Ecuaciones de Maxwell

Jana Rodriguez Hertz
Cálculo 3

IMERL

4 de junio de 2012

ecuaciones de Maxwell

ecuaciones de Maxwell

- 4 ecuaciones diferenciales

ecuaciones de Maxwell

ecuaciones de Maxwell

- 4 ecuaciones diferenciales
- que describen completamente

ecuaciones de Maxwell

ecuaciones de Maxwell

- 4 ecuaciones diferenciales
- que describen completamente
- los fenómenos electromagnéticos

maxwell

maxwell 1831-1879

Maxwell a los 23

ecuaciones de maxwell

TODO

las ecuaciones de Maxwell son TODO

ecuaciones de maxwell

equivalente

las ecuaciones de Maxwell son al electromagnetismo

ecuaciones de maxwell

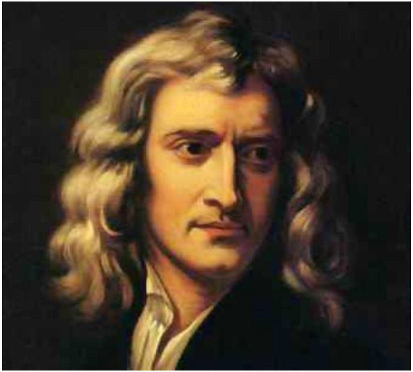
equivalente

las ecuaciones de Maxwell son al electromagnetismo
lo que las leyes de Newton a la mecánica

ecuaciones de maxwell

equivalente

las ecuaciones de Maxwell son al electromagnetismo
lo que las leyes de Newton a la mecánica



$$\vec{F} = m\vec{a}$$

ecuaciones de maxwell

ecuaciones de maxwell

- electricidad

ecuaciones de maxwell

ecuaciones de maxwell

- electricidad
- magnetismo

ecuaciones de maxwell

ecuaciones de maxwell

- electricidad
- magnetismo
- luz

ecuaciones de maxwell

ecuaciones de maxwell

- electricidad
- magnetismo
- luz

son manifestaciones del campo electromagnético

elementos

elementos

- E campo eléctrico

elementos

elementos

- E campo eléctrico
- ρ densidad de carga eléctrica

elementos

elementos

- E campo eléctrico
- ρ densidad de carga eléctrica
- H campo magnético

elementos

elementos

- E campo eléctrico
- ρ densidad de carga eléctrica
- H campo magnético
- J densidad de corriente

elementos

elementos

- E campo eléctrico
- ρ densidad de carga eléctrica
- H campo magnético
- J densidad de corriente

las cantidades dependen de (t, x, y, z)

ecuaciones de maxwell

ecuaciones de maxwell

1. $\operatorname{div} E = \rho$ ley de Gauss

ecuaciones de maxwell

ecuaciones de maxwell

1. div $E = \rho$ ley de Gauss
2. div $H = 0$ campo magnético no tiene fuentes ni pozos

ecuaciones de maxwell

ecuaciones de maxwell

1. $\text{div}\, E = \rho$ ley de Gauss
2. $\text{div}\, H = 0$ campo magnético no tiene fuentes ni pozos
3. $\text{rot}\, E + \dot{H} = \vec{0}$ ley de Faraday

ecuaciones de maxwell

ecuaciones de maxwell

1. div $E = \rho$ ley de Gauss
2. div $H = 0$ campo magnético no tiene fuentes ni pozos
3. rot $E + \dot{H} = \vec{0}$ ley de Faraday
4. rot $H - \dot{E} = J$ ley de Ampère

ley de Gauss

1 ley de Gauss

$$\operatorname{div} E = \rho$$

ley de Gauss

ley de Gauss

- relación entre el campo eléctrico y las cargas eléctricas que lo generan

ley de Gauss

ley de Gauss

- relación entre el campo eléctrico y las cargas eléctricas que lo generan
- el campo eléctrico se aleja de las cargas positivas y se dirige hacia las cargas negativas

ley de Gauss

forma integral

$$\iiint_V \operatorname{div} E \, dV = \iiint_V \rho \, dV$$

ley de Gauss

forma integral

$$\iint_{\partial V} E.n\, dS = \iiint_V \operatorname{div} E\, dV = \iiint_V \rho\, dV$$

ley de Gauss

forma integral

$$\iint_{\partial V} E.n\,dS = \iiint_V \operatorname{div} E\,dV = \iiint_V \rho\,dV$$

forma integral

flujo del campo eléctrico a través de una superficie

=

carga encerrada por la superficie

ley para magnetismo

2 ley para campos magnéticos

$$\operatorname{div} H = 0$$

ley para magnetismo

2 ley para campos magnéticos

$$\operatorname{div} H = 0$$

ley de campos magnéticos

no existen monopolos magnéticos

forma integral de la ley para magnetismo

forma integral

$$\iiint_V \operatorname{div} H \, dV = 0$$

forma integral de la ley para magnetismo

forma integral

$$\iint_S H.N\, dS = \iiint_V \operatorname{div} H\, dV = 0$$

forma integral de la ley para magnetismo

forma integral

$$\iint_S H.N\,dS = \iiint_V \operatorname{div} H\,dV = 0$$

no existencia de pozos o fuentes

ninguna superficie encierra un pozo o fuente

ley para magnetismo

observaciones

- no existe el equivalente magnético a una carga eléctrica

ley para magnetismo

observaciones

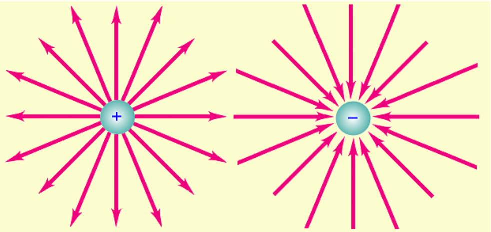
- no existe el equivalente magnético a una carga eléctrica
- la unidad magnética más pequeña es el dipolo magnético

ley para magnetismo

observaciones

- no existe el equivalente magnético a una carga eléctrica
- la unidad magnética más pequeña es el dipolo magnético

NO

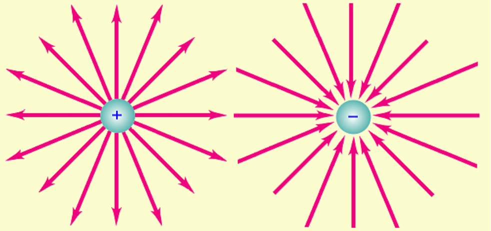


ley para magnetismo

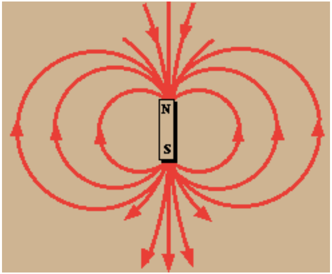
observaciones

- no existe el equivalente magnético a una carga eléctrica
- la unidad magnética más pequeña es el dipolo magnético

NO



ejemplo mínimo



ley para magnetismo

observaciones

- ahora, div $H \equiv 0$

ley para magnetismo

observaciones

- ahora, div $H \equiv 0$
- $\Rightarrow H$ solenoidal

ley para magnetismo

observaciones

- ahora, div $H \equiv 0$
- $\Rightarrow$ H solenoidal
- $\Rightarrow$ H tiene un potencial vector

ley para magnetismo

observaciones

- ahora, div $H \equiv 0$
- $\Rightarrow$ H solenoidal
- $\Rightarrow$ H tiene un potencial vector
- $H = \text{rot}\, A$

ley para magnetismo

observaciones

- $H = \operatorname{rot} A$

ley para magnetismo

observaciones

- $H = \operatorname{rot} A$
- A no es único

ley para magnetismo

observaciones

- $H = \operatorname{rot} A$
- A no es único
- para cualquier función $f(t, x, y, z)$ en C^2

ley para magnetismo

observaciones

- $H = \operatorname{rot} A$
- A no es único
- para cualquier función $f(t, x, y, z)$ en C^2
- $A + \nabla f$ también es potencial vector de H

ley para magnetismo

observaciones

- $H = \operatorname{rot} A$
- A no es único
- para cualquier función $f(t, x, y, z)$ en C^2
- $A + \nabla f$ también es potencial vector de H
- gauge freedom

ley de Faraday

3 ley de Faraday

$$\operatorname{rot} E = -\frac{\partial H}{\partial t}$$

ley de Faraday

3 ley de Faraday

$$\text{rot } E = -\frac{\partial H}{\partial t}$$

interpretación

el sentido de la corriente inducida compensa la variación de flujo magnético

forma integral de la ley de Faraday

forma integral

$$\iint_S \mathrm{rot}\, E\, dS = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S H\, dS$$

forma integral de la ley de Faraday

forma integral

$$\int_{\partial S} E.n\, ds = \iint_S \operatorname{rot} E\, dS = -\frac{\partial}{\partial t}\iint_S H\, dS$$

forma integral de la ley de Faraday

forma integral

$$\int_{\partial S} E.n\, ds = \iint_S \text{rot}\, E\, dS = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S H\, dS$$

interpretación

el voltaje inducido en un circuito cerrado es proporcional a la rapidez con que cambia en el tiempo el flujo magnético a través de una superficie bordeada por el circuito

observación

observación

la existencia de un campo magnético que varía en el tiempo implica la existencia de un campo eléctrico

observación

observación

- si H no depende del tiempo

observación

observación

- si H no depende del tiempo
- entonces rot $E = \vec{0}$

observación

observación

- si H no depende del tiempo
- entonces rot $E = \vec{0}$
- $\Rightarrow$ E es conservativo

observación

observación

- si H no depende del tiempo
- entonces $\operatorname{rot} E = \vec{0}$
- $\Rightarrow E$ es conservativo
- tiene un potencial

observación

observación

- si H no depende del tiempo
- entonces rot $E = \vec{0}$
- $\Rightarrow E$ es conservativo
- tiene un potencial
- $E = \nabla f$ potencial eléctrico

ley de Ampère

4 ley de Ampère

$$\operatorname{rot} H = \frac{\partial E}{\partial t} + J$$

ley de Ampère

4 ley de Ampère

$$\operatorname{rot} H = \frac{\partial E}{\partial t} + J$$

interpretación

los campos magnéticos pueden ser generados de dos maneras:

ley de Ampère

4 ley de Ampère

$$\mathrm{rot}\, H = \frac{\partial E}{\partial t} + J$$

interpretación

los campos magnéticos pueden ser generados de dos maneras:

1. por corriente eléctrica (ley de Ampère original)

ley de Ampère

4 ley de Ampère

$$\text{rot}\, H = \frac{\partial E}{\partial t} + J$$

interpretación

los campos magnéticos pueden ser generados de dos maneras:

1. por corriente eléctrica (ley de Ampère original)
2. por variación temporal en el campo eléctrico (corrección de Maxwell)

forma integral

forma integral de la ley de Ampère

$$\int_{\partial S} H ds = \frac{\partial}{\partial t} \iint_S E.N\, dS + \iint_S J.N\, dS$$

ecuaciones de Maxwell

ecuaciones de Maxwell

1. Ley de Gauss: div $E = \rho$

ecuaciones de Maxwell

ecuaciones de Maxwell

1. Ley de Gauss: div $E = \rho$
2. Ley de Gauss para magnetismo: div $H = 0$

ecuaciones de Maxwell

ecuaciones de Maxwell

1. Ley de Gauss: div $E = \rho$
2. Ley de Gauss para magnetismo: div $H = 0$
3. Ley de Faraday: rot $E = -\frac{\partial H}{\partial t}$

ecuaciones de Maxwell

ecuaciones de Maxwell

1. Ley de Gauss: $\operatorname{div} E = \rho$
2. Ley de Gauss para magnetismo: $\operatorname{div} H = 0$
3. Ley de Faraday: $\operatorname{rot} E = -\frac{\partial H}{\partial t}$
4. Ley de Ampère: $\operatorname{rot} H = -\frac{\partial E}{\partial t} + J$

ecuaciones de Maxwell en el vacío

en el vacío:

ecuaciones de Maxwell en el vacío

en el vacío:

- $\rho = 0$ carga eléctrica

ecuaciones de Maxwell en el vacío

en el vacío:

- $\rho = 0$ carga eléctrica
- $J = \vec{0}$ densidad de corriente

ecuaciones de Maxwell en el vacío

ecuaciones de Maxwell en el vacío

- Ley de Gauss: div $E = 0$

ecuaciones de Maxwell en el vacío

ecuaciones de Maxwell en el vacío

- Ley de Gauss: div $E = 0$
- Ley de Gauss para magnetismo: div $H = 0$

ecuaciones de Maxwell en el vacío

ecuaciones de Maxwell en el vacío

- Ley de Gauss: div $E = 0$
- Ley de Gauss para magnetismo: div $H = 0$
- Ley de Faraday: rot $E = -\frac{\partial H}{\partial t}$

ecuaciones de Maxwell en el vacío

ecuaciones de Maxwell en el vacío

- Ley de Gauss: div $E = 0$
- Ley de Gauss para magnetismo: div $H = 0$
- Ley de Faraday: rot $E = -\frac{\partial H}{\partial t}$
- Ley de Ampère: rot $H = \frac{\partial E}{\partial t}$

observación

observación

- un cambio en el campo magnético genera un campo eléctrico

observación

observación

- un cambio en el campo magnético genera un campo eléctrico
- un cambio en el campo eléctrico genera un campo magnético