Teorema de Gauss

Jana Rodriguez Hertz
Cálculo 3

IMERL

28 de mayo de 2012

región elemental

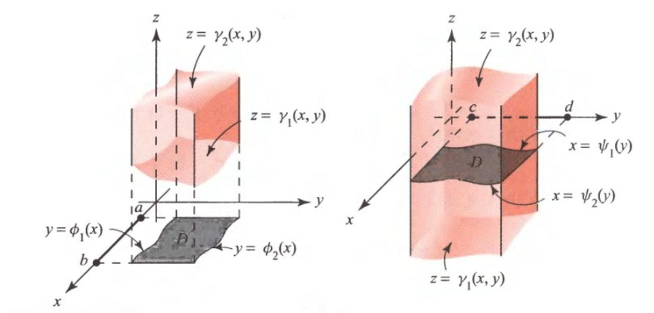
región elemental

- $R \subset \mathbb{R}^3$ región elemental del espacio

región elemental

región elemental

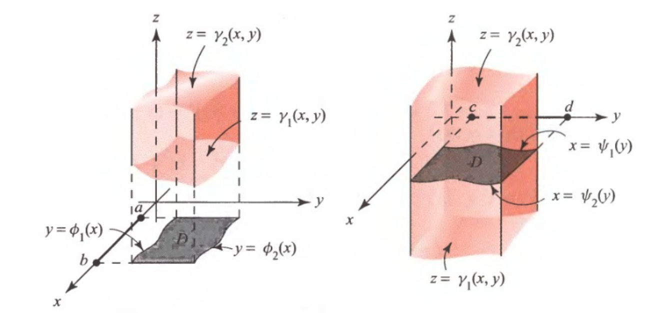
- $R \subset \mathbb{R}^3$ región elemental del espacio



-

región elemental

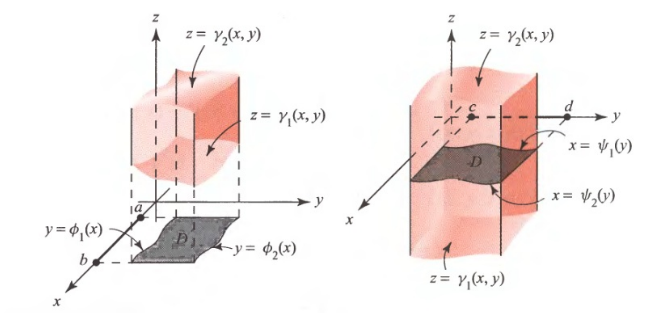
región elemental

- $R \subset \mathbb{R}^3$ región elemental del espacio
- 

- $(x, y) \in D$ región elemental del plano

región elemental

región elemental

- $R \subset \mathbb{R}^3$ región elemental del espacio
- 

- $(x, y) \in D$ región elemental del plano
- $\gamma_1(x, y) \leq z \leq \gamma_2(x, y)$

regiones elementales

otras regiones elementales

- $(x, z) \in D$ región elemental del plano xz

regiones elementales

otras regiones elementales

- $(x, z) \in D$ región elemental del plano xz
- $\delta_1(x, z) \le y \le \delta_2(x, z)$

regiones elementales

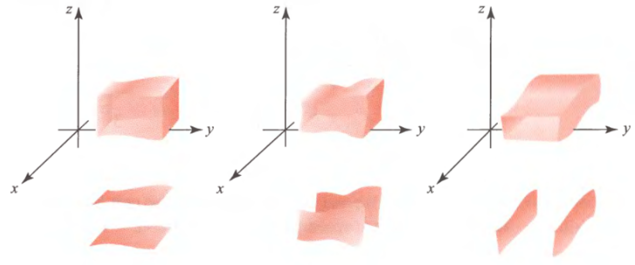
otras regiones elementales

- $(x, z) \in D$ región elemental del plano xz
- $\delta_1(x, z) \leq y \leq \delta_2(x, z)$
- $(y, z) \in D$ región elemental del plano yz

regiones elementales

otras regiones elementales

- $(x, z) \in D$ región elemental del plano xz
- $\delta_1(x, z) \leq y \leq \delta_2(x, z)$
- $(y, z) \in D$ región elemental del plano yz
- $\rho_1(y, z) \leq x \leq \rho_2(y, z)$



Top and bottom are surfaces $z = \gamma(x, y)$ | Front and rear are surfaces $x = \rho(y, z)$ | Left and right are surfaces $y = \delta(x, z)$

borde de una región elemental

borde de una región elemental

- el borde de una región elemental es una superficie S

borde de una región elemental

borde de una región elemental

- el borde de una región elemental es una superficie S
- S está formada por varias caras (de 2 a 6)

borde de una región elemental

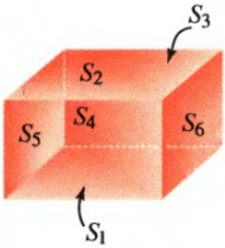
borde de una región elemental

- el borde de una región elemental es una superficie S
- S está formada por varias caras (de 2 a 6)
- cada cara es la gráfica de una función de $\mathbb{R}^2$ en $\mathbb{R}$

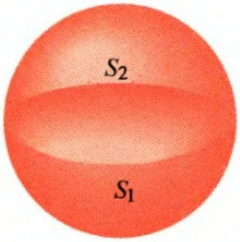
borde de una región elemental

borde de una región elemental

- el borde de una región elemental es una superficie S
- S está formada por varias caras (de 2 a 6)
- cada cara es la gráfica de una función de $\mathbb{R}^2$ en $\mathbb{R}$



(a)



(b)

orientaciones

orientaciones

- recordemos que una superficie como S

orientaciones

orientaciones

- recordemos que una superficie como S
- tiene dos posibles orientaciones:

orientaciones

orientaciones

- recordemos que una superficie como S
- tiene dos posibles orientaciones:
  1. normal exterior

orientaciones

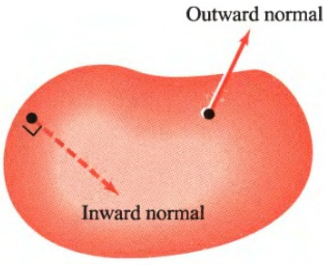
orientaciones

- recordemos que una superficie como S
- tiene dos posibles orientaciones:
  1. normal exterior
  2. normal interior

orientaciones

orientaciones

- recordemos que una superficie como S
- tiene dos posibles orientaciones:
  1. normal exterior
  2. normal interior



ejemplo 1

ejemplo 1

- cubo unitario $W = [0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$

ejemplo 1

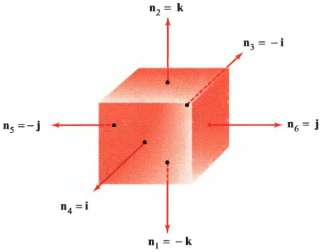
ejemplo 1

- cubo unitario $W = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$
- tiene 6 caras

ejemplo 1

ejemplo 1

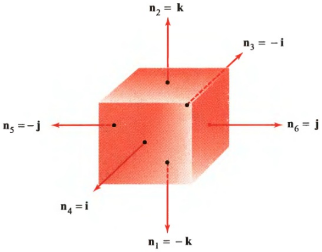
- cubo unitario $W = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$
- tiene 6 caras



ejemplo 1

ejemplo 1

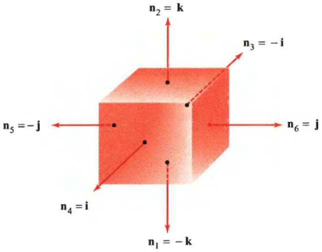
- cubo unitario $W = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$
- tiene 6 caras



ejemplo 1

ejemplo 1

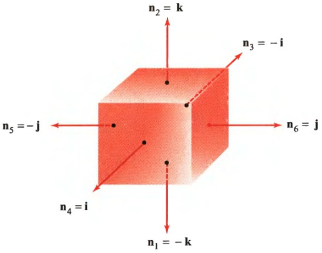
- cubo unitario $W = [0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$
- tiene 6 caras



ejemplo 1

ejemplo 1

- cubo unitario $W = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$
- tiene 6 caras



$$S_1 \begin{cases} x \in [0,1] \\ y \in [0,1] \\ z = 0 \end{cases} \qquad S_4 \begin{cases} x = 1 \\ y \in [0,1] \\ z \in [0,1] \end{cases}$$

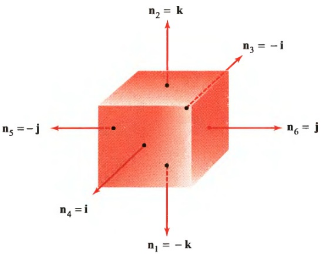
$$S_2 \begin{cases} x \in [0,1] \\ y \in [0,1] \\ z = 1 \end{cases}$$

$$S_3 \begin{cases} x = 0 \\ y \in [0,1] \\ z \in [0,1] \end{cases}$$

ejemplo 1

ejemplo 1

- cubo unitario $W = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$
- tiene 6 caras



$$S_1 \begin{cases} x \in [0,1] \\ y \in [0,1] \\ z = 0 \end{cases} \qquad S_4 \begin{cases} x = 1 \\ y \in [0,1] \\ z \in [0,1] \end{cases}$$

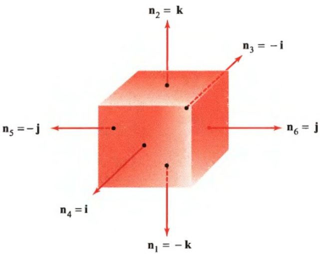
$$S_2 \begin{cases} x \in [0,1] \\ y \in [0,1] \\ z = 1 \end{cases} \qquad S_5 \begin{cases} x \in [0,1] \\ y = 0 \\ z \in [0,1] \end{cases}$$

$$S_3 \begin{cases} x = 0 \\ y \in [0,1] \\ z \in [0,1] \end{cases}$$

ejemplo 1

ejemplo 1

- cubo unitario $W = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$
- tiene 6 caras



$$S_1 \begin{cases} x \in [0,1] \\ y \in [0,1] \\ z = 0 \end{cases} \qquad S_4 \begin{cases} x = 1 \\ y \in [0,1] \\ z \in [0,1] \end{cases}$$

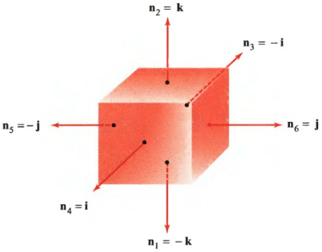
$$S_2 \begin{cases} x \in [0,1] \\ y \in [0,1] \\ z = 1 \end{cases} \qquad S_5 \begin{cases} x \in [0,1] \\ y = 0 \\ z \in [0,1] \end{cases}$$

$$S_3 \begin{cases} x = 0 \\ y \in [0,1] \\ z \in [0,1] \end{cases} \qquad S_6 \begin{cases} x \in [0,1] \\ y = 1 \\ z \in [0,1] \end{cases}$$

ejemplo 1

ejemplo 1

- cubo unitario $W = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$
- tiene 6 caras

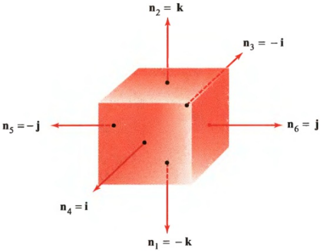


$n_2 = (0, 0, 1) = -n_1$

ejemplo 1

ejemplo 1

- cubo unitario $W = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$
- tiene 6 caras

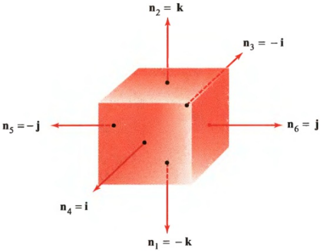


$n_2 = (0,0,1) = -n_1 \qquad n_4 = (1,0,0) = -n_3$

ejemplo 1

ejemplo 1

- cubo unitario $W = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$
- tiene 6 caras



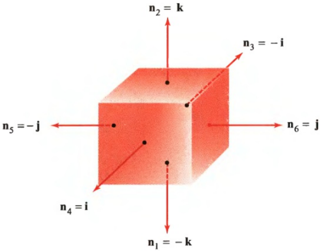
$n_2 = (0,0,1) = -n_1 \qquad n_4 = (1,0,0) = -n_3$

$n_6 = (0,1,0) = -n_5$

ejemplo 1

ejemplo 1

- cubo unitario $W = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$
- tiene 6 caras



$n_2 = (0,0,1) = -n_1 \qquad n_4 = (1,0,0) = -n_3$

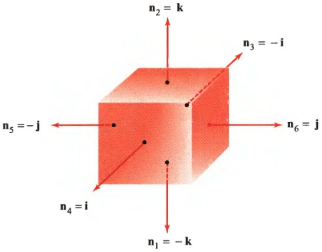
$n_6 = (0,1,0) = -n_5$

$$\iint_{\partial W} X d\vec{S} \quad =$$

ejemplo 1

ejemplo 1

- cubo unitario $W = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$
- tiene 6 caras



$$n_2 = (0,0,1) = -n_1 \qquad n_4 = (1,0,0) = -n_3$$

$$n_6 = (0,1,0) = -n_5$$

$$\begin{aligned}\iint_{\partial W} X d\vec{S} &= -\iint_{S_1} X d\vec{S} + \iint_{S_2} X d\vec{S} - \iint_{S_3} X d\vec{S} \\ &\quad + \iint_{S_4} X d\vec{S} - \iint_{S_5} X d\vec{S} + \iint_{S_6} X d\vec{S}\end{aligned}$$

teorema de gauss

teorema de gauss o teorema de la divergencia

- W región elemental del espacio

teorema de gauss

teorema de gauss o teorema de la divergencia

- W región elemental del espacio
- X campo vectorial C^1 en $W \cup \partial W$

teorema de gauss

teorema de gauss o teorema de la divergencia

- W región elemental del espacio
- X campo vectorial C^1 en $W \cup \partial W$
- $\Rightarrow$
$$\iint_{\partial W} X d\vec{S} = \iiint_{W} \operatorname{div} X \, dV$$

generalización del teorema de gauss

generalización del teorema de gauss

- el teorema de Gauss también se aplica a

generalización del teorema de gauss

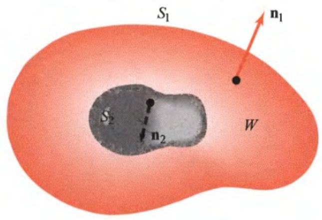
generalización del teorema de gauss

- el teorema de Gauss también se aplica a
- regiones W que son unión finita de regiones elementales

generalización del teorema de gauss

generalización del teorema de gauss

- el teorema de Gauss también se aplica a
- regiones *W* que son unión finita de regiones elementales

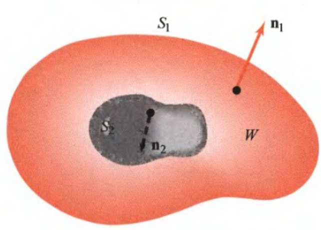


-

generalización del teorema de gauss

generalización del teorema de gauss

- el teorema de Gauss también se aplica a
- regiones W que son unión finita de regiones elementales



-
- con + detalle la clase que viene

ejemplo 2

ejemplo 2

- $X = (2x, y^2, z^2)$

ejemplo 2

ejemplo 2

- $X = (2x, y^2, z^2)$
- S esfera unitaria

ejemplo 2

ejemplo 2

- $X = (2x, y^2, z^2)$
- S esfera unitaria
- calcular $\iint_S X d\vec{S}$

ejemplo 2

ejemplo 2

- $X = (2x, y^2, z^2)$
- S esfera unitaria
- calcular $\iint_S X d\vec{S}$

$$\iint_S X d\vec{S} \quad =$$

ejemplo 2

ejemplo 2

- $X = (2x, y^2, z^2)$
- S esfera unitaria
- calcular $\int\int_S X d\vec{S}$

$$\iint_S X d\vec{S} = \iiint_B \operatorname{div} X dV$$

ejemplo 2

ejemplo 2

- $X = (2x, y^2, z^2)$
- S esfera unitaria
- calcular $\iint_S X d\vec{S}$

$$\iint_S X d\vec{S} = \iiint_B \operatorname{div} X dV = 2 \iiint_B (1 + y + z) dV$$

ejemplo 2

ejemplo 2

- $X = (2x, y^2, z^2)$
- S esfera unitaria
- calcular $\iint_S X d\vec{S}$

$$\iint_S X d\vec{S} = \iiint_B \operatorname{div} X dV = 2 \iiint_B (1 + y + z) dV$$
$$= 2 \operatorname{vol}(B)$$

ejemplo 2

ejemplo 2

- $X = (2x, y^2, z^2)$
- S esfera unitaria
- calcular $\iint_S X d\vec{S}$

$$\iint_S X d\vec{S} = \iiint_B \operatorname{div} X dV = 2 \iiint_B (1 + y + z) dV$$
$$= 2 \operatorname{vol}(B) = \frac{8\pi}{3}$$

ejemplo 3

ejemplo 3

- evaluar $\int\int_{\partial W}(x^2 + y + z)dS$

ejemplo 3

ejemplo 3

- evaluar $\iint_{\partial W}(x^2 + y + z)dS$
- donde W es la bola maciza $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$

ejemplo 3

ejemplo 3

- evaluar $\iint_{\partial W}(x^2+y+z)dS$
- donde W es la bola maciza $x^2+y^2+z^2 \leq 1$

- recordar que $n=(x,y,z)$ y $\iint_{\partial W} X d\vec{S} = \iint_{\partial W} X.ndS$

ejemplo 3

ejemplo 3

- evaluar $\iint_{\partial W}(x^2 + y + z)dS$
- donde W es la bola maciza $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$

- recordar que $n = (x, y, z)$ y $\iint_{\partial W} X d\vec{S} = \iint_{\partial W} X.ndS$
- para aplicar el teorema de gauss, hay que encontrar X

ejemplo 3

ejemplo 3

- evaluar $\iint_{\partial W}(x^2+y+z)dS$
- donde W es la bola maciza $x^2+y^2+z^2 \leq 1$

- recordar que $n=(x,y,z)$ y $\iint_{\partial W} Xd\vec{S} = \iint_{\partial W} X.ndS$
- para aplicar el teorema de gauss, hay que encontrar X
- tal que $X(x,y,z) = x^2+y+z$

ejemplo 3

ejemplo 3

- evaluar $\iint_{\partial W}(x^2 + y + z)dS$
- donde W es la bola maciza $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$

- recordar que $n = (x, y, z)$ y $\iint_{\partial W} X d\vec{S} = \iint_{\partial W} X.ndS$
- para aplicar el teorema de gauss, hay que encontrar X
- tal que $X(x, y, z) = x^2 + y + z$
- $\Rightarrow X = (x, 1, 1)$

ejemplo 3

ejemplo 3

- evaluar $\iint_{\partial W}(x^2 + y + z)dS$
- donde W es la bola maciza $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$

- $\Rightarrow X = (x, 1, 1)$
-
$$\iint_{\partial W}(x^2 + y + z)dS \quad =$$

ejemplo 3

ejemplo 3

- evaluar $\iint_{\partial W}(x^2 + y + z)dS$
- donde W es la bola maciza $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$

- $\Rightarrow X = (x, 1, 1)$
- $$\iint_{\partial W}(x^2 + y + z)dS \quad = \quad \iint_{\partial W} X.ndS$$

ejemplo 3

ejemplo 3

- evaluar $\iint_{\partial W}(x^2+y+z)dS$
- donde W es la bola maciza $x^2+y^2+z^2 \leq 1$

- $\Rightarrow X=(x,1,1)$
-

$$\begin{aligned}\iint_{\partial W}(x^2+y+z)dS &= \iint_{\partial W} X.ndS \\ &= \iiint_{W} \operatorname{div} X dV\end{aligned}$$

ejemplo 3

ejemplo 3

- evaluar $\iint_{\partial W}(x^2+y+z)dS$
- donde W es la bola maciza $x^2+y^2+z^2 \leq 1$

- $\Rightarrow X=(x,1,1)$
- $$\begin{aligned}\iint_{\partial W}(x^2+y+z)dS &= \iint_{\partial W} X.ndS \\ &= \iiint_W \operatorname{div} XdV = \iiint_W 1dV\end{aligned}$$

ejemplo 3

ejemplo 3

- evaluar $\iint_{\partial W}(x^2+y+z)dS$
- donde W es la bola maciza $x^2+y^2+z^2 \leq 1$

- $\Rightarrow X = (x,1,1)$
- $$\begin{aligned} \iint_{\partial W}(x^2+y+z)dS &= \iint_{\partial W} X.ndS \\ &= \iiint_{W} \operatorname{div} X dV = \iiint_{W} 1 dV = \frac{4\pi}{3} \end{aligned}$$

interpretación física

interpretación física

- $B_\rho(P)$ bola de centro P y radio ρ

interpretación física

interpretación física

- $B_\rho(P)$ bola de centro P y radio ρ
- $$\iint_{\partial B_\rho(P)} X d\vec{S} = \iiint_{B_\rho(P)} \operatorname{div} X dV \qquad \text{x teorema gauss}$$

interpretación física

interpretación física

- $B_\rho(P)$ bola de centro P y radio ρ
-

$$\begin{aligned} \iint_{\partial B_\rho(P)} X d\vec{S} &= \iiint_{B_\rho(P)} \operatorname{div} X dV && \text{x teorema gauss} \\ &= \operatorname{div} X(Q).\operatorname{vol}(B_\rho(P)) && \text{por teorema val medio} \end{aligned}$$

interpretación física

interpretación física

- $B_\rho(P)$ bola de centro P y radio ρ
- $$\begin{aligned} \iint_{\partial B_\rho(P)} X d\vec{S} &= \iiint_{B_\rho(P)} \operatorname{div} X dV && \text{x teorema gauss} \\ &= \operatorname{div} X(Q).\operatorname{vol}(B_\rho(P)) && \text{por teorema val medio} \end{aligned}$$
- $$\operatorname{div} X(P) = \lim_{\rho \to 0} \frac{1}{\operatorname{vol}(B_\rho(P))} \iint_{\partial B_\rho(P)} X d\vec{S}$$

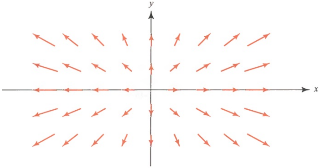
interpretación física

interpretación física

la divergencia de X en P es la tasa de flujo neto hacia el exterior por unidad de volumen en P

interpretación física

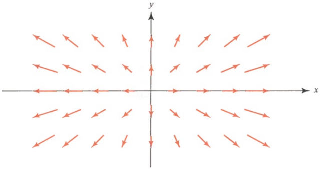
interpretación física



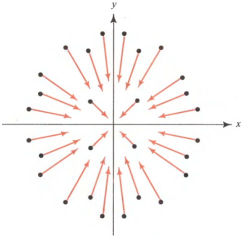
- $\operatorname{div} X(P) > 0 \Rightarrow P$ fuente

interpretación física

interpretación física



- $\operatorname{div} X(P) > 0 \Rightarrow P$ fuente

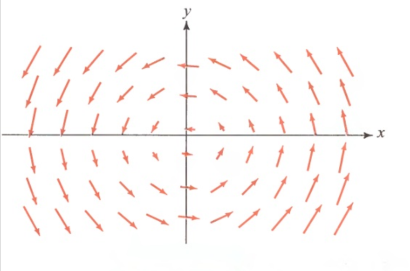


- $\operatorname{div} X(P) < 0 \Rightarrow P$ pozo

interpretación física

interpretación física

- $\operatorname{div} X(P) = 0 \; \forall P$ flujo incompresible



ejemplo 4

ejemplo 4

- evaluar $\iint_S (xy^2, x^2y, y)\, d\vec{S}$

ejemplo 4

ejemplo 4

- evaluar $\iint_S (xy^2, x^2y, y)d\vec{S}$
- S el cilindro $x^2 + y^2 = 1$ con tapas $x^2 + y^2 \leq 1$ con $z = \pm 1$

ejemplo 4

ejemplo 4

- evaluar $\iint_S (xy^2, x^2y, y)\,d\vec{S}$
- S el cilindro $x^2 + y^2 = 1$ con tapas $x^2 + y^2 \leq 1$ con $z = \pm 1$

$$\iint_S X d\vec{S} \quad =$$

ejemplo 4

ejemplo 4

- evaluar $\iint_S (xy^2, x^2y, y)\, d\vec{S}$
- S el cilindro $x^2 + y^2 = 1$ con tapas $x^2 + y^2 \leq 1$ con $z = \pm 1$

$$\iint_S X d\vec{S} = \iiint_W \operatorname{div} X dV$$

ejemplo 4

ejemplo 4

- evaluar $\iint_S (xy^2, x^2y, y)\, d\vec{S}$
- S el cilindro $x^2 + y^2 = 1$ con tapas $x^2 + y^2 \leq 1$ con $z = \pm 1$

$$\begin{aligned} \iint_S X d\vec{S} &= \iiint_W \operatorname{div} X dV \\ &= \iiint_W (x^2 + y^2) dxdydz \end{aligned}$$

ejemplo 4

ejemplo 4

- evaluar $\iint_S (xy^2, x^2y, y)d\vec{S}$
- S el cilindro $x^2+y^2=1$ con tapas $x^2+y^2\leq 1$ con $z=\pm 1$

$$\begin{aligned}\iint_S X d\vec{S} &= \iiint_W \operatorname{div} X dV \\ &= \iiint_W (x^2+y^2)dxdydz = 2\iint_{x^2+y^2\leq 1}(x^2+y^2)dxdy\end{aligned}$$

ejemplo 4

ejemplo 4

- evaluar $\iint_S (xy^2, x^2y, y)d\vec{S}$
- S el cilindro $x^2 + y^2 = 1$ con tapas $x^2 + y^2 \leq 1$ con $z = \pm 1$

$$\begin{aligned}
\iint_S X d\vec{S} &= \iiint_W \operatorname{div} X dV \\
&= \iiint_W (x^2 + y^2) dxdydz = 2 \iint_{x^2+y^2\leq 1} (x^2 + y^2) dxdy \\
&= \int_0^{2\pi} \int_0^1 r^2 r dr d\theta
\end{aligned}$$

ejemplo 4

ejemplo 4

- evaluar $\iint_S (xy^2, x^2y, y)\,d\vec{S}$
- S el cilindro $x^2+y^2=1$ con tapas $x^2+y^2\leq 1$ con $z=\pm 1$

$$\begin{aligned}
\iint_S X d\vec{S} &= \iiint_W \operatorname{div} X dV \\
&= \iiint_W (x^2+y^2)dxdydz = 2\iint_{x^2+y^2\leq 1}(x^2+y^2)dxdy \\
&= \int_0^{2\pi}\int_0^1 r^2 r dr d\theta = 2\pi \left.\frac{r^4}{4}\right|_0^1
\end{aligned}$$

ejemplo 4

ejemplo 4

- evaluar $\iint_S (xy^2, x^2y, y)\, d\vec{S}$
- S el cilindro $x^2 + y^2 = 1$ con tapas $x^2 + y^2 \leq 1$ con $z = \pm 1$

$$\begin{aligned}
\iint_S X d\vec{S} &= \iiint_W \operatorname{div} X dV \\
&= \iiint_W (x^2 + y^2) dxdydz = 2 \iint_{x^2+y^2\leq 1} (x^2 + y^2) dxdy \\
&= \int_0^{2\pi} \int_0^1 r^2 r dr d\theta = 2\pi \left. \frac{r^4}{4} \right|_0^1 = \frac{\pi}{2}
\end{aligned}$$

ejemplo 5

el teorema de gauss no funciona si S no encierra un volumen!

- $X = -\frac{GmM\vec{r}}{r^3}$

ejemplo 5

el teorema de gauss no funciona si S no encierra un volumen!

- $X = -\frac{GmM\vec{r}}{r^3}$
- por un lado tenemos div $X \equiv 0$ en todo punto:

ejemplo 5

el teorema de gauss no funciona si S no encierra un volumen!

- $X = -\frac{GmM\vec{r}}{r^3}$
- por un lado tenemos div $X \equiv 0$ en todo punto:
- $$r_x = \frac{x}{r} \qquad r_y = \frac{y}{r} \qquad r_z = \frac{z}{r}$$

ejemplo 5

el teorema de gauss no funciona si S no encierra un volumen!

- $X = -\frac{GmM\vec{r}}{r^3}$
- por un lado tenemos div $X \equiv 0$ en todo punto:
- $$r_x = \frac{x}{r} \qquad r_y = \frac{y}{r} \qquad r_z = \frac{z}{r}$$
- $$\left(\frac{x}{r^3}\right)_x =$$

ejemplo 5

el teorema de gauss no funciona si S no encierra un volumen!

- $X = -\frac{GmM\vec{r}}{r^3}$
- por un lado tenemos div $X \equiv 0$ en todo punto:
- $$r_x = \frac{x}{r} \qquad r_y = \frac{y}{r} \qquad r_z = \frac{z}{r}$$
- $$\left(\frac{x}{r^3}\right)_x = \frac{r^3 - 3xr^2 r_x}{r^6}$$

ejemplo 5

el teorema de gauss no funciona si S no encierra un volumen!

- $X = -\frac{GmM\vec{r}}{r^3}$
- por un lado tenemos div $X \equiv 0$ en todo punto:
- $$r_x = \frac{x}{r} \qquad r_y = \frac{y}{r} \qquad r_z = \frac{z}{r}$$
- $$\left(\frac{x}{r^3}\right)_x = \frac{r^3 - 3xr^2 r_x}{r^6}$$
- $$\operatorname{div} X = -GmM\frac{3r^2 - 3x^2 - 3y^2 - 3z^2}{r^5}$$

ejemplo 5

el teorema de gauss no funciona si S no encierra un volumen!

- $X = -\frac{GmM\vec{r}}{r^3}$
- por un lado tenemos div $X \equiv 0$ en todo punto:
- $$r_x = \frac{x}{r} \qquad r_y = \frac{y}{r} \qquad r_z = \frac{z}{r}$$
- $$\left(\frac{x}{r^3}\right)_x = \frac{r^3 - 3xr^2 r_x}{r^6}$$
- $$\operatorname{div} X = -GmM\frac{3r^2 - 3x^2 - 3y^2 - 3z^2}{r^5} = 0$$

ejemplo 5

ejemplo 5

- como X está definida en $\mathbb{R}^3 \setminus \{\vec{0}\}$

ejemplo 5

ejemplo 5

- como X está definida en $\mathbb{R}^3 \setminus \{\vec{0}\}$
- $$\iiint_W \operatorname{div} X dV = 0$$

ejemplo 5

ejemplo 5

- como X está definida en $\mathbb{R}^3 \setminus \{\vec{0}\}$
- $$\iiint_W \operatorname{div} X dV = 0$$
- para todo volumen W

ejemplo 5

ejemplo 5

- por otro lado, si tomamos $W = B_1(\vec{0})$, tenemos

ejemplo 5

ejemplo 5

- por otro lado, si tomamos $W = B_1(\vec{0})$, tenemos
- $$\iint_{\partial B_1(0)} X d\vec{S} = -GmM \iint_S \frac{\vec{r}}{r^3} d\vec{S}$$

ejemplo 5

ejemplo 5

- por otro lado, si tomamos $W = B_1(\vec{0})$, tenemos
-

$$\begin{aligned}\iint_{\partial B_1(0)} X d\vec{S} &= -GmM \iint_S \frac{\vec{r}}{r^3} d\vec{S} \\ &= \iint_S \vec{r}\vec{r} dS\end{aligned}$$

ejemplo 5

ejemplo 5

- por otro lado, si tomamos $W = B_1(\vec{0})$, tenemos
- $$\begin{aligned} \iint_{\partial B_1(0)} X d\vec{S} &= -GmM \iint_S \frac{\vec{r}}{r^3} d\vec{S} \\ &= \iint_S \vec{r}\vec{r} dS = \text{área}(S) \end{aligned}$$

ejemplo 5

ejemplo 5

- por otro lado, si tomamos $W = B_1(\vec{0})$, tenemos
-
$$\begin{aligned}\iint_{\partial B_1(0)} X d\vec{S} &= -GmM \iint_S \frac{\vec{r}}{r^3} d\vec{S} \\ &= \iint_S \vec{r}\vec{r} dS = \text{área}(S) = 4\pi\end{aligned}$$

ejemplo 5

ejemplo 5

- por otro lado, si tomamos $W = B_1(\vec{0})$, tenemos
- $$\begin{aligned}\iint_{\partial B_1(0)} X d\vec{S} &= -GmM \iint_S \frac{\vec{r}}{r^3} d\vec{S} \\ &= \iint_S \vec{r}\vec{r} dS = \text{área}(S) = 4\pi \neq 0\end{aligned}$$

ejemplo 5

ejemplo 5

- por lo tanto tenemos

ejemplo 5

ejemplo 5

- por lo tanto tenemos
- $$\iiint_{B_1(0)} \operatorname{div} X dV \neq \iint_{\partial B_1(0)} X d\vec{S}$$

ejemplo 5

ejemplo 5

- por lo tanto tenemos
- $$\iiint_{B_1(0)} \operatorname{div} X dV \neq \iint_{\partial B_1(0)} X d\vec{S}$$
- no se cumple el teorema de gauss, porque no se verifican las hipótesis