fluir t
- entonces:

$$\frac{1}{\mathrm{vol}\, W(t)} \frac{d}{dt} \mathrm{vol}\, W(t) \Big|_{t=0} \approx \mathrm{div}\, X(x_0)$$

ejemplo 2

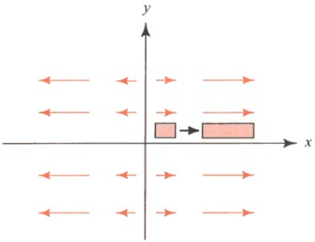
ejemplo 2



- $X = (x, 0)$

ejemplo 2

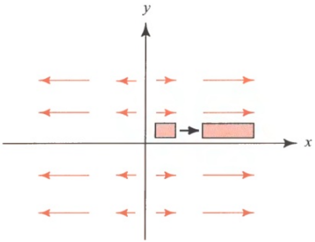
ejemplo 2



- $X = (x, 0)$
- área de los rectángulos aumenta bajo la acción de X

ejemplo 2

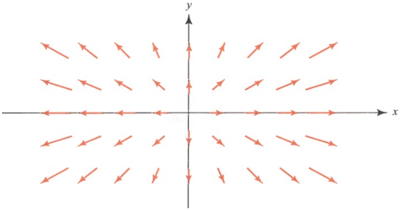
ejemplo 2



- $X = (x, 0)$
- área de los rectángulos aumenta bajo la acción de X
- $\operatorname{div} X = 1 > 0$

ejemplo 3

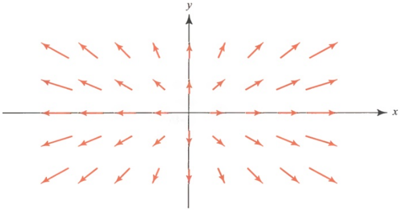
ejemplo 3



- $X = (x, y)$

ejemplo 3

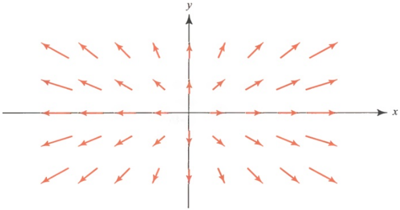
ejemplo 3



- $X = (x, y)$
- área de los rectángulos aumenta bajo la acción de X

ejemplo 3

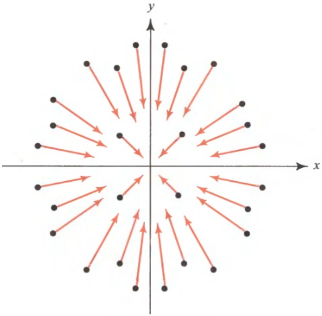
ejemplo 3



- $X = (x, y)$
- área de los rectángulos aumenta bajo la acción de X
- $\operatorname{div} X = 1 + 1 > 0$

ejemplo 4

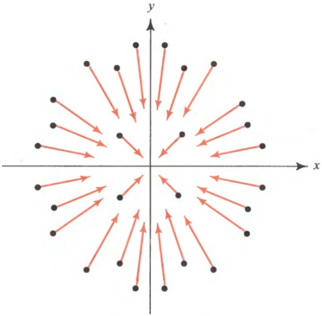
ejemplo 4



- $X = (-x, -y)$

ejemplo 4

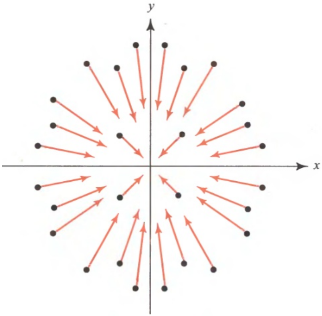
ejemplo 4



- $X = (-x, -y)$
- área de los rectángulos se comprime bajo la acción de X

ejemplo 4

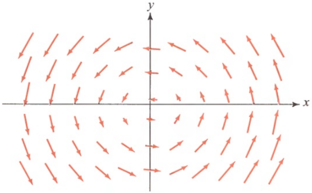
ejemplo 4



- $X = (-x, -y)$
- área de los rectángulos se comprime bajo la acción de X
- $\operatorname{div} X = -1 - 1 < 0$

ejemplo 5

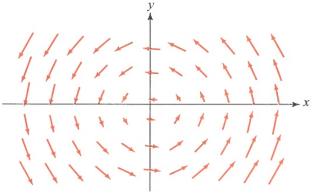
ejemplo 5



- $X = (-y, x)$

ejemplo 5

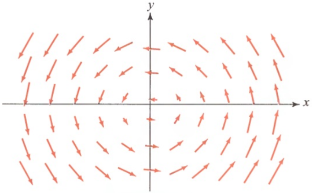
ejemplo 5



- $X = (-y, x)$
- líneas de flujo son circunferencias concéntricas

ejemplo 5

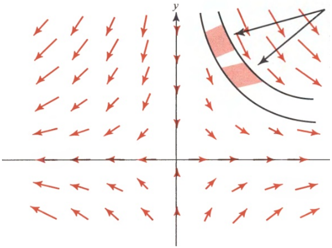
ejemplo 5



- $X = (-y, x)$
- líneas de flujo son circunferencias concéntricas
- $\operatorname{div} X = 0$

ejemplo 6

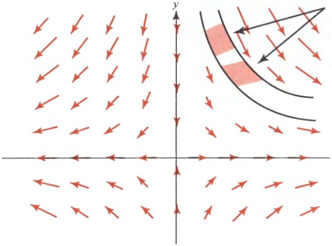
ejemplo 6



- $X = (x, -y)$

ejemplo 6

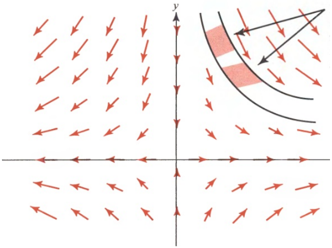
ejemplo 6



- $X = (x, -y)$
- no es tan claro a priori cómo evoluciona el área

ejemplo 6

ejemplo 6



- $X = (x, -y)$
- no es tan claro a priori cómo evoluciona el área
- $\operatorname{div} X = 1 - 1 = 0$

divergencia de un rotor

divergencia de un rotor

- $X : \Omega \subset \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ campo C^2

divergencia de un rotor

divergencia de un rotor

- $X : \Omega \subset \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ campo C^2
- entonces

$$\operatorname{div}(\operatorname{rot} X) = 0$$

divergencia de un rotor

demostración

- $$\operatorname{rot} X = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ P & Q & R \end{vmatrix}$$

divergencia de un rotor

demostración

- $$\operatorname{rot} X = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ P & Q & R \end{vmatrix} = (R_y - Q_z, P_z - R_x, Q_x - P_y)$$

divergencia de un rotor

demostración

- $$\operatorname{rot} X = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ P & Q & R \end{vmatrix} = (R_y - Q_z, P_z - R_x, Q_x - P_y)$$

- $$\operatorname{div}(\operatorname{rot} X) = R_{yx} - Q_{zx} + P_{zy} - R_{xy} + Q_{xz} - P_{yz}$$

divergencia de un rotor

demostración

- $$\operatorname{rot} X = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ P & Q & R \end{vmatrix} = (R_y - Q_z, P_z - R_x, Q_x - P_y)$$

- $$\operatorname{div}(\operatorname{rot} X) = R_{yx} - Q_{zx} + P_{zy} - R_{xy} + Q_{xz} - P_{yz} = 0$$

campo solenoidal

campo solenoidal

- X campo C^1

campo solenoidal

campo solenoidal

- X campo C^1
- campo solenoidal

campo solenoidal

campo solenoidal

- X campo C^1
- campo solenoidal
- si

$$\operatorname{div} X \equiv 0$$

ejemplo 7

ejemplo 7

Mostrar que $X = (x, y, z)$ no puede ser el rotor de ningún otro campo

ejemplo 7

ejemplo 7

Mostrar que $X = (x, y, z)$ no puede ser el rotor de ningún otro campo

- supongamos que $X = \operatorname{rot} Y$

ejemplo 7

ejemplo 7

Mostrar que $X = (x, y, z)$ no puede ser el rotor de ningún otro campo

- supongamos que $X = \operatorname{rot} Y$
- entonces tendríamos

$$\operatorname{div} X$$

ejemplo 7

ejemplo 7

Mostrar que $X = (x, y, z)$ no puede ser el rotor de ningún otro campo

- supongamos que $X = \operatorname{rot} Y$
- entonces tendríamos

$$\operatorname{div} X = \operatorname{div}(\operatorname{rot} Y)$$

ejemplo 7

ejemplo 7

Mostrar que $X = (x, y, z)$ no puede ser el rotor de ningún otro campo

- supongamos que $X = \operatorname{rot} Y$
- entonces tendríamos

$$\operatorname{div} X = \operatorname{div}(\operatorname{rot} Y) = 0$$

ejemplo 7

ejemplo 7

Mostrar que $X = (x, y, z)$ no puede ser el rotor de ningún otro campo

- supongamos que $X = \operatorname{rot} Y$
- entonces tendríamos

$$\operatorname{div} X = \operatorname{div}(\operatorname{rot} Y) = 0$$

- pero

$$\operatorname{div} X = 1 + 1 + 1 = 3$$

ejemplo 7

ejemplo 7

Mostrar que $X = (x, y, z)$ no puede ser el rotor de ningún otro campo

- supongamos que $X = \operatorname{rot} Y$
- entonces tendríamos

$$\operatorname{div} X = \operatorname{div}(\operatorname{rot} Y) = 0$$

- pero

$$\operatorname{div} X = 1 + 1 + 1 = 3$$

- $\Rightarrow$ no puede ser rotor de otro campo

ejemplo 7

ejemplo 7

Mostrar que $X = (x, y, z)$ no puede ser el rotor de ningún otro campo

- supongamos que $X = \text{rot}\, Y$
- entonces tendríamos

$$\text{div}\, X = \text{div}(\text{rot}\, Y) = 0$$

- pero

$$\text{div}\, X = 1 + 1 + 1 = 3$$

- $\Rightarrow$ no puede ser rotor de otro campo

potencial vector

potencial vector

- $X : \Omega \subset \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$

potencial vector

potencial vector

- $X : \Omega \subset \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$
- Y potencial vector de X

potencial vector

potencial vector

- $X : \Omega \subset \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$
- Y potencial vector de X
- si

$$\text{rot}\, Y = X$$

observación

observación

X tiene potencial vector $\Rightarrow$ X solenoidal

teorema

teorema

- $X : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ campo C^1

teorema

teorema

- $X : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ campo C^1
- X solenoidal

teorema

teorema

- $X : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ campo C^1
- X solenoidal
- $\Rightarrow X$ tiene un potencial vector

demostración

demostración

demostración

demostración

- $\vec{X} = (A, B, C)$ dato

demostración

demostración

- $\vec{X} = (A, B, C)$ dato
- $\vec{Y} = (P, Q, R)$ desconocido

demostración

demostración

- $\vec{X} = (A, B, C)$ dato
- $\vec{Y} = (P, Q, R)$ desconocido
- queremos que rot $\vec{Y} = \vec{X}$

demostración

demostración

- $\vec{X} = (A, B, C)$ dato
- $\vec{Y} = (P, Q, R)$ desconocido
- queremos que rot $\vec{Y} = \vec{X}$
- rot $\vec{Y} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ P & Q & R \end{vmatrix}$

demostración

demostración

- $\vec{X} = (A, B, C)$ dato
- $\vec{Y} = (P, Q, R)$ desconocido
- queremos que rot $\vec{Y} = \vec{X}$
- rot $\vec{Y} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ P & Q & R \end{vmatrix}$
- rot $\vec{Y} = (R_y - Q_z, P_z - R_x, Q_x - P_y) = (A, B, C)$

demostración

demostración

demostración

demostración

- queremos que $\begin{cases} R_y - Q_z = A \\ P_z - R_x = B \\ Q_x - P_y = C \end{cases}$

demostración

demostración

- queremos que $\begin{cases} R_y - Q_z = A \\ P_z - R_x = B \\ Q_x - P_y = C \end{cases}$
- tenemos muchos grados de libertad, así que pedimos $R = 0$

demostración

demostración

- queremos que $\begin{cases} R_y - Q_z = A \\ P_z - R_x = B \\ Q_x - P_y = C \end{cases}$
- tenemos muchos grados de libertad, así que pedimos $R = 0$
- $\begin{cases} -Q_z = A & (1) \\ P_z - = B & (2) \\ Q_x - P_y = C & (3) \end{cases}$

demostración

demostración

demostración

demostración

- de (1) $Q = -\int_0^z A(x,y,t)dt + g(x,y)$

demostración

demostración

- de (1) $Q = -\int_0^z A(x, y, t)dt + g(x, y)$
- de (2) $P = \int_0^z B(x, y, t)dt + h(x, y)$

demostración

demostración

- de (1) $Q = -\int_0^z A(x,y,t)dt + g(x,y)$
- de (2) $P = \int_0^z B(x,y,t)dt + h(x,y)$
- verifiquemos (3) $Q_x - P_y = -\int_0^z (A_x + B_y)dt + g_x - h_y$

demostración

demostración

- de (1) $Q = -\int_0^z A(x,y,t)dt + g(x,y)$
- de (2) $P = \int_0^z B(x,y,t)dt + h(x,y)$
- verifiquemos (3) $Q_x - P_y = -\int_0^z (A_x + B_y)dt + g_x - h_y$
- $Q_x - P_y = \int_0^z C_z + g_x - h_y$

demostración

demostración

- de (1) $Q = -\int_0^z A(x,y,t)dt + g(x,y)$
- de (2) $P = \int_0^z B(x,y,t)dt + h(x,y)$
- verifiquemos (3) $Q_x - P_y = -\int_0^z (A_x + B_y)dt + g_x - h_y$
- $Q_x - P_y = \int_0^z C_z + g_x - h_y$
- $Q_x - P_y = C(x,y,z) - C(x,y,0) + g_x - h_y = C$

demostración

demostración

- de (1) $Q = -\int_0^z A(x,y,t)dt + g(x,y)$
- de (2) $P = \int_0^z B(x,y,t)dt + h(x,y)$
- verifiquemos (3) $Q_x - P_y = -\int_0^z (A_x + B_y)dt + g_x - h_y$
- $Q_x - P_y = \int_0^z C_z + g_x - h_y$
- $Q_x - P_y = C(x,y,z) - C(x,y,0) + g_x - h_y = C$
- lo cumple, por ejemplo $h(x,y) = -\int_0^y C(x,t,0)dt$, $g(x,y) = 0$

demostración

demostración

demostración

demostración

- chequeemos $\begin{cases} P = \int_0^z B(x,y,t)dt - \int_0^y C(x,y,0) \\ Q = -\int_0^z A(x,y,t)dt \\ R = 0 \end{cases}$

demostración

demostración

- chequeemos $\begin{cases} P = \int_0^z B(x,y,t)dt - \int_0^y C(x,y,0) \\ Q = -\int_0^z A(x,y,t)dt \\ R = 0 \end{cases}$
- cumple: $R_y - Q_z = A$

demostración

demostración

- chequeemos $\begin{cases} P = \int_0^z B(x,y,t)dt - \int_0^y C(x,y,0) \\ Q = -\int_0^z A(x,y,t)dt \\ R = 0 \end{cases}$
- cumple: $R_y - Q_z = A$
- $P_z - R_x =$

demostración

demostración

- chequeemos $\begin{cases} P = \int_0^z B(x,y,t)dt - \int_0^y C(x,y,0) \\ Q = -\int_0^z A(x,y,t)dt \\ R = 0 \end{cases}$
- cumple: $R_y - Q_z = A$
- $P_z - R_x = B$

demostración

demostración

- chequeemos $\begin{cases} P = \int_0^z B(x,y,t)dt - \int_0^y C(x,y,0) \\ Q = -\int_0^z A(x,y,t)dt \\ R = 0 \end{cases}$
- cumple: $R_y - Q_z = A$
- $P_z - R_x = B$
- $Q_x - P_y =$

demostración

demostración

- chequeemos $\begin{cases} P = \int_0^z B(x,y,t)dt - \int_0^y C(x,y,0) \\ Q = -\int_0^z A(x,y,t)dt \\ R = 0 \end{cases}$
- cumple: $R_y - Q_z = A$
- $P_z - R_x = B$
- $Q_x - P_y = C$

demostración

demostración

- chequeemos $\begin{cases} P = \int_0^z B(x, y, t)dt - \int_0^y C(x, y, 0) \\ Q = -\int_0^z A(x, y, t)dt \\ R = 0 \end{cases}$
- cumple: $R_y - Q_z = A$
- $P_z - R_x = B$
- $Q_x - P_y = C$
- $\Rightarrow \text{rot}\, \vec{Y} = \vec{X}$

ejemplo 7

ejemplo 7

- Averiguar si existe potencial vector $\vec{Y}$ de $\vec{X} = (x - 1, -y, 2x)$

ejemplo 7

ejemplo 7

- Averiguar si existe potencial vector $\vec{Y}$ de $\vec{X} = (x - 1, -y, 2x)$
- con $\vec{Y} = (P, Q, R)$ tales que

ejemplo 7

ejemplo 7

- Averiguar si existe potencial vector $\vec{Y}$ de $\vec{X} = (x - 1, -y, 2x)$
- con $\vec{Y} = (P, Q, R)$ tales que
- $P \equiv 0$

ejemplo 7

ejemplo 7

- Averiguar si existe potencial vector $\vec{Y}$ de $\vec{X} = (x-1, -y, 2x)$
- con $\vec{Y} = (P, Q, R)$ tales que
- $P \equiv 0$
- $Q(1, y, z) = 1 + y^2 + z$

ejemplo 7

ejemplo 7

- Averiguar si existe potencial vector $\vec{Y}$ de $\vec{X} = (x - 1, -y, 2x)$
- con $\vec{Y} = (P, Q, R)$ tales que
- $P \equiv 0$
- $Q(1, y, z) = 1 + y^2 + z$
- $R(1, 0, z) = e^z$

ejemplo 7

ejemplo 7

ejemplo 7

ejemplo 7

- div $\vec{Y} = (x-1)_x + (-y)_y + (2x)_z = 0$

ejemplo 7

ejemplo 7

- div $\vec{Y} = (x-1)_x + (-y)_y + (2x)_z = 0$
- $\Rightarrow$ existe un potencial vector, pero no sabemos si hay uno que verifique todas las restricciones

ejemplo 7

ejemplo 7

- div $\vec{Y} = (x-1)_x + (-y)_y + (2x)_z = 0$
- $\Rightarrow$ existe un potencial vector, pero no sabemos si hay uno que verifique todas las restricciones
- veamos: rot $\vec{Y} = \vec{X}$, $P \equiv 0$

ejemplo 7

ejemplo 7

- div $\vec{Y} = (x-1)_x + (-y)_y + (2x)_z = 0$
- $\Rightarrow$ existe un potencial vector, pero no sabemos si hay uno que verifique todas las restricciones
- veamos: rot $\vec{Y} = \vec{X}$, $P \equiv 0$
- $\Rightarrow \begin{cases} R_y - Q_z = x - 1 \\ -R_x = -y \\ Q_x = 2x \end{cases}$

ejemplo 7

ejemplo 7

- $Q(x, y, z) - Q(1, y, z) = \int_1^x Q_x(t, y, z)dt$

ejemplo 7

ejemplo 7

- $Q(x,y,z) - Q(1,y,z) = \int_1^x Q_x(t,y,z)dt$
- $Q(x,y,z) - Q(1,y,z) = \int_1^x 2tdt$

ejemplo 7

ejemplo 7

- $Q(x,y,z) - Q(1,y,z) = \int_1^x Q_x(t,y,z)dt$
- $Q(x,y,z) - Q(1,y,z) = \int_1^x 2tdt$
- $Q(x,y,z) = 1 + y^2 + z + x^2 - 1$

ejemplo 7

ejemplo 7

- $Q(x,y,z) - Q(1,y,z) = \int_1^x Q_x(t,y,z)dt$
- $Q(x,y,z) - Q(1,y,z) = \int_1^x 2t dt$
- $Q(x,y,z) = 1 + y^2 + z + x^2 - 1 = x^2 + y^2 + z$

ejemplo 7

ejemplo 7

- $Q(x, y, z) - Q(1, y, z) = \int_1^x Q_x(t, y, z)dt$
- $Q(x, y, z) - Q(1, y, z) = \int_1^x 2tdt$
- $Q(x, y, z) = 1 + y^2 + z + x^2 - 1 = x^2 + y^2 + z$
- $R(x, y, z) - R(1, y, z) = \int_1^x R_x(t, y, z)dt$

ejemplo 7

ejemplo 7

- $Q(x,y,z) - Q(1,y,z) = \int_1^x Q_x(t,y,z)dt$
- $Q(x,y,z) - Q(1,y,z) = \int_1^x 2tdt$
- $Q(x,y,z) = 1 + y^2 + z + x^2 - 1 = x^2 + y^2 + z$
- $R(x,y,z) - R(1,y,z) = \int_1^x R_x(t,y,z)dt$
- $R(x,y,z) - R(1,y,z) = \int_1^x ydt$

ejemplo 7

ejemplo 7

- $Q(x,y,z) - Q(1,y,z) = \int_1^x Q_x(t,y,z)dt$
- $Q(x,y,z) - Q(1,y,z) = \int_1^x 2tdt$
- $Q(x,y,z) = 1 + y^2 + z + x^2 - 1 = x^2 + y^2 + z$
- $R(x,y,z) - R(1,y,z) = \int_1^x R_x(t,y,z)dt$
- $R(x,y,z) - R(1,y,z) = \int_1^x ydt$
- $R(x,y,z) = R(1,y,z) + yx - y$

ejemplo 7

ejemplo 7

- $R_y - Q_z = x - 1$

ejemplo 7

ejemplo 7

- $R_y - Q_z = x - 1$
- $R_y(1, y, z) + x - 2 = x - 1$

ejemplo 7

ejemplo 7

- $R_y - Q_z = x - 1$
- $R_y(1, y, z) + x - 2 = x - 1$
- $R_y(1, y, z) = 1$

ejemplo 7

ejemplo 7

- $R_y - Q_z = x - 1$
- $R_y(1, y, z) + x - 2 = x - 1$
- $R_y(1, y, z) = 1$
- $R(1, y, z) - R(1, 0, z) = \int_0^y R_y(1, t, z)dt$

ejemplo 7

ejemplo 7

- $R_y - Q_z = x - 1$
- $R_y(1, y, z) + x - 2 = x - 1$
- $R_y(1, y, z) = 1$
- $R(1, y, z) - R(1, 0, z) = \int_0^y R_y(1, t, z)dt$
- $R(1, y, z) = R(1, 0, z) + y = e^z + y$

ejemplo 7

ejemplo 7

- $R_y - Q_z = x - 1$
- $R_y(1, y, z) + x - 2 = x - 1$
- $R_y(1, y, z) = 1$
- $R(1, y, z) - R(1, 0, z) = \int_0^y R_y(1, t, z)dt$
- $R(1, y, z) = R(1, 0, z) + y = e^z + y$
- $\Rightarrow R(x, y, z) = e^z + y + yx - y$

ejemplo 7

ejemplo 7

- $R_y - Q_z = x - 1$
- $R_y(1, y, z) + x - 2 = x - 1$
- $R_y(1, y, z) = 1$
- $R(1, y, z) - R(1, 0, z) = \int_0^y R_y(1, t, z)dt$
- $R(1, y, z) = R(1, 0, z) + y = e^z + y$
- $\Rightarrow R(x, y, z) = e^z + y + yx - y = e^z + yx$

ejemplo 7

ejemplo 7

- conclusión:

ejemplo 7

ejemplo 7

- conclusión:
- $\vec{Y} = (0, x^2 + y^2 + z, e^z + yz)$

ejemplo 7

ejemplo 7

- conclusión:
- $\vec{Y} = (0, x^2 + y^2 + z, e^z + yz)$
- es el único potencial vector de $\vec{X}$

ejemplo 7

ejemplo 7

- conclusión:
- $\vec{Y} = (0, x^2 + y^2 + z, e^z + yz)$
- es el único potencial vector de $\vec{X}$
- cumpliendo las restricciones dadas.

ejemplo 7

ejemplo 7

- conclusión:
- $\vec{Y} = (0, x^2 + y^2 + z, e^z + yz)$
- es el único potencial vector de $\vec{X}$
- cumpliendo las restricciones dadas.
- chequear que es el único.

OJO

si $\Omega \neq \mathbb{R}^3$ no vale

- el campo gravitatorio

$$X = -\frac{GmM\vec{r}}{r^3}$$

OJO

si $\Omega \neq \mathbb{R}^3$ no vale

- el campo gravitatorio

$$X = -\frac{GmM\vec{r}}{r^3}$$

- cumple

OJO

si $\Omega \neq \mathbb{R}^3$ no vale

- el campo gravitatorio

$$X = -\frac{GmM\vec{r}}{r^3}$$

- cumple
  1. $\operatorname{div} X \equiv 0$

OJO

si $\Omega \neq \mathbb{R}^3$ no vale

- el campo gravitatorio

$$X = -\frac{GmM\vec{r}}{r^3}$$

- cumple
  1. div $X \equiv 0$
  2. NO tiene un potencial vector

OJO

si $\Omega \neq \mathbb{R}^3$ no vale

- el campo gravitatorio

$$X = -\frac{GmM\vec{r}}{r^3}$$

- cumple
  1. div $X \equiv 0$
  2. NO tiene un potencial vector
- porque $\Omega \neq \mathbb{R}^3$

demostración

demostración

en el práctico