Instituto de Física – Facultad de Ingeniería – Universidad de la República
MÓDULO: AIRE HÚMEDO.
(Año 2004- Sandra Kahan).

INTRODUCCIÓN.

El estudio de la atmósfera terrestre y sus procesos, es importante en la práctica de un Ingeniero Civil, dado que las obras se realizan a la intemperie y su planificación depende de las condiciones climáticas y meteorológicas.

La Tierra está rodeada por una atmósfera de aproximadamente 800 km de profundidad, que se va haciendo menos densa a medida que nos alejamos del nivel del mar. La atmósfera nos protege de la radiación solar pero esa radiación y la transferencia de calor, entre diferentes regiones del planeta son las que determinan la variabilidad climática y meteorológica.

El vapor de agua en el aire, aunque de proporciones pequeñas, comparado con otros gases (N_2, 78% O_2, 21%) determina todos los procesos de evaporación y condensación que son importantes tanto en el secado de los materiales, como en el uso adecuado de los recursos hídricos.

Estos apuntes tienen como objetivo que el estudiante se familiarice con los procesos termodinámicos del aire húmedo, sepa identificar cuáles son los más relevantes para modelar determinado sistema y sea un usuario inteligente de sus aplicaciones en la vida profesional.

En la primera sección se definirán las principales variables que determinan las condiciones meteorológicas del ambiente, a nivel del mar: La temperatura ambiente, la humedad relativa, la temperatura de rocío y de helada.

En la segunda sección, describiremos algunos conceptos de transferencia de calor, con especial énfasis en el mecanismo de convección y radiación que son los que más influencia tienen en los procesos de evaporación y condensación del agua.

En la tercer sección describiremos algunos fenómenos atmosféricos, como la formación de niebla (condensación del vapor de agua) y la formación de nubes (ascenso del agua que se evapora desde la Tierra, ríos, arroyos, lagos y océanos). Este último proceso, seguido por la lluvia, completan el ciclo hidrológico del agua que se muestra en la siguiente figura.

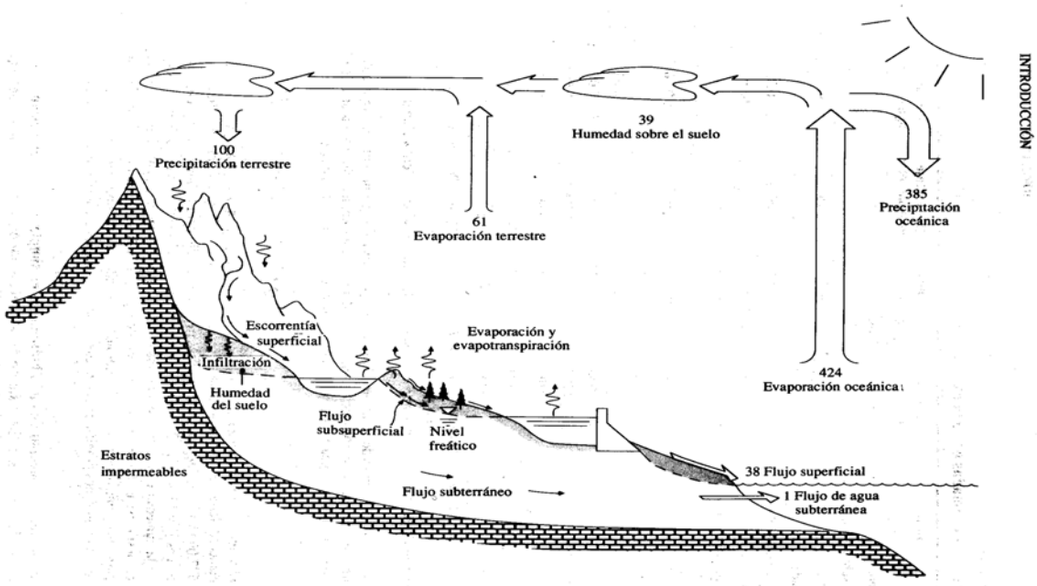


FIGURA 1.1.1
El ciclo hidrológico con un balance de agua promedio global anual en unidades relativas a un valor de 100 para la tasa de precipitación terrestre.

1

[1] Bibliografía:

- Termodinámica Tomo II- Y.A. Çengel & M.A. Boles- McGraw Hill 8- 2da Edición.
- Atmospheric Thermodynamics - J.V. Iribarne & W.L. Godson - Kluwer Academic Publishers - Meteorology Today - C.D.Ahrens - West Publishing Co
- Hidrología aplicada – V.T.Chow, D.R.Maidment & L.W.Mays – McGrawHill
- http://www.agu.org/revgeophys/entek00/entek00.html
- Fundamentos de transferencia de calor y masa - F.P. Incropera & D.P. de Witt - John Wyley & Sons

1.1 Composición del Aire Atmosférico.

TABLE 1.1 >> Composition of the Atmosphere Near the Earth's Surface

Permanent Gases			Variable Gases			
Gas	Symbol	Percent (by Volume) Dry Air	Gas (and Particles)	Symbol	Percent (by Volume)	Parts per Million (ppm)*
Nitrogen	N_2	78.08	Water vapor	H_2O	0 to 4	
Oxygen	O_2	20.95	Carbon dioxide	CO_2	0.035	355
Argon	Ar	0.93	Methane	CH_4	0.00017	1.7
Neon	Ne	0.0018	Nitrous oxide	N_2O	0.00003	0.3
Helium	He	0.0005	Ozone	O_3	0.000004	0.04
Hydrogen	H_2	0.00006	Particles (dust, soot, etc.)		0.000001	0.01
Xenon	Xe	0.000009	Chlorofluorocarbons (CFCs)		0.00000001	0.0001

*For CO_2, 355 parts per million means that out of every million air molecules, 355 are CO_2 molecules.

El aire atmosférico está constituido por diferentes gases, como se observa en la tabla 1.1. La proporción de algunos gases (como el nitrógeno y oxígeno) se mantiene constante en la composición del aire. Pero la proporción del vapor de agua varía. Pese a que la proporción de vapor de agua en la atmósfera es relativamente baja, su variabilidad es uno de los factores que tiene alta incidencia en el análisis de los fenómenos meteorológicos.

Para analizar esos fenómenos, el aire atmosférico se modela como una mezcla de gases ideales: por un lado *aire seco* (que en sí es una mezcla de gases, que se modelan como ideales) y por otro el *vapor de agua*, que también se modelará como un gas ideal, mientras el agua no se condense.

La Ley de Dalton de las presiones parciales indica, entonces, que el aire húmedo puede estudiarse considerando la presión parcial de cada una de estos componentes en la presión atmosférica:

$$P_0 = P_D + e = \frac{m_D R_D T}{V} + \frac{m_V R_V T}{V} = \frac{(n_D + n_V) R\, T}{V} \qquad \textbf{(1)}$$

siendo P_D la presión parcial de aire seco (Dry air) y e la presión parcial del vapor de agua. En la relación (1) se observa que un volumen V de aire húmedo a temperatura T está constituido por una masa m_D de aire seco y una masa m_V de vapor de agua siendo las constantes de los gases R_D = 0,287 kJ/kg K y R_V = 0,4615 kJ/kg K. En forma equivalente, la relación (1) puede expresarse considerando el número de moles de cada componente, usando la constante universal de los gases R = 8,3145 kJ/kmol K. Siendo la proporción de vapor de agua mucho menor que la de aire seco ($n_v << n_D$), se observa que la presión parcial del vapor es mucho menor que la presión parcial del aire seco y que la presión atmosférica:

$$e << P_D \cong P_0$$

La hipótesis de gas ideal para el vapor de agua, está justificada por el hecho de que la entalpía del vapor de agua a temperaturas atmosféricas (-10^0C < T < 50^0C) y presiones e (del orden de los kPa), puede considerarse igual a la entalpía del vapor saturado a la misma temperatura: $h_v(T, e<<P_0) \approx h_g(T)$. Además, en ese rango de temperaturas, la entalpía del vapor saturado varía linealmente con la temperatura (como se observa para los gases ideales).

$$h_V(T,e) = h_g(T) = h_{fg}(T_{tr}) + c_{pV}\, T \quad / \quad h_{fg}(T_{tr}) = 2501{,}3\ kJ/kg \qquad \textbf{(2)}$$

donde la expresión anterior, tiene en cuenta que la temperatura se mide en grados centígrados ya que se ha considerado como origen de la entalpía, la correspondiente a líquido saturado a la temperatura T_{tr} = 0,01^{0}C. Entonces, cuando se tienen procesos del aire húmedo que no involucren cambios de fase, la variación de entalpía de cierta masa de control (sistema cerrado) estará dada por la variación de temperatura :

$$H(T') - H(T) = (m_D\ c_{pD} + m_V\ c_{pV})(T' - T) \qquad \begin{cases} c_{pD} = \frac{7}{2} R_D = 1{,}005\ kJ/kg\ K \\ c_{pV} \cong 4R_V = 1{,}82\ kJ/kg\ K \end{cases} \qquad \textbf{(3)}$$

1.2 Humedad absoluta, específica y relativa.

La cantidad de vapor de agua en el aire puede establecerse de varias maneras.

- La **humedad absoluta** o **razón de humedad**, se define como la masa de vapor de agua respecto de la masa de aire seco en un volumen V y usando la ley de los gases ideales para cada una de la componentes se tiene:

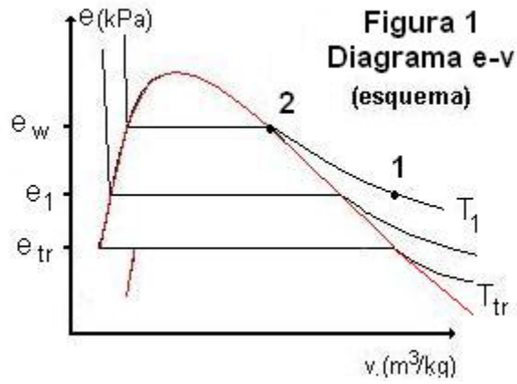
$$r \equiv \frac{m_V}{m_D} = \frac{eV \big/ R_V T}{P_D V \big/ R_D T} = \frac{R_D}{R_V}\frac{e}{P_D} = \varepsilon \frac{e}{P_o - e} \cong \varepsilon \frac{e}{P_0} \quad / \quad \varepsilon \equiv \frac{R_D}{R_V} = 0{,}622 \qquad \textbf{(4)}$$

donde se usó que $e << P_D$. Esa desigualdad también indica que la razón de humedad es una magnitud muy pequeña, por lo que se opta por expresarla en *gr /kg de aire seco*.

- La **humedad específica** se define como la masa de vapor de agua respecto de la masa total de aire húmedo y es aproximadamente igual a la razón de humedad ($r << 1$):

$$q \equiv \frac{m_V}{m_T} = \frac{m_V}{m_D + m_V} = \frac{1}{m_D \big/ m_V + 1} = \frac{1}{1 \big/ r + 1} = \frac{r}{1 + r} \cong r \qquad \textbf{(5)}$$

- La **humedad relativa** se define como el cociente entre la presión parcial del vapor de agua e y la presión de saturación del vapor a la misma temperatura e_w.



En la figura 1, se dibuja esquemáticamente los posibles estados del vapor de agua en el aire húmedo (puntos a la derecha de la campana). En el esquema también se han dibujado la presión de la línea triple (e_{tr} = 0,6113 kPa) y la temperatura de la línea triple ($T_{tr} = 0{,}01^0$C) por debajo de la cual el vapor de agua podría convertirse en hielo. El punto 1 señala el *estado actual* del vapor de agua en la atmósfera, a una temperatura T_1 y presión e_1. Si, manteniendo la temperatura constante, se agrega vapor de agua, la presión parcial aumentará hasta que el estado del vapor de agua es el correspondiente al punto 2: vapor saturado a la temperatura T_1 y presión e_w. La humedad relativa del vapor de agua en el estado actual (punto 1) es el cociente entre esas dos presiones.

$$\phi \equiv \frac{e_1(T_1)}{e_2(T_1)} = \frac{e}{e_w} \qquad \textbf{(6)}$$

de donde se observa que cuando el estado actual del vapor de agua es saturado, la humedad relativa es de 100%.

Ejemplo A: El servicio meteorológico indica que la temperatura actual es de 20^0C, la presión atmosférica es de 1013 hPa = 101,3 kPa y la humedad relativa de 80%. Determinaremos cuál es la razón de humedad del aire.

De la tabla de agua saturada obtenemos la presión de saturación a $T = 20^0$C: e_w = 2,339 kPa. De la definición de humedad relativa se determina la presión parcial del vapor de agua en la atmósfera: Usando la presión atmosférica en la definición de razón de humedad, se determina r:

$$\phi \equiv \frac{e}{e_w} \quad \rightarrow \quad e = 0{,}8\, e_w = 1{,}87\, kPa \quad \rightarrow \quad r = \varepsilon \frac{e}{P_0 - e} = 0{,}622 \frac{1{,}87}{99{,}43} = 11{,}7\, g/kgD$$

1.3 Ecuación de Clausius-Clapeyron.

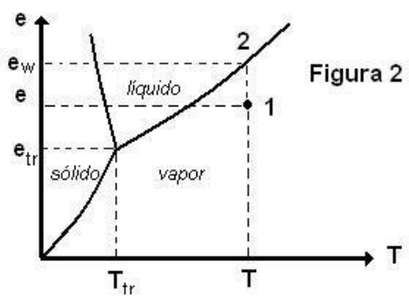


Figura 2

En la figura 2 se dibuja la presión y temperaturas de saturación del agua para sus tre cambios de fase. El punto 1 es el punto actual del sistema (T = 20^0C y e = 1,87 kPa). El punto 2 marca la presión de saturación correspondiente a esa temperatura e_w = 2,339 kPa. Del curso Física Térmica sabemos que existe una relación que permite determinar analíticamente cómo varía e_w con la temperatura. Esa relación, nos permitirá prescindir de las tablas de

agua saturada (ver que en el ejemplo anterior tuvimos que consultarla) y podremos deducir algunas expresiones analíticas de las variables termodinámicas que se usan en meteorología.

Recordando la tercera relación de Maxwell y usando la expresión de gas ideal para la fase vapor tenemos:

$$\left.\frac{\partial e}{\partial T}\right|_v = \left.\frac{\partial s}{\partial v}\right|_T \quad \Rightarrow \left.\frac{de}{dT}\right|_{sat} = \frac{s_g - s_f}{v_g - v_f} \cong \frac{h_{fg}}{T\, v_g} = \frac{l_V}{R_V}\frac{e}{T^2} \quad \Rightarrow \quad \frac{de}{e} = \frac{l_V}{R_V}\frac{dT}{T^2} \qquad \textbf{(7)}$$

donde l_v es el calor latente, a la temperatura T; considerándolo constante[2], la ecuación se puede integrar, desde el punto triple hasta un punto cualquiera (T, e_w) sobre la curva de saturación:

$$\int_{e_{tr}}^{e_w}\frac{de}{e} = \int_{e_{tr}}^{e_w} d(\log e) \cong \frac{l_V}{R_V}\int_{T_{tr}}^{T}\frac{dT}{T^2} \quad \Rightarrow \quad \log e_w = -\frac{C_1}{T} + C_2 \begin{cases} C_1 = \dfrac{l_V}{R_V} \\ C_2 = \log e_{tr} + \dfrac{C_1}{T_{tr}} \end{cases} \qquad \textbf{(8)}$$

1.4 Temperaturas del aire húmedo.

Hasta el momento hemos trabajado con la temperatura del sistema. Esa temperatura es la llamada *temperatura de bulbo seco* y corresponde a simplemente colocar un termómetro (de mercurio, por ejemplo) que mida la temperatura del aire en la atmósfera. Pero, dadas la humedad relativa y absoluta del sistema, quedan determinadas otras temperaturas que son importantes en el análisis de los fenómenos meteorológicos.

- **Temperatura virtual**: es la temperatura que tendría el aire seco que tuviera la misma presión y volumen específico que el aire húmedo considerado. Tomando en cuenta la ley de presiones parciales de Dalton (ec.1) podemos definir una constante de gas aparente R_T para el aire húmedo, suponiendo que el aire húmedo de masa $m_T = m_D + m_V$ se comporta como un gas ideal:

$$P_0 = P_D + e = \frac{m_D R_D T}{V} + \frac{m_V R_V T}{V} = \frac{m_T R_T T}{V} \quad / \quad R_T \equiv \frac{m_D R_D + m_V R_V}{m_T}$$

Usando la definición de humedad específica podemos expresar esa constante aparente en función de la constante de gas para el aire seco R_D :

$$R_T = \frac{(m_T - m_V)R_D + m_V R_V}{m_T} = (1-q)R_D + qR_V = \left[1 + q\left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)\right]R_D = (1 + 0{,}608q)R_D$$

donde $\varepsilon = R_D/R_V$. La ecuación que verifica un volumen específico $v = V/m_T$ de aire húmedo con la constante R_D, define la temperatura virtual del sistema como:

$$P_0 = \frac{R_T\, T}{v} = \frac{(1 + 0{,}608q)R_D\, T}{v} = \frac{R_D\, T_v}{v} \quad / \quad T_v \equiv (1 + 0{,}608q)T \qquad \textbf{(9)}$$

Ejemplo A: si la temperatura del aire húmedo es 20^0C y la razón de humedad es r = 11,7 g/kgD (ver ejemplo de sección 1.2), la temperatura virtual del sistema será:

$$q = \frac{r}{1+r} = \frac{11{,}7}{1{,}0117} = 11{,}6\,x\,10^{-3} \quad T_v \equiv (1 + 0{,}608\,q)T = 22^0 C$$

- **Temperatura de punto rocío** (Dew Point): Es la temperatura que tendría el aire húmedo si el vapor de agua sufriera un proceso a presión parcial constante hasta llegar a la curva de saturación. Esa temperatura determina las temperaturas mínimas que se registrarán en el día. Si la temperatura del ambiente baja hasta T_D, el vapor de agua comenzará a condensar sobre la superficie de los sólidos (por ejemplo, sobre el pasto, sobre los materiales de construcción) o en la superficie de las partículas de polvo que flotan en el aire.

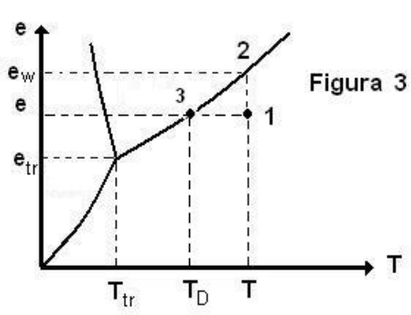


Figura 3

En la figura 3 se señala la temperatura de punto de roció T_D en una gráfica de la presión y temperatura de saturación para el vapor de agua (punto 3).

Antes de determinar una expresión para esa temperatura, observaremos que si la presión total del sistema P_0 es constante, un proceso a presión parcial e constante, implica que se mantiene constante la razón de humedad:

[2] Puede tomarse $l_v(T) = l_v(T_{tr})$ =2501,3 kJ/kg

$$r \cong \varepsilon \frac{e}{P_0} \quad \Rightarrow \quad dr = \frac{\varepsilon}{P_0} de - \varepsilon\, e \frac{dP_0}{P_0^2} = 0$$

Para determinar la temperatura de rocío en función de la temperatura y humedad relativa actual del sistema (punto 1), integraremos la ecuación de Clausius –Clapeyron (ec.7) entre los puntos 2 y 3, puesto que el punto 2 corresponde a (T, e_w) y el punto 3 a (T_D, e). Además, tomando en cuenta la definición de humedad relativa (ec.6) se obtiene:

$$\int_2^3 \frac{de}{e} = \int_2^3 \frac{l_V}{R_V} \frac{dT}{T^2} \quad \Rightarrow \quad \log e - \log e_w = \frac{l_V}{R_V}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_D}\right) = \log \phi \qquad \textbf{(10)}$$

relación en la cual se puede usar el calor latente de vaporización, evaluado en el punto triple: ($l_V(T_{tr})$ = 2501,3 kJ/kg)

Ejemplo A: si la temperatura es de 20^{0}C y la humedad relativa de 80%, la temperatura de punto de rocío es:

$$\frac{1}{T_D} = \frac{1}{T} - \frac{R_V}{l_V} \log \phi \quad \Rightarrow \quad T_D = \left(\frac{1}{293} - \frac{0{,}4615}{2501{,}3} \log 0{,}8\right)^{-1} = 289{,}5\ K = 16{,}5^0\ C$$

- **Temperatura de punto de helada** (Frost Point): Es la temperatura que tendría un sistema de humedad relativa muy baja, si el vapor de agua sufriera un proceso a presión parcial constante, hasta llegar a la curva de saturación. La figura 4 muestra un proceso, para el cual se produciría una helada. La presión parcial del aire húmedo debe ser menor que la presión del punto triple $e < e_{tr}$, por lo que el aire debe tener una humedad relativa extremadamente baja. El punto de helada no siempre se logra, dado que el hielo, para solidificarse necesita, en general de otros cristales que actúen como núcleos de solidificación. El azúcar de la fruta actúa a favor de esa nucleación, en madrugas invernales muy despejadas (y por lo tanto secas). Para calcular la temperatura del punto de helada, se puede integrar la ec. 7 entre el punto triple y el punto 3, cuando ls (el calor latente del agua en el proceso de sublimación) es constante[3]:

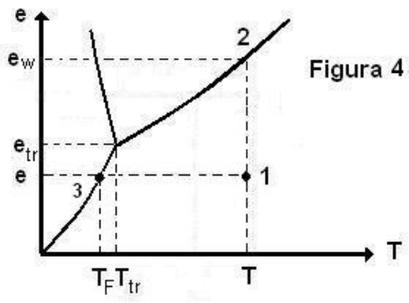


Figura 4

$$\int_{tr}^3 \frac{de}{e} = \int_{tr}^3 \frac{l_S}{R_V} \frac{dT}{T^2} \quad \Rightarrow \quad \log e - \log e_{tr} = \frac{l_S}{R_V}\left(\frac{1}{T_{tr}} - \frac{1}{T_F}\right) \textbf{(11)}$$

Vale notar que en este caso, la diferencia de los logaritmos no se relaciona con la humedad relativa del sistema, como en la ecuación anterior.

Ejemplo B: En una tarde de invierno se determina que la temperatura es T = 5^{0}C con una humedad relativa de 50%. Determinaremos cuál será la temperatura mínima que puede esperarse para esa madrugada.

Usando la ecuación de Clausius –Clapeyron (ec. 7), determinamos que la presión de saturación para la temperatura de 5^{0}C es[4]:

$$\int_{tr}^2 \frac{de}{e} = \int_{tr}^2 \frac{l_V}{R_V} \frac{dT}{T^2} \quad \Rightarrow \quad \log e_w - \log e_{tr} = \frac{l_V}{R_V}\left(\frac{1}{T_{tr}} - \frac{1}{T}\right) \quad \Rightarrow e_w = 0{,}8727\ kPa$$

Usando la definición de humedad relativa, la presión parcial del vapor de agua en el aire será:

$$e = \Phi\ e_w = 0{,}4363 \text{ kPa}$$

y por último, de la ecuación 11 despejamos la temperatura mínima que se registrará:

$$\frac{1}{T_F} = \frac{1}{T_{tr}} - \frac{R_V}{l_S} \log\left(e / e_{tr}\right) \quad \Rightarrow \quad T_F = \left(\frac{1}{273} - \frac{0{,}4615}{2834{,}8} \log\left(0{,}4363 / 0{,}6113\right)\right)^{-1} = 269\ K = -4^0\ C$$

- **Temperatura de Bulbo Húmedo** (wet bulb): Es la temperatura que mide un termómetro que tiene su bulbo inmerso en una mecha húmeda. Cuando el aire no saturado pasa cerca de la mecha, parte del agua se evapora, incorporando humedad al aire y saturándolo. La temperatura de bulbo húmedo es menor que la temperatura de bulbo seco y modela el enfriamiento del aire cuando las gotas de lluvia (al caer) se evaporan, saturándolo.

---

[3] ls(T_t) = ls(T_{tr}) = 2834,8 kJ/kg

[4] Para determinar e_w también se puede usar una tabla de agua saturada. De tabla, e_w(T=5^{0}C) = 0,8721 kPa.

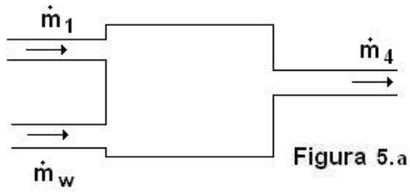


Figura 5.a

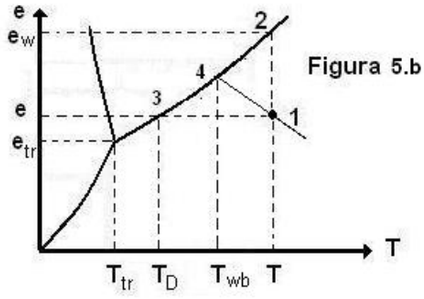


Figura 5.b

Para analizarlo, consideramos una masa de control, constituida por una masa m_D de aire seco constante, la masa m_{V1} de vapor de agua que inicialmente está en el aire y la masa m_W de agua que al final del proceso se evaporará: $m_{V4}= m_{V1} + m_W$. La incorporación de agua al sistema, amerita modelarlo como el sistema abierto de flujo permanente de la figura 5.a, dado que no existe acumulación de masa en el volumen de control. El primer principio aplicado al volumen de control, indica:

$$\dot{Q} = \sum_i \dot{m}_{s,i} h_{s,i} - \sum_i \dot{m}_{e,i} h_{e,i} = 0$$

dado que no hay intercambio de calor con el ambiente. Por lo tanto, todo el proceso se hará a entalpía constante: será adiabático pero no reversible, dado que existe un intercambio de calor en el interior del sistema: La masa de agua líquida necesita **calor latente** para evaporarse. El aire húmedo entregará ese calor, a expensas de disminuir su temperatura; o sea, entregando **calor sensible**. Tomando en cuenta que todo el sistema está inicialmente a temperatura T_1 y considerando como origen de la entalpía, a la entalpía del líquido saturado en el punto triple (ver ec. 2), $h_f(T_{tr})=0$, la entalpía de entrada será:

$$\sum_i \dot{m}_{e,i} h_{e,i} = \left(\dot{m}_D\ c_{pD} + \dot{m}_W\ c_W + \dot{m}_{V1}\ c_{pV}\right) T_1 + \dot{m}_{V1}\ l_V\left(T_{tr}\right)$$

siendo c_W el calor específico del agua líquida (c_W = 4,186 kJ/kg). Como la masa de aire seco es constante, podemos definir una entalpía específica (medida en kJ/kgD) y usar la definición de razón de humedad del sistema ($r = m_V/m_D$) para expresar:

$$h_e \equiv \frac{\sum_i \dot{m}_{e,i} h_{e,i}}{\dot{m}_D} = \left(c_{pD} + \frac{\dot{m}_W}{\dot{m}_D} c_W + r_1\ c_{pV} \right) T_1 + r_1\ l_V\left(T_{tr}\right) \quad \textbf{(12)}$$

Por otro lado, en el estado de salida (punto 4 de la figura 5.b) toda el agua se ha evaporado y la entalpía específica puede expresarse como:

$$h_s = h_4 = \left(c_{pD} + r_4\ c_{pV} \right) T_4 + r_4\ l_V\left(T_{tr}\right) \quad / \quad r_4 = \frac{\dot{m}_W}{\dot{m}_D} + r_1 \quad \textbf{(13)}$$

Igualando ambas entalpía específicas se obtiene la relación buscada. Pero para obtener una expresión más simplificada, antes de igualar las expresiones, observaremos qué términos son más significativos para el cálculo:

$$r_1 \approx 10 gr/kgD \quad \Rightarrow \quad r_1\ c_{pV} \approx 0{,}0182\ kJ/kgD$$
$$\frac{\dot{m}_W}{\dot{m}_D} \approx 10 gr/kgD \quad \Rightarrow \quad \frac{\dot{m}_W}{\dot{m}_D} c_W \approx 0{,}04186\ kJ/kgD$$
$$r_4 \approx 20 gr/kgD \quad \Rightarrow \quad r_4\ c_{pV} \approx 0{,}0364\ kJ/kgD$$
$$c_{pD} = 1{,}005\ kJ/kg \quad r_1\ l_V \approx 25\ kJ/kg \quad r_4\ l_V \approx 50\ kJ/kg$$

Por lo tanto, las expresiones (12) y (13) se pueden igualar, prescindiendo de los términos que contienen el calor específico del agua líquida y el vapor de agua:

$$c_{pD}\ T_1 + r_1\ l_V\left(T_{tr}\right) = c_{pD}\ T_4 + r_4\ l_V\left(T_{tr}\right) \quad \Rightarrow \quad T + \frac{l_V}{c_{pD}} r = cte \quad \textbf{(14)}$$

Dadas las condiciones iniciales del sistema, la ecuación (14) tiene dos incógnitas: la temperatura y la razón de humedad final. Sustituyendo en la ecuación (14) la ecuación que indica cómo varía la razón de humedad con la presión parcial del vapor de agua:

$$r_{wb} \cong \varepsilon \frac{e_{wb}}{P_0} \quad \Rightarrow \quad T_{wb} - T_1 = \left(r_1 - \varepsilon \frac{e_{wb}}{P_0} \right) \frac{l_V}{c_{pD}} \quad \textbf{(15)}$$

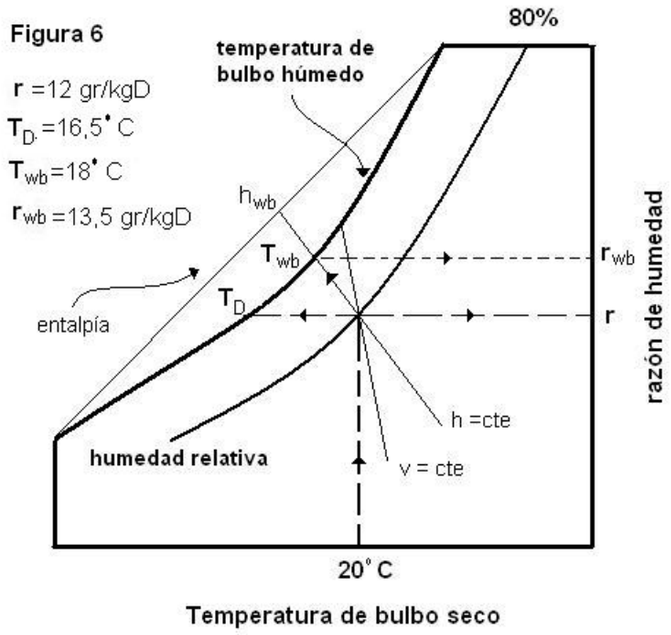
se obtiene una ecuación para la temperatura y presión parcial del estado final (P_0 la presión total del aire húmedo se supone constante). Como la temperatura de bulbo húmedo se mide cuando el aire está saturado, también se verifica Clausius Clapeyron:

$$\log e_{wb} - \log e_{tr} = \frac{l_V}{R_V} \left(\frac{1}{T_{tr}} - \frac{1}{T_{wb}} \right) \quad \textbf{(16)}$$

y la solución conjunta de ambas ecuaciones, determina el estado final del sistema.

Ejemplo A: si el aire tiene una temperatura (de bulbo seco) de 20^0C y una humedad relativa de 80%, habíamos determinado que la razón de humedad inicial era 11,7 gr/kgD y que la temperatura de punto rocío era $16,5^0$C. La determinación de la temperatura de bulbo húmedo se reduce a resolver las ecuaciones (15) y (16) en forma conjunta, sabiendo que la temperatura T_{wb} verificará: $T_D < T_{wb} < T$. En esas condiciones, $T_{wb} \approx 17,8^0$C y $r_{wb} \approx 12,6$ gr/kgD.

1.5 Carta Psicrométrica.



Muchas de las variables definidas en las secciones anteriores, pueden determinarse de una gráfica llamada carta psicrométrica. Los valores de la carta dependen de la altura (por lo tanto de la presión atmosférica), por lo que existen diferentes cartas

En la figura 6 se hace un esquema de la carta, señalando los puntos más destacados del ejemplo que estuvimos estudiando. En el eje horizontal inferior de la gráfica figura la temperatura de bulbo seco, en el eje vertical derecho figura la razón de humedad. En la línea recta (inclinada) de la izquierda puede leerse la entalpía específica del sistema y en la línea curva (inmediatamente a la derecha de la recta) puede leerse la temperatura de bulbo húmedo.

Esta curva no es otra que la **línea de saturación**, dado que corresponde a $\Phi = 100\%$ y en ella pueden leerse todas las temperaturas que cumplen la ecuación de Clausius –Clapeyron, siendo la presión de saturación, la correspondiente a la razón de humedad que se lee en el eje vertical de la derecha.

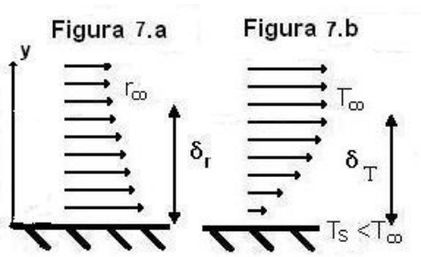
Partiendo de una temperatura de 20^0C, por la vertical punteada, encontramos líneas curvas que señalan la humedad relativa. El punto "actual" del **ejemplo A** se determina cuando la línea vertical punteada corta la curva con $\Phi = 80\%$. Entonces, la línea horizontal punteada, hacia la derecha, permite medir la razón de humedad del sistema: $r = 11,7$ gr/kgD. Desde el punto ($T = 20^0$C, $\Phi = 80\%$.), hacia la izquierda y sobre la línea de saturación, se lee la temperatura del punto rocío $T_D = 16,5^0$C.

Además, pasando por el punto actual del sistema, se observan tres líneas rectas inclinadas: dos líneas continuas y una línea punteada. Una de las líneas continuas corresponde a v = cte y mide el volumen ocupado por el aire húmedo por unidad de masa de aire seco: $v = V/m_D = 0,645$ m^3/kgD, para el punto actual.

Las otras dos líneas (una continua y otra punteada), se muestran superpuestas en la figura 6, porque son muy similares. La línea continua correspondiente a h = cte y es la que se sigue para determinar la entalpía específica ($h = H/m_D = 50$ kJ/kgD) del aire húmedo en el punto actual:

$$h_1 = \left(c_{pD} + r_1 \, c_{pV} \right) T_1 + r_1 \, l_V \left(T_{tr} \right) \qquad \textbf{(17)}$$

La línea punteada, es la que se sigue para determinar la temperatura de bulbo húmedo $T_{wb} \approx 17,5^0$C. Y de ahí, hacia la derecha, puede medirse la razón de humedad del aire a esa temperatura. ¿Por qué estas líneas son casi paralelas? La temperatura de bulbo húmedo se determinó en la condición de que las entalpías específicas de entrada y salida del volumen de control eran iguales (ec.12 y 13); pero la curva h = cte de la carta psicrométrica no incluye el término correspondiente al agua líquida (ec.12), término que sí está incluido en la medida de T_{wb}.



1.6 Evaporación y Transporte de masa.

Considere la atmósfera sobre la superficie de un lago por encima de la cual circula aire húmedo, a temperatura T_∞ y razón de humedad r_∞.

Cerca de la superficie, el agua del lago se evaporará, siendo la razón de humedad en la superficie $r_s > r_\infty$, como se muestra en la figura 7.a, definiéndose una *capa límite para el vapor de agua* en el aire (δ_r, por encima del lago). Alejándonos de la superficie, la densidad del vapor de agua en el aire disminuye, dado que el fluido en movimiento difunde el vapor de agua evaporado, hacia el resto de la atmósfera.

La evaporación del agua, será posible a expensas del calor sensible del aire. Por lo tanto, la temperatura del aire cerca de la superficie del lago, será menor que la temperatura T_∞. La figura 7.b señala otra *capa límite para la temperatura* (δ_T, por encima del lago) donde la temperatura crece desde T_S, en la superficie, hasta la temperatura ambiente. Este fenómeno se llama *enfriamiento por evaporación*.

Si todo el calor sensible que pierde el aire se convierte en calor latente que gana el agua, para evaporarse y el vapor de agua en la superficie del lago está saturado, la temperatura de la superficie del lago no es otra que la temperatura de bulbo húmedo $T_S = T_{wb}$, analizada en la sección 1.4.

Sin embargo esta es sólo una aproximación termodinámica al problema. Para analizar el tema de la evaporación con mayor detalle, es necesario analizar el sistema también desde una perspectiva dinámica asociada al transporte de masa tanto del aire seco como del vapor de agua.

Como vimos en la sección 1.4 el calor sensible que pierde el aire húmedo está dado básicamente por el calor específico del aire seco y la diferencia de temperaturas. Para calcular el flujo calorífico total que el aire entrega al agua, debemos considerar el flujo másico de aire seco que circula por encima del lago:

$$q_D = \frac{\dot{Q}_D}{\dot{m}_D} \cong c_{pD}\,(T_\infty - T_S) \Rightarrow \dot{Q}_D = \dot{m}_D\, c_{pD}\,(T_\infty - T_S) = \rho_D\, A\, h_{mD}\, c_{pD}\,(T_\infty - T_S) \quad \textbf{(18)}$$

siendo h_{mD} el *coeficiente de transporte de masa de aire seco* en la atmósfera[5]. Y el calor sensible depende de la diferencia de temperatura a lo ancho de la capa límite δ_T.

Por analogía con la ecuación 18, podemos suponer que el flujo másico de vapor de agua que es transportado hacia fuera de la capa límite es proporcional al área expuesta y a la diferencia de densidades entre la superficie y la región externa (o sea, a lo ancho de la capa límite δ_r:

$$\dot{m}_V = h_{mV}\, A\,(\rho_S - \rho_\infty) \quad \textbf{(19)}$$

siendo $h_{mV} \approx 0{,}01$ m/s el *coeficiente de transporte de masa del vapor de agua*.

Considerando la definición de razón de humedad $r = m_V/m_D$, se puede deducir una expresión del agua que se evapora, en función de la diferencia de humedades y la densidad del aire seco:

$$\dot{m}_V = h_{mV}\, A\,(\rho_S - \rho_\infty) = \frac{h_{mV}\, A}{V}(m_{VS} - m_{V\infty}) = h_{mV}\, A \frac{m_D}{V}(r_S - r_\infty) = h_{mV}\, A\, \rho_D (r_S - r_\infty)$$

Además, como $r \approx \varepsilon\, e/P_0$, la masa que se evapora puede expresarse en función de las presiones parciales:

$$\dot{m}_V = h_{mV}\, A\, \rho_D (r_S - r_\infty) = h_{mV}\, A\, \rho_D \frac{\varepsilon}{P_0}(e_S - e_\infty) \quad \textbf{(21)}$$

Si todo el calor sensible (ec. 18) se convierte en calor latente (ec.21, multiplicada por l_v), puede determinarse una relación entre las presiones parciales del vapor de agua y la diferencia de temperatura, que involucre a los flujos másicos del aire seco y del vapor de agua.

$$h_{mD}\;\; c_{pD}\,(T_\infty - T_S) = h_{mV}\;\; \frac{\varepsilon\, l_v}{P_0}(e_S - e_\infty) \Rightarrow \frac{(e_S - e_\infty)}{(T_\infty - T_S)} = \frac{h_{mD}\, c_{pD}\, P_0}{h_{mV}\, \varepsilon\, l_V} \equiv \gamma \quad \textbf{(22)}$$

donde γ se llama constante psicrométrica y es el módulo de la pendiente de la curva de enfriamiento por evaporación.

Cuando los coeficientes de transporte del aire seco y del vapor de agua son iguales ($h_{mV} = h_{mD}$) la temperatura de la superficie es la temperatura de bulbo húmedo y la constante

[5] Si la atmósfera tuviera un comportamiento no turbulento, ese coeficiente coincidiría con la velocidad del viento.

psicrométrica coincide con el módulo de la pendiente del proceso 1 a 4 de la figura 7.c. En esa figura también se muestra el resultado de calcular la temperatura de la superficie (punto 7) considerando que ($h_{mV} < h_{mD}$) o sea cuando el aire seco se transporta más rápidamente que el vapor de agua. El calor sensible que el aire seco entrega en el proceso 1 a 7, es más "eficiente" que el observado en el proceso 1 a 4 porque provoca mayor evaporación: $r_7 > r_4$ a expensas de una disminución menor en la temperatura del aire $T_7 > T_4$.

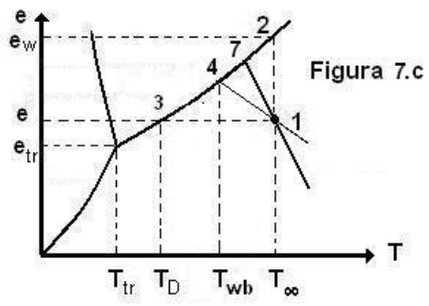


Figura 7.c

Ejemplo B: En una noche de invierno se detecta una temperatura de 5^0C y una humedad relativa del 50%. En estas condiciones, se observa una niebla espesa sobre la superficie de un arroyo. Siendo el coeficiente $h_{mV} \approx 0{,}01$ m/s y el coeficiente $h_{mD} \approx 0{,}03$ m/s, calcular la cantidad de agua que se evapora por segundo y la temperatura de la superficie.

Como primera aproximación, puede considerarse que la temperatura de la superficie es la temperatura de bulbo húmedo. De la carta psicrométrica, se determina que en estas condiciones atmosféricas $T_{wb} = 1{,}5^0$C y la razón de humedad 2,75 gr/kgD (en el aire) y 4,25 gr/kgD en la superficie del lago. Usando la ecuación (20) con $\rho_D \approx 1$ kg/m^3, se determina que se evaporan 15mg/m^2 s de agua.

Un cálculo más detallado implica la combinación de la ecuación (22) con la ecuación de Clausius –Clapeyron, puesto que el aire sobre la superficie está saturado:

$$\log\left(\frac{e_\infty + \gamma\left(T_\infty - T_S\right)}{e_{tr}}\right) = \frac{l_V}{R_V}\left(\frac{1}{T_{tr}} - \frac{1}{T_S}\right) \Rightarrow \begin{cases} T_S \approx 3{,}3^0\,C \\ e_S \approx 0{,}77 kPa \\ \dot{m}_V \big/ A \approx 20{,}5\, mg/m^2 s \end{cases}$$

Ejemplo A: Para este ejemplo, se usará una aproximación diferente a la anterior. Cuando el ambiente tiene una temperatura de bulbo seco de 20^0C y humedad relativa de 80%, habíamos determinado que la temperatura de bulbo húmedo era de $17{,}8^0$C. Sabemos que el estado del aire cerca de la superficie, está sobre la curva de saturación entre el punto 4 y el punto 2. Si aproximamos $T_S \approx 20^0$C, podemos calcular la masa de agua que se evapora suponiendo que la humedad relativa del aire en la superficie del lago es del 100% (punto 2 de la figura 7.c):

$$\frac{\dot{m}_V}{A} = h_{mV}\ \left(\rho_S - \rho_\infty\right) \cong h_{mV}\ \frac{e_W(T_\infty)}{R_V\ T_\infty}\left(1 - \phi\right) \quad \textbf{(23)}$$

Se evaporan por unidad de área y por segundo 0,035 g/m^2 s de agua o lo que es equivalente:3,0 kg/m^2 de agua en un día (86400 s). Eso provoca una disminución de 3,0 mm en la profundidad del lago ($\rho_W = 1000$ kg/m^3) por día. Esta aproximación corresponde a una constante psicrométrica $\gamma \to \infty$ y se verifica cuando $h_{mD} >> h_{mV}$.

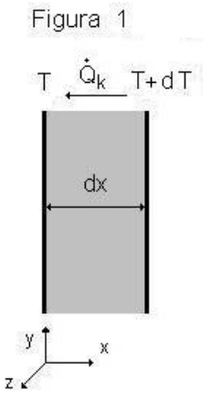
2. Transferencia de Calor.

Siempre que existe un *gradiente de temperaturas* en un sistema o siempre que dos cuerpos con diferentes temperaturas se ponen en contacto, se transfiere energía. Este proceso se conoce como transferencia de calor.

Desde el punto de vista de la Ingeniería, el problema es determinar, dada una diferencia de temperatura, cuánto calor se transfiere. En ese sentido, se reconocen tres modos distintos de transferencia de calor: *conducción, convección* y *radiación*.

En los tres procesos la temperatura del sistema es una variable que depende tanto de la posición como del tiempo T(**r**,t) y por lo tanto un análisis matemático de esos procesos involucra ecuaciones diferenciales de varias variables. En este capítulo nos proponemos describir los tres mecanismos de transferencia de calor, en estado estacionario o sea cuando la temperatura no depende del tiempo, priorizando los procesos de convección y radiación.

2.1. Conducción. Caso Estacionario y Unidimensional.



Siempre que existe un gradiente de temperaturas en un medio, el calor fluirá desde la región con mayor temperatura a la región con menor temperatura. La *Ley de Fourier* indica que la potencia calorífica que se transfiere por conducción es proporcional al gradiente de temperatura y al área a través de la cual se transfiere el calor[6]:

$$\dot{Q}_k = -k\, A \frac{dT}{dx} \quad \textbf{(1)}$$

donde *k* es la constante de proporcionalidad llamada *conductividad térmica* y refleja las propiedades conductoras del medio[7]; el signo negativo indica que cuando la temperatura aumenta con la posición, el calor fluye hacia regiones de menor temperatura.

El mecanismo de transferencia de calor por conducción es el que prima en el interior de los materiales sólidos, pero también puede observarse en la atmósfera entre fluidos de diferentes densidades (aire-agua) o entre diferentes capas de un mismo fluido (aire-aire). En la próxima sección analizamos este caso. Pero, en lugar de preocuparnos por el gradiente de temperatura en el interior de los fluidos (ec.1), observaremos el problema desde un punto más macroscópico, considerando su diferencia de temperaturas.

2.2 Convección forzada.

La convección es el proceso de transferencia de calor que interviene cuando entran en contacto un fluido y un sólido o dos fluidos de diferente densidad. El aire puede moverse sobre la superficie de un lago impulsado por una fuerza externa (por ejemplo el viento) en cuyo caso se trata de *convección forzada*, o puede simplemente alejarse de la superficie del lago impulsado por una diferencia de densidades, en cuyo caso se trata de *convección natural*. La convección forzada es la que prima en la atmósfera.

Supongamos que circula aire a temperatura T_∞ sobre la superficie de un lago que se encuentra a temperatura $T_S < T_\infty$. En ese caso, habrá transferencia de calor desde el aire al agua. El mecanismo de transferencia de potencia calorífica por convección, tiene en cuenta el efecto global de transferencia de calor entre los fluidos que se encuentran a diferente temperatura. Newton determinó que el calor transferido, desde el aire al lago, es proporcional al área de contacto entre el aire y la superficie del lago y a la diferencia de temperaturas entre el aire y la superficie.

$$\dot{Q}_c = h_c\, A\left(T_\infty - T_S\right) \quad \textbf{(2)}$$

siendo h_c la constante de proporcionalidad, llamado *coeficiente de transferencia de calor por convección* y se mide en $W/m^2\,K$.

Como vimos en la sección anterior, la temperatura del aire es mayor que la temperatura de la superficie del lago ($T_\infty > T_S$) por lo que el aire entrega calor al agua y el agua de la superficie del lago, se evapora. Igualando la ecuación 2 con la ecuación 19, que tiene en cuenta la dinámica del movimiento del aire se obtiene que el coeficiente de transferencia de calor por convección está relacionado con el coeficiente de transporte de masa de aire seco:

$$\dot{Q}_c = h_c\, A\left(T_\infty - T_S\right) = \rho_D\, A\, h_{mD}\, c_{pD}\left(T_\infty - T_S\right) \;\Rightarrow\; h_c = \rho_D\, h_{mD}\, c_{pD} \quad \textbf{(3)}$$

---

[6] La notación de los libros de transferencia de calor señalan a la potencia calorífica con minúscula: q en lugar de señalarla con mayúscula y un punto, como es usual en los libros de termodinámica

[7] Obsérvese que cuando mayor es la conductividad térmica del material, mayor será la cantidad de calor que atraviesa el sistema, para un mismo gradiente de temperatura.

2.3 Radiación.

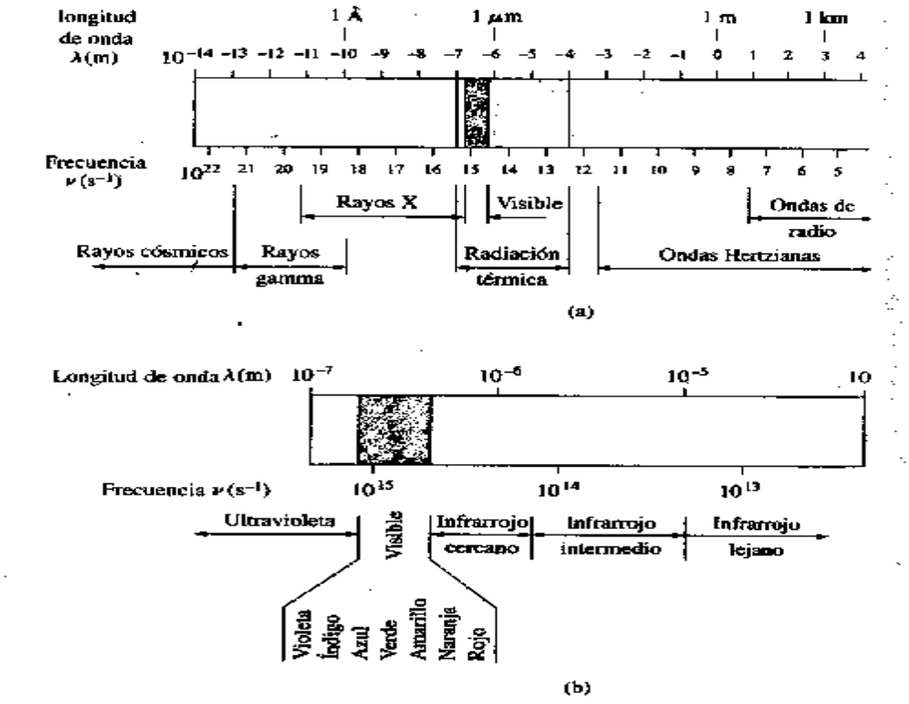


FIGURA 3 (a) Espectro electromagnético. (b) Parte de radiación térmica d electromagnético.

Todos los cuerpos que se encuentran a una temperatura $T > 0$ K, *emiten radiación térmica* que es transportada por ondas electromagnéticas de diferentes frecuencias ν o longitudes de onda λ ($c = \nu \lambda$). Del mismo modo, todos los cuerpos *absorben radiación térmica* de los alrededores o de otros cuerpos que se encuentran a temperatura $T' \neq T$. La combinación de estos dos fenómenos determina la transferencia de calor por radiación, único mecanismo de transferencia de calor que no necesita de un medio físico.

2.3.a Radiación de un cuerpo negro.

La teoría que permite modelar la potencia emitida por un cuerpo a temperatura T, se relaciona estrechamente con la radiación de un *cuerpo negro* (B). Un cuerpo negro es una cavidad que emite radiación por un pequeño orificio, de acuerdo a la siguiente ley:

$$E_{\lambda,B}(T) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5 \left(e^{ch/\lambda kT} - 1 \right)} \qquad \begin{cases} c = 2{,}998\, x\, 10^8\ m/s & \text{velocidad de la luz en el vacío} \\ h = 6{,}626\, x\, 10^{-34}\ J\, s & \text{constante de Planck} \\ k = 1{,}381\, x\, 10^{-23}\ J/K & \text{constante de Boltzmann} \end{cases} \qquad (4)$$

Esta relación (que se demuestra con argumentos estadísticos, fuera del alcance de este curso), fue determinada por *Planck* en 1900 e indica cómo es la potencia emitida por unidad de área de un cuerpo negro que se encuentra a temperatura T y en determinada longitud de onda λ, razón por la cual se la conoce como *potencia espectral emitida*. En la figura 4 se grafica esta potencia para cuerpos negros a diferentes temperaturas, en función de la longitud de onda. Dada una temperatura T, existe un máximo en la potencia espectral emitida. La longitud de onda y la intensidad de ese máximo varían con la temperatura del cuerpo. La longitud de onda λ_{max} para la cual la potencia espectral es máxima, se determina fácilmente, derivando la expresión (4), respecto de la longitud de onda.

$$\frac{d\, E_{\lambda,B}(T)}{d\, \lambda} = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\max} T = 2897{,}8\ \mu m\, K \quad \text{Ley de Wien.} \qquad (5)$$

Por lo tanto, el Sol ($T = 5800$ K) tiene su máximo de emisión en longitudes de onda cortas, mientras que la Tierra ($T = 300$K).tiene su máximo en longitudes de onda largas.

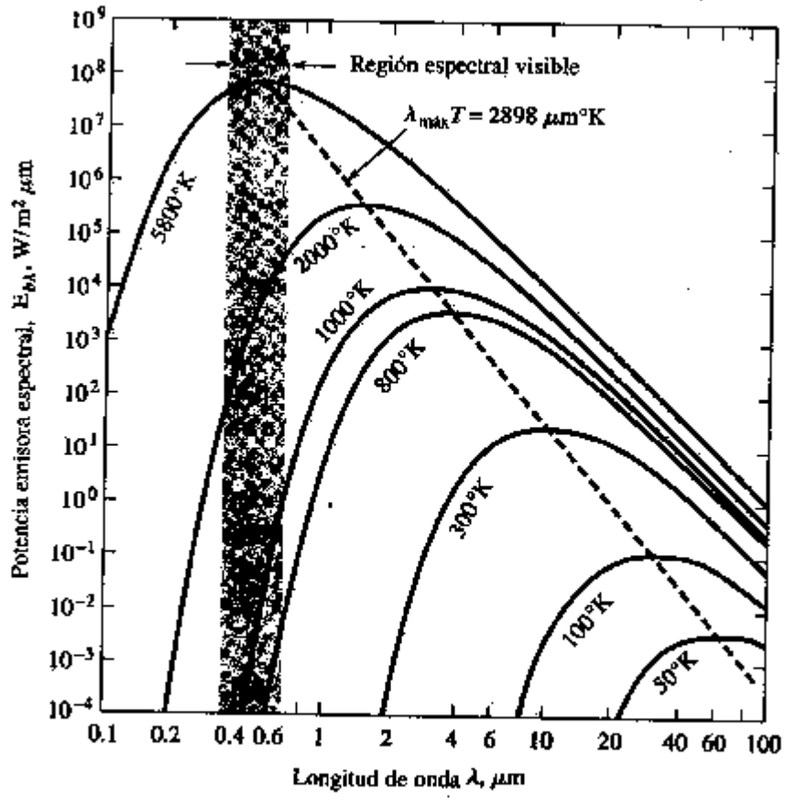


FIGURA 4 Potencia emisora monocromática de un cuerpo negro.

La potencia total emitida por un cuerpo que se encuentra a temperatura T (por unidad de área), se determina integrando la expresión (4) en todas las longitudes de onda del espectro:

$$E_B = \int_0^\infty E_{\lambda,B}(T)\, d\lambda = \sigma\, T^4 \quad / \quad \sigma = 5{,}67\, x\, 10^{-8}\ W/m^2 K^4 \quad \text{Ley de Stefan - Boltzmann} \qquad (6)$$

2.3.b Emisión de un cuerpo real.

La teoría que permite modelar la potencia emitida por parte que un cuerpo real, es similar a la del cuerpo negro, excepto que (para el cuerpo real) se agrega un factor ε (0< ε <1), llamado *emisividad* o *emitancia*. Así, la emisividad espectral ε_λ (aquella que depende de la longitud de onda) se agrega a la expresión (4), para observar cómo se modifican las gráficas de la figura 4, en un caso real:

$$E_{\lambda,R}(T) = \varepsilon_\lambda E_{\lambda,B}(T) \qquad (7)$$

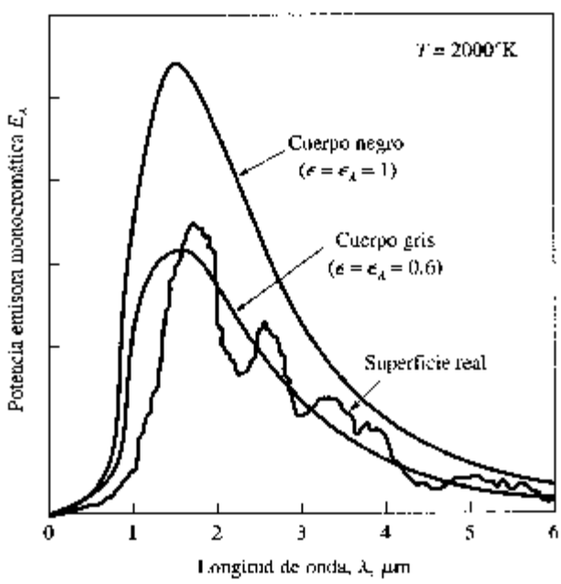


FIGURA 5 Comparación de emisión hemisférica monocromática de una superficie opaca, una gris ($\varepsilon_2 = 0.6$), y una real.

La figura 5 muestra cómo es la potencia espectral de emisión de un cuerpo negro a temperatura de 2000 K, cómo sería si se multiplica por un factor de emisividad ε = 0,6 (que no depende de la longitud de onda, razón por la cual se llama "cuerpo gris") y también cómo es la potencia emitida por un cuerpo real, cuya emitancia depende de la longitud de onda. Comparando la gráfica de la superficie real con la del cuerpo gris, se observa que la emitancia para valores de la longitud de onda entre (aprox.)2 μm y 2,5 μm es menor que 0,6; mientras que entre (aprox.) 2,5 μm y 3 μm es mayor que 0,6.

Pero la potencia total emitida por la superficie gris

verifica una expresión muy similar a la ecuación (6):

$$\dot{Q}_G = A\int_0^\infty \varepsilon\, E_\lambda(T)\, d\lambda = \varepsilon\, A\sigma\, T^4 \quad (8)$$

donde se ha tenido en cuenta el área de la superficie[8], expresión que no sería tan sencilla para la emisión de superficies reales, dado que la emitancia depende de la longitud de onda. No obstante ello y siendo tan sencilla la expresión (8), en los casos reales se define una emitancia media (ε = 0,6, en el caso de la figura 5), donde se observa que el área debajo de la curva de la potencia espectral del cuerpo gris, es aproximadamente igual a la encerrada por la potencia espectral de la superficie real.

2.3.c. Absorción de un cuerpo real

La potencia disipada por un cuerpo real, no sólo depende de la energía que emite, sino también de la energía que absorbe. Supongamos que sobre la superficie de un cuerpo incide la potencia irradiada por otro cuerpo $G_\lambda(T')$ que se encuentra a temperatura T'[9]. Parte de la potencia incidente será absorbida por el cuerpo, parte de la potencia incidente será reflejada por el cuerpo, parte de la potencia incidente, será transmitida.

$$G_\lambda(T') = \alpha_\lambda\, G_\lambda(T') + \rho_\lambda\, G_\lambda(T') + \tau_\lambda\, G_\lambda(T') \quad \begin{cases} \alpha_\lambda & \text{absortancia} \\ \rho_\lambda & \text{reflectancia} \\ \tau_\lambda & \text{transmitancia} \end{cases} \quad \alpha_\lambda + \rho_\lambda + \tau_\lambda = 1 \quad (9)$$

donde los factores definidos son espectrales, pues depende de la longitud de onda de la radiación incidente. Ejemplos de la vida diaria, tomando como fuente de energía el Sol, ilustran ese hecho:

- "Agujero de la Capa de Ozono": La capa de ozono, cuando tiene un ancho significativo, tiene una transmitancia casi nula en regiones del espectro ultravioleta, mientras que atenúa relativamente poco las longitudes de onda del espectro visible. La disminución del ancho de la capa de ozono, tiene como consecuencia el aumento de esa transmitancia y perjudica la salud de nuestra piel.
- "Colores": Los colores que observamos en los diferentes objetos, se deben a que esos objetos reflejan la luz incidente en determinadas longitudes de onda y no en otras[10]. El negro, tiene una reflectancia casi nula en todo el espectro. El blanco, tiene una reflectancia muy alta en la región del espectro visible. El rojo tiene una reflectancia muy alta en la región del espectro visible correspondiente a ese color.

Cuando los cuerpos son opacos (no son transparentes, $\tau_\lambda = 0$), se verifica: $\alpha_\lambda + \rho_\lambda = 1$. Esto se observa al usar ropa negra en el verano: la reflectancia de ese color es muy pequeña, su absortancia es muy grande y se siente más "calor" que usando ropa clara.

2.3.d Potencia transferida por un cuerpo real.

Nos proponemos demostrar que la emitancia y absortancia espectrales de un cuerpo real son iguales (*Ley de Kirchhoff*) Para ello, volveremos a trabajar con un cuerpo negro, cuyo comportamiento teórico es bien conocido (ecs. 4 a 6, fig.4).

Supongamos que nuestro sistema es un cuerpo real opaco y rígido a temperatura T que se encuentra adentro de una cavidad y que esa cavidad, se comporta como cuerpo negro a temperatura T'. El sistema debe verificar el primer principio de la termodinámica.

$$\frac{dU}{dt} = \dot{Q} - \dot{W} = \dot{Q} \quad / \quad \dot{W} = 0 \quad \text{por tratarse de un cuerpo rígido} \quad (10)$$

donde la variación de energía interna depende de las variaciones de temperatura. El cuerpo real emite calor por radiación (calor saliente del sistema), siendo $\varepsilon_\lambda\, E_\lambda(T)$ la potencia espectral emitida por tratarse de un cuerpo real a temperatura T, donde $E_\lambda(T)$ está dada por la ecuación (4). La cavidad emite calor por radiación $G_\lambda(T')$, la cual también verifica la ecuación (4). Pero el cuerpo real absorbe sólo parte de esa radiación (calor entrante al sistema): $\alpha_\lambda\, G_\lambda(T')$.

Si el cuerpo real está en equilibrio térmico con la cavidad ($T' = T$), toda la potencia calorífica que el sistema absorbe del cuerpo negro debe ser igual a la potencia calorífica que el sistema emite. Así, para cada longitud de onda, se verifica:

$$\alpha_\lambda\, G_\lambda(T) = \varepsilon_\lambda\, E_\lambda(T) \quad (11)$$

---

[8] Recordar que la ecuación (4) expresa la potencia espectral por unidad de área.

[9] Para esa potencia incidente sobre el sistema, usamos otra letra de modo tal de distinguirla claramente de la potencia emitida por el sistema.

[10] Es importante no confundir la potencia reflejada: $\rho_\lambda\, G_\lambda(T')$, con la potencia emitida: $\varepsilon_\lambda\, E_\lambda(T)$.

Como la potencia incidente $G_\lambda(T)$ sobre el sistema es la potencia espectral emitida por un cuerpo negro que actualmente está a temperatura T, la emitancia y absortancia espectrales de un cuerpo real son iguales[11].

$$G_\lambda(T) = E_\lambda(T) \quad \text{y} \quad \alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda \quad (12)$$

La emitancia y absortancia de un cuerpo no dependen de la temperatura, sólo dependen de la longitud de onda. Por lo tanto la absortancia y emitancia espectrales serán iguales, aún cuando el cuerpo real y el cuerpo negro estén a diferente temperatura $T \neq T'$.

Pero si el cuerpo real y el cuerpo negro están a diferente temperatura, la radiación que emite el cuerpo negro es igual a la que incide sobre el sistema, pero diferente de la que el cuerpo real emite:

$$E_\lambda(T') = G_\lambda(T') \neq E_\lambda(T) \quad (13)$$

Y por lo tanto, el balance de calor sobre el cuerpo real, no será nulo. En particular, si el sistema está a mayor temperatura que la cavidad ($T > T'$), el segundo principio de la termodinámica indica que el sistema pierde calor (para equilibrar la temperatura con la de la cavidad). Y por lo tanto, la potencia neta saliente por radiación será:

$$Q_r = \varepsilon\, A\, \sigma\, T^4 - \alpha\, \sigma\, T'^4 = \varepsilon\, A\, \sigma\, (T^4 - T'^4) \quad (14)$$

donde A es el área del cuerpo que disipa calor y se ha considerado el mismo valor medio para la absortancia y la emitancia.

2.3.e Radiación ambiental.

La superficie terrestre se encuentra a T ≈ 300K. De la figura 4 puede observarse que emite radiación en longitudes de onda largas (λ> 4 μm), al tiempo que absorbe radiación de longitud de onda larga, desde la propia atmósfera. Este fenómeno de emisión – absorción puede modelarse con la ecuación (14) considerando a la atmósfera como un cuerpo negro que emite a una temperatura ficticia $T' = T_{sky}$, cuyo valor varía entre 230K (para días fríos y despejados) y 285K (para días calurosos y nublados). La emitancia o absortancia (α = ε) dependen del sistema sobre el cual se realiza el balance de energía. El agua (océanos, lagos, nieve, etc.) tiene una emisividad ε = 0,97, mientras que el ladrillo rojo tiene una emisividad de 0,93 y el acero mate 0,21.

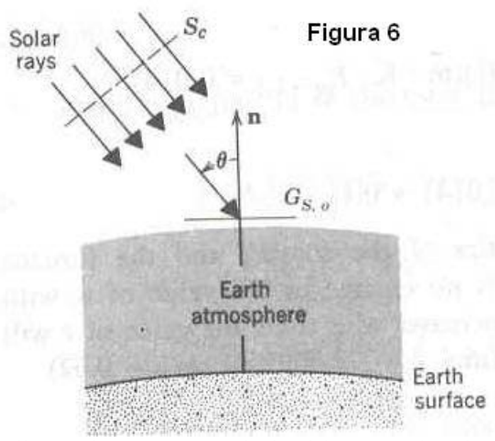


Figura 6

Pero la ecuación (4) es incompleta, si se desea modelar el balance de energía sobre la superficie terrestre o el océano, en horas diurnas. A los términos de intercambio de calor por absorción y emisión, hay que agregarle la *radiación solar*.

El sol puede modelarse como un cuerpo negro a temperatura T = 5800 K. Pero, para medir la potencia que llega al planeta, se deberá tomar en cuenta que la Tierra sólo recibe parte de esa radiación puesto que el Sol es un cuerpo esférico de 10^9 m de diámetro que está a 10^{11} m de distancia. La potencia incidente, sobre la superficie exterior de la atmósfera , es: S_C = 1353 W/m^2.

Esa potencia se ve modificada, antes de llegar a la superficie terrestre, por las condiciones geodésicas y atmosféricas. El primer efecto está relacionado con el *ángulo de incidencia* de los rayos, respecto de la normal a la superficie externa de la atmósfera. La latitud geográfica, estación del año y hora del día influyen en la potencia real medida sobre esa superficie "extraterrestre":

$$G_{S,0} = S_C \quad f \cos\theta \quad / \quad 0{,}97 < f < 1.03$$

donde el factor de corrección f está relacionado con la excentricidad de la órbita

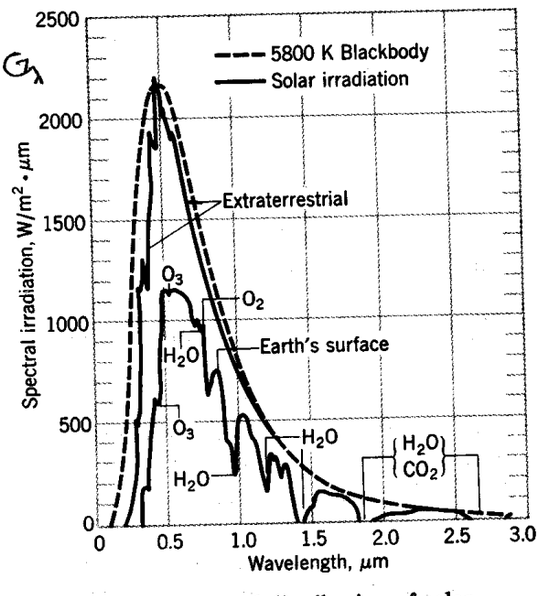


Figure 7 Spectral distribution of solar radiation.

[11] G_λ y E_λ verifican la ecuación (4), a temperatura T.

terrestre, alrededor del Sol. La figura 7 muestra la potencia espectral G_λ de esa superficie "extraterrestre", comparada con la que llegaría desde el Sol, modelado como un cuerpo negro y se observa que el modelo es muy apropiado.

Al cruzar la atmósfera y antes de alcanzar la superficie terrestre, la radiación solar sufre otros efectos: *dispersión, absorción* y *reflexión*, atenuándose para diferentes longitudes de onda, como también muestra la figura 7. En particular, el ozono (O_3) logra que la radiación espectral incidente sea nula para longitudes de onda $\lambda < 0{,}3$ μm, correspondientes al espectro ultravioleta. La atmósfera, entonces, absorbe gran parte de la potencia solar incidente en diferentes zonas del espectro, aunque mantiene el máximo en $\lambda \approx 0{,}5$ μm, correspondiente a la radiación de un cuerpo negro a T =5800K.

La potencia total incidente (representada por el área debajo de la curva "Earth surface"de la fig.7) se llama *insolación* y varía según las diferentes zonas del planeta (porque varía con el ángulo de incidencia θ y con las condiciones climáticas y meteorológicas). Por eso, un balance de energía que incluya la radiación solar, implica la medida de la insolación G_S y la existencia de una absortividad solar α_S que tenga en cuenta que los diferentes materiales absorben sólo una parte de la insolación. Por ejemplo, los objetos de agua profundos (como los océanos) tiene un coeficiente de absortividad solar muy alto $\alpha_s \approx 0.94$, mientras que la nieve refleja casi toda la radiación solar por lo que su absortividad $\alpha_s \approx 0.1$.

La absortividad solar α_s de una determinada superficie es diferente a su emisividad ε. Mientras la absortividad α_s representa un valor promedio de α_λ para que el espectro de un cuerpo gris se ajuste bien al espectro real en las longitudes de onda corta $\lambda < 3$ μm (ver figura 7), la emisividad ε representa un valor promedio de ε_λ para que el espectro de un cuerpo gris se ajuste bien al espectro real para longitudes de onda larga $\lambda > 4$ μm.

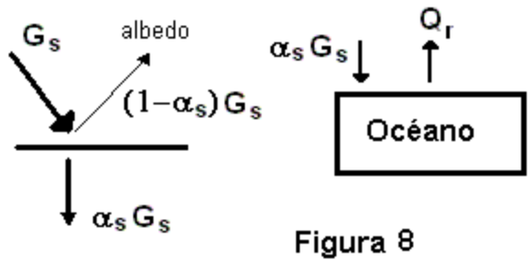


Figura 8

Ahora nos proponemos hacer un balance de energía en una zona de la superficie terrestre (más concretamente sobre el océano: $\alpha_s \approx 0.94$, $\varepsilon \approx 0.97$), para demostrar que durante el día se absorbe energía, mientras que por la noche se emite. La figura 8 muestra un esquema de ese balance, durante el día. Parte de la radiación solar se absorbe y parte se refleja (*albedo*). La parte que se refleja, no entra en el balance de energía puesto que no es energía entrante al volumen de control (ver figura de la derecha). Además, el océano emite radiación y absorbe radiación de los alrededores (supuestos a T_{sky}). Despreciando el intercambio de calor por convección, la potencia neta que es absorbida en el día, está dada por:

$$\frac{\dot{Q}_N}{A} = \alpha_S \, G_S - \varepsilon \, \sigma \, (T^4 - T_{sky}^4) \qquad (16)$$

Considerando que la radiación solar incidente es $G_s \approx 600$ W/m^2, que la temperatura $T_{sky} = 230$ K (para un día despejado), se obtiene que la superficie del océano debiera estar a 338 K = 65^{0}C si el calor neto fuera nulo. Suponiendo una temperatura de 15^{0}C, el océano estaría recibiendo 340 W/m^2, en el día y entregando 225 W/m^2 durante la noche.

Esta situación cambia drásticamente si agregamos un término de transferencia de calor por convección, al balance de energía:

$$\frac{\dot{Q}_N}{A} = \alpha_S \, G_S - \dot{Q}_r = \alpha_S \, G_S - \varepsilon \, \sigma \, (T^4 - T_{sky}^4) - h \left(T - T_\infty\right) \qquad (17)$$

Una corriente de aire polar ($T_\infty = 0^0$C) con un coeficiente de transferencia de calor por convección $h \approx 40$ W/m^2 K[12], enfría la superficie del océano y si el calor neto es nulo, la superficie del océano está a 282 K = 9^{0}C, durante el día. A esa temperatura el océano perdería (por radiación y convección) 553 W/m^2 durante la noche.

2.4 Balance de energía global sobre la Tierra.

Como la temperatura global de la Tierra está en estado estacionario, es de esperar que, promediada en un año y en todas las zonas, el balance total de la energía que incide sobre ella, sea nulo. En la siguiente figura se muestra cómo se distribuye la energía recibida y emitida.

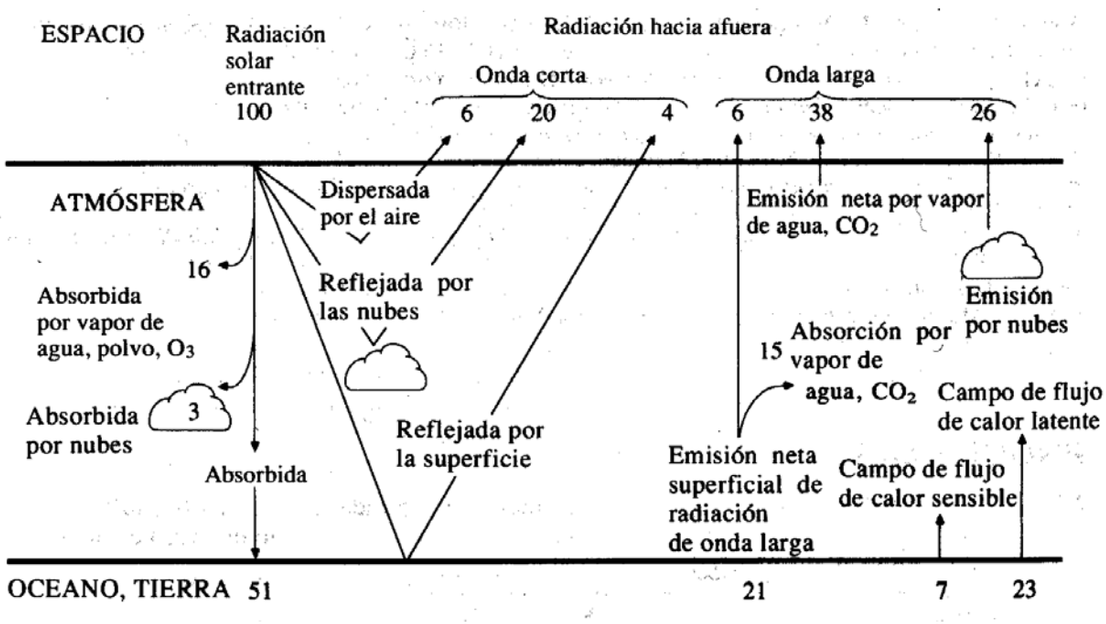
De 100 unidades de radiación solar que llegan a la superficie extraterrestre, 3+16 = 19 son absorbidas directamente por la atmósfera y las nubes, 6+20+4 = 30 unidades son

[12] Este coeficiente de transferencia de calor por convección corresponde a un flujo turbulento con un Reynolds Re =10^{12}

dispersadas o reflejadas y 51 unidades son absorbidas por la Tierra (onda corta: $[\alpha_S G_S]$): aproximadamente 28 unidades son recibidas directamente desde el Sol, mientras que las 23 unidades restantes corresponden a una insolación difusa, a través de las nubes.

De esas 51 unidades, 21 unidades son emisión neta (onda larga: $[\varepsilon (T^4-T'^4)]$; el término de emisión es de 117 unidades y el término de absorción desde la atmósfera es de 96 unidades], 7 unidades se transforman en calor sensible (aumentan la temperatura del aire: $[h_c(T-T_\infty)]$) y 23 unidades se transforman en calor latente (evaporan el agua de los océanos, ríos, arroyos y la propia Tierra: $m_V\, l_v$). Por lo tanto, el balance neto sobre la superficie terrestre es nulo: 51 = 21+7+23.

De las 21 unidades emitidas como calor radiante, 15 unidades son absorbidas por la atmósfera. Tomando en cuenta las reflexiones de onda corta (6 + 20+4) y las emisiones de onda larga (6 + 38 +26) el balance global sobre la superficie extraterrestre, también es nulo[13].



2.5 Evaporación y Radiación.

La cantidad de agua que se evapora, está relacionada con la profundidad z del sistema acuífero, que va disminuyendo en el tiempo. Esto permite definir la *taza de evaporación* como:

$$\dot{m}_V = -\dot{m}_W = -\rho_W\, A \frac{dz}{dt} = \rho_W\, A\, E \quad \Rightarrow \quad E \equiv \frac{\dot{m}_V}{\rho_W\, A} \quad \textbf{(18)}$$

Si todo el calor recibido por uno u otro mecanismo se empleara en evaporar el agua, podemos definir la taza de evaporación en función de la potencia total recibida como:

$$\dot{Q} = \dot{m}_V\, l_V \quad \Rightarrow \quad E \equiv \frac{\dot{m}_V}{\rho_W\, A} = \frac{\dot{Q}}{l_V\, \rho_W\, A} \quad \textbf{(19)}$$

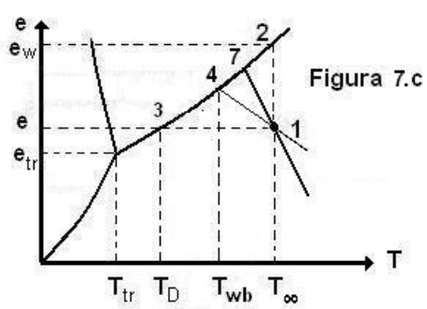


Figura 7.c

En la sección 1.6 se trató el problema de la evaporación, considerando solamente la transferencia de calor por convección, dado que era el aire el que, entregando calor sensible, habilitaba el proceso. Eso permitió determinar que la superficie de agua estaba a menor temperatura (punto 7) que la temperatura ambiente (punto 1). También se observó que el punto 7, depende del cociente entre los coeficientes de transporte de aire seco y humedad.

Sin embargo, la radiación solar también juega un roll fundamental en el proceso de evaporación: Durante el día y debido a la radiación solar, la temperatura de la superficie del lago es la misma que la temperatura ambiente T_∞, aunque el aire húmedo sobre la superficie está saturado de vapor de agua (punto 2).

En esta sección, nos proponemos modelar el fenómeno global de evaporación, tomando en cuentas las siguientes etapas:

- En la primera etapa, la transferencia de calor por convección, desde el viento hacia la superficie, logra evaporar agua, provocando un enfriamiento (proceso de 1 a 7). La

[13] El aumento de la energía absorbida por las partículas contaminantes (llamadas aerosoles) rompería el equilibrio que se ha descrito, generando el efecto invernadero.

cantidad de agua que se evapora en ese proceso, está directamente relacionada con la taza de evaporación por convección, llamada taza aerodinámica E_C. La ecuación (19) aplicada para el calor intercambiado por convección, define esa taza.

- En la segunda etapa, la transferencia de calor por radiación, logra evaporar una cantidad de agua adicional (proceso de 7 a 2) que permite calcular la cantidad de agua evaporada en función de la taza de evaporación por radiación E_R. La ecuación (19) aplicada para el intercambio de calor por radiación, define esa taza.

En el proceso total, el calor evapora agua pero también cambia la temperatura del aire húmedo. La *relación de Penman* indica que la taza global de evaporación está dada por:

$$E_T = \eta_C \; E_C + \eta_R \; E_R \quad / \quad \eta = \frac{\dot{m}_V \, l_V}{\dot{Q}} \qquad \textbf{(20)}$$

donde el factor de poderación η toma en cuenta qué parte del calor involucrado en los procesos de convección y radiación, intervienen en la evaporación del agua.

En particular, considerando la transferencia de calor por radiación (segunda etapa del proceso), parte del calor entrante logrará evaporar cierta cantidad de agua (proceso de 7 a 2) pero otra parte, se empleará en aumentar la temperatura del aire (desde T_7 a T_1), de modo tal de compensar el enfriamiento por evaporación que el aire sufrió en la primer etapa. O sea que parte del calor por radiación se empleará en calor latente y parte en calor sensible:

$$\dot{Q}_R = \dot{m}_{VR} \; l_V + \dot{Q}_S = \dot{m}_{VR} \; l_V \left(1 + \frac{\dot{Q}_S}{\dot{m}_{VR} \; l_V} \right) \qquad \textbf{(21)}$$

A continuación, nos proponemos determinar el valores de η_R, (inverso del término entre paréntesis de la ecuación 21) en función de las temperaturas y presiones parciales del vapor de agua, involucradas en el proceso. Como veíamos en la sección 2.2 (al tratar la convección) el flujo de agua evaporada, está dado por la diferencia de presiones parciales:

$$\dot{m}_V = h_{mV} \; A \, \rho_D \, \frac{\varepsilon}{P_0} \left(e_S - e_\infty \right) \qquad \textbf{(22)}$$

La ecuación (22) es válida tanto en la primer etapa del proceso (1 a 7) como en el proceso global.(1 a 2). Como la masa total evaporada es la resultante de la masa total evaporada en ambas etapas, para la masa evaporada por radiación, se obtiene una relación similar:

$$\left. \begin{aligned} \dot{m}_{VT} &= h_{mV} \; A \, \rho_D \, \frac{\varepsilon}{P_0} \left(e_2 - e_1 \right) \\ \dot{m}_{VC} &= h_{mV} \; A \, \rho_D \, \frac{\varepsilon}{P_0} \left(e_7 - e_1 \right) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \dot{m}_{VR} = h_{mV} \; A \, \rho_D \, \frac{\varepsilon}{P_0} \left(e_2 - e_7 \right) \qquad \textbf{(23)}$$

También, .en la sección 1.6 se determinó que el calor sensible que pierde el aire húmedo está relacionado con el coeficiente de trasporte de masa del aire seco (h_{mD}) y es:

$$\dot{Q}_S \cong h_{mD} \; A \, \rho_D \; c_{pD} \left(T_\infty - T_S \right) \qquad \textbf{(24)}$$

La eficiencia de la radiación solar incidente, respecto de la energía necesaria para evaporar agua, se determina sustituyendo las ecuaciones (23) y (24) en la ecuación (21):

$$\eta_R = \frac{\dot{m}_{VR} \; l_V}{\dot{Q}_R} = \left(1 + \frac{\dot{Q}_S}{\dot{m}_{VR} \; l_V} \right)^{-1} = \left(1 + \frac{h_{mD}}{h_{mV}} \, \frac{c_{pD} \; P_0}{\varepsilon \; l_V} \, \frac{\left(T_1 - T_7 \right)}{\left(e_2 - e_7 \right)} \right)^{-1} \qquad \textbf{(25)}$$

Observando la figura, se puede determinar que el cociente entre la diferencia de temperaturas y la diferencia de densidades es el inverso de la pendiente de la curva de saturación, evaluada entre los puntos 7 y 2. Llamamos a esta pendiente Δ:

$$\Delta = \frac{e_2 - e_7}{T_1 - T_7} \qquad \textbf{(26)}$$

Los otros términos del paréntesis son la constante psicrométrica γ, que habíamos definido en la sección 1.6. Por lo tanto, el factor de corrección para la evaporación por radiación es:

$$\eta_R = \frac{\dot{m}_{VR} \; l_V}{\dot{Q}_R} = \left(1 + \frac{\dot{Q}_S}{\dot{m}_{VR} \; l_V} \right)^{-1} = \left(1 + \gamma \big/ \Delta \right)^{-1} = \frac{\Delta}{\gamma + \Delta} \qquad \textbf{(27)}$$

El factor de corrección correspondiente a la taza de evaporación por radiación, depende la pendiente Δ sobre la cual se observa el proceso de 7 a 2. Dado que el módulo de la pendiente del proceso de evaporación aerodinámico es γ, Penman propone que el factor de corrección de la taza de evaporación por convección sea:

$$\eta_C = \frac{\gamma}{\gamma + \Delta} \Rightarrow E_T = \frac{\gamma}{\gamma + \Delta} E_C + \frac{\Delta}{\gamma + \Delta} E_R \qquad \textbf{(28)}$$

para que la suma de ambos factores de corrección sea la unidad.

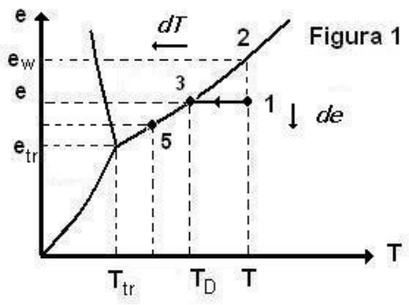
3. Procesos en la atmósfera.

En esta sección nos proponemos describir otros procesos que suceden en la atmósfera, en donde directa o indirectamente, la transferencia de calor juega un papel importante.

3.1 Formación de niebla (Condensación isóbara).

La niebla se produce cuando el aire húmedo pierde calor en forma isóbara y el vapor de agua se condensa en microscópicas gotas alrededor de núcleos condensantes, como las partículas de polvo que flotan en el aire. Existen dos tipos de niebla que se distinguen por su forma de transferencia de calor.

- Niebla por radiación es la que se produce en la madrugada, cuando el aire (y la Tierra en general) se enfrían por emisión de calor.
- Niebla por advección es la que se produce cuando aire caliente entra en una región fría y pierde calor (entregándoselo al suelo, para enfriarse).



Como se recordará, la figura 1 grafica solamente, el estado del vapor de agua en el aire. En ambos procesos, antes de formarse la niebla, el aire húmedo (que inicialmente estaba en el punto 1, de la figura 1) pierde calor sensible y llega a la temperatura del punto de rocío (punto 3). A partir de ese momento, una pérdida adicional de calor, provoca la condensación. Si parte del vapor de agua se condensa, baja la presión parcial del vapor saturado y disminuye aún más la temperatura, como señala el punto 5 de la figura 1.

La disminución de la temperatura y presión parcial, determinan la cantidad de vapor de agua que se condensa y por lo tanto la densidad de la niebla o sea la *visibilidad*. De la sección 1.4, donde definíamos la temperatura de bulbo húmedo, sabemos que los términos importantes en la variación de la entalpía específica son aquellos que tienen que ver con la variación de la temperatura del aire seco y la variación de humedad absoluta del aire húmedo. Entre los puntos 3 y 5 se verifica:

$$\Delta h \cong c_{pD}\,(T_5 - T_3) + l_V\,(T_{tr})(r_5 - r_3) \quad \Rightarrow \quad dh \cong c_{pD}\,dT + l_V\,dr \qquad \textbf{(1)}$$

Como el proceso es isóbaro[14], la variación de entalpía coincide con el calor saliente del sistema (por radiación o por convección, según el tipo de niebla). Además, la variación de humedad es directamente proporcional a la variación de presión parcial del vapor:

$$\left.\begin{aligned} -|dq| = dh \cong c_{pD}\,dT + l_V\,dr \\ r \cong \frac{\varepsilon}{P_0}\,e \quad \rightarrow \quad dr \cong \frac{\varepsilon}{P_0}\,de \\ de = \frac{l_V}{R_V}\frac{e}{T^2}\,dT \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad -|dq| = \left(c_{pD} + \frac{\varepsilon}{P_0}\frac{l_V^2}{R_V}\frac{e}{T^2}\right)dT \qquad \textbf{(2)}$$

donde se ha usado la ecuación de Clausius –Clapeyron para expresar la variación de presión parcial de vapor, en función de la variación de temperatura (sobre la curva de saturación). Dado el calor perdido por el sistema, la ecuación (2) permite determinar cuánto baja la temperatura, una vez iniciado el proceso de formación de niebla.

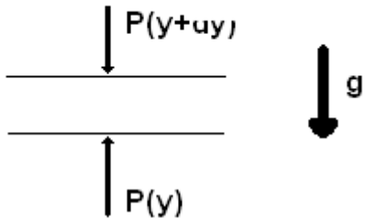
Ejemplo A: El servicio meteorológico indica que la temperatura es 20^0C con humedad relativa de 80%. Si no se prevé formación de nieblas y neblinas matinales, la temperatura mínima será $T_D = 16{,}5^0$C y la razón de humedad se mantendrá en r_3 = 11,7 gr/KgD. Pero, una corriente fría proveniente del este provocó una niebla de 1 gr/m^3 de agua condensada. Esto implicará una humedad absoluta r_5 =10,7gr/kgD y una presión de saturación $e_5 = r_5\,P_0/\varepsilon$ = 1,742 kPa. Aplicando la ecuación de Clausius –Clapeyron la temperatura bajará hasta T_5 = $15{,}2^0$C.

Evaluando los términos que figuran en el paréntesis de la ecuación (2) puede determinarse que el 35,5% del calor que se pierde, se traduce en una disminución de la temperatura, mientras el 64,5% restante logra que el agua se condense para formar niebla[15].

[14] La presión total del sistema es constante.

[15] Se han tomado los valores medios de la temperatura y presión en el intervalo.

Figura 2



$$P(y+dy)\,A + dm\,g - P(y)\,A = 0$$

$$dm = \rho\,dV = \rho\,A\,dy$$

$$\boxed{\frac{dP}{dy} = -\rho g}$$

3.2 Atmósfera Estándar.

La atmósfera tiene una profundidad de aproximadamente 800km. A medida que nos alejamos del nivel del mar, la temperatura, la presión y la densidad del aire decrecen. Además, una porción de aire que ascienda, debe vencer la acción de la gravedad. Se pueden usar diferentes hipótesis para modelar los procesos que en ella suceden.

En el curso de Física Térmica, por ejemplo, hicimos la hipótesis de que la temperatura de la atmósfera no variaba con la altura. La figura 2 muestra una porción de aire sometido a la acción de la gravedad y a presiones que varían con la altura y. Aplicando la ecuación del gas ideal (para expresar la densidad del aire, en función de la presión) se obtiene que la presión varía exponencialmente con la altura H, cuando la temperatura es constante:

$$\frac{dP}{dy} = -\frac{P\,g}{R_T\,T} \quad \Rightarrow \quad P(H) = P_0\,\exp\left(-\frac{g\,H}{R_T\,T}\right) \qquad \textbf{(3)}$$

siendo R_T la constante aparente del aire húmedo.

Pero la temperatura de la atmósfera depende de la altura. En el capítulo anterior observábamos que la atmósfera absorbe parte de la radiación solar, pero el 51% llega a la superficie terrestre y aumenta su temperatura. Posteriormente, el calor se transfiere desde la superficie terrestre al aire por convección y radiación. Y, a medida que nos alejamos de ella, la temperatura va disminuyendo.

Este balance global lleva a la definición de una atmósfera estándar, donde la temperatura, para alturas H < 11.000m, decrece en forma constante:

$$T(y) = -\alpha\,y + T_0 \quad / \quad \alpha = 6{,}5\,K/km \qquad \textbf{(4)}$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación de equilibrio mecánico, se obtiene que la presión varía con la altura de la siguiente forma:

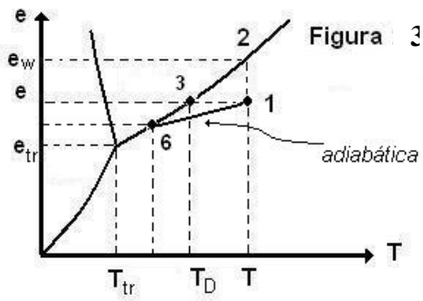
$$\frac{dP}{dy} = -\frac{P\,g}{R_T\,T} \quad \Rightarrow \quad \frac{dP}{P} = -\frac{g}{R_T}\frac{dy}{(T_0 - \alpha\,y)} \quad \Rightarrow \quad P(H) = P_0\left(1 - \frac{\alpha\,H}{T_0}\right)^{\frac{g}{\alpha\,R_T}} \qquad \textbf{(5)}$$

3.3 Formación de nubes (Saturación del aire por ascenso adiabático).

El viento se encarga de llevar el aire húmedo desde nivel del mar, hasta regiones más altas de la atmósfera, formando las nubes. El aire es un fluido turbulento. Un determinado volumen de control podría modelarse como un sistema abierto no adiabático, donde la acción de la gravedad impide despreciar el trabajo realizado sobre él. Además en ese ascenso, la temperatura y la presión del volumen de control, disminuyen. Sacar conclusiones de un sistema con estas características, es extremadamente difícil.

Para modelar el ascenso de aire húmedo, en lugar de aplicar las ecuaciones de mecánica de los fluidos y los principios de la termodinámica a cierto volumen de control de masa variable, definimos una trayectoria *adiabática y reversible* para un masa fija de aire húmedo no saturado que ascenderá, desde el nivel del mar (a temperatura T_1 y presión P_1) hasta una región de altura H (a temperatura T_H y presión P_H), donde se saturará. La figura 3 muestra esa trayectoria (entre el punto 1 y 6), para el vapor de agua contenido en el aire húmedo. En esa trayectoria adiabática, todo el sistema cerrado verificará:

Figura 3



$$T_H = T_1\left(\frac{P_H}{P_1}\right)^{R_T/c_{pT}} \cong T_1\left(\frac{P_H}{P_1}\right)^{R_D/c_{pD}} \qquad \textbf{(6)}$$

donde R_T y c_{pT} son la constante aparente y el calor específico del aire húmedo y dado que la humedad absoluta $r \approx 10$ g/kgD es pequeña, su cociente puede aproximarse por el correspondiente a aire seco $R_D/c_{pD} = 2/7$. Si además, tomamos en cuenta que no varía la masa

de vapor de agua ni la masa de aire seco, la humedad absoluta es constante y la ecuación (6) puede expresarse en función de las presiones parciales del vapor de agua:

$$r \cong \frac{\varepsilon}{P} e \quad \Rightarrow \quad \frac{P_1}{P_H} = \frac{e_1}{e_H}$$
$$T_H = T_1 \left(\frac{e_H}{e_1} \right)^{R_D / c_{pD}} \quad \Rightarrow \quad d(\log T) = \frac{2}{7} d(\log e) \qquad \textbf{(7)}$$

Aplicando la definición de humedad relativa y la ecuación de Clausius –Clapeyron a la presión de saturación del punto actual, puede determinarse cómo varía la humedad con la temperatura:

$$\left.\begin{array}{l} \phi \equiv \dfrac{e_1}{e_W(T_1)} \quad \Rightarrow \quad d(\log \phi) = d(\log e) - d(\log e_W) \\ d(\log e_W) = \dfrac{l_V}{R_V} \dfrac{dT}{T^2} \end{array}\right\} d(\log \phi) = \frac{c_{pD}}{R_D} d(\log T) - \frac{l_V}{R_V} \frac{dT}{T^2} \qquad \textbf{(8)}$$

Integrando esa ecuación entre el punto 1 a nivel del mar (donde la humedad relativa es Φ_1) y el punto 6 (de humedad relativa $\Phi_H = 100\%$), se obtiene una ecuación que permite determinar la temperatura a la cual la masa de control se saturará T_H:

$$-\log \phi_1 = \frac{c_{pD}}{R_D} \log \left(\frac{T_H}{T_1} \right) + \frac{l_V}{R_V} \left(\frac{1}{T_H} - \frac{1}{T_1} \right) \qquad \textbf{(9)}$$

Como las variaciones de temperatura con la altura son del orden de 10^0C/km, conocida T_H es fácil determinar a qué altura se comenzarán a formar las nubes:

$$\frac{\Delta T}{\Delta z} = -10^0 \, C/km \quad \Rightarrow \quad H = \frac{T_H - T_1}{10} \, km \qquad \textbf{(10)}$$

Ejemplo A: La ascensión adiabática de aire a 20^0C y 80% de humedad relativa, indica que la temperatura $T_H = 15{,}7^0$C (despejada de la ecuación (9)), lo cual implica que las nubes comienzan a formarse a 430m de altura (base de las *cumulus*).

Esto no implica que, al llegar al punto 6, la masa de aire se condense y comience a llover: el vapor de agua en las nubes bajas está *sobresaturado respecto al agua*: la condensación se da sólo si existen núcleos de condensación (por ejemplo, partículas de polvo que pueden ser escasas a 1 km de altura sobre el nivel del mar). Si no existen esas partículas (*aerosoles*), la cantidad de vapor de agua de una nube es mayor que la esperada, según la curva de saturación líquido-vapor pero no hay condensación.

Por otro lado, la masa de aire que hemos estudiado en su ascenso adiabático, está sometida a otras corrientes de aire que pueden moverla o dispersarla, antes de que llegue al estado de saturación. Debido a esas corrientes, la masa de aire puede comenzar a descender, con lo cual se revierte el proceso que ahora se llamará descenso adiabático.

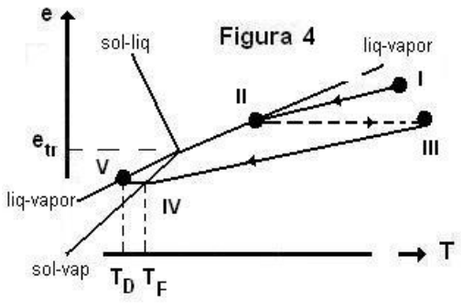


Figura 4

También debido a esas corrientes, y antes de llegar al punto de saturación, la masa de aire puede encontrarse con corrientes de aire húmedo no saturado y a mayor temperatura, mezclarse y seguir ascendiendo. La figura 4 muestra esa situación: en la primera etapa de ascensión adiabática (de I a II) la masa de aire está a punto de saturarse adiabáticamente (punto II) En la segunda etapa (de II a III), la masa de aire se mezcla con otra, a mayor temperatura (punto III). En este caso, una vez determinada cuál es la temperatura de la mezcla y su humedad relativa, el proceso de ascenso adiabático comienza nuevamente, resultando en una temperatura de saturación menor (punto IV), el cual puede estar por debajo del punto triple.

Lo que se observa, entonces, es que el vapor de agua se *supersatura respecto al hielo*: como el vapor de agua necesita cristales de hielo, para convertirse en hielo, la solidificación esperada a partir del punto IV, no se produce. La temperatura del vapor sobresaturado sigue bajando hasta que el vapor se convierte en agua líquida (punto V, el cual se encuentra en la continuación de la curva de saturación líquido – vapor).

Las nubes de agua (lluvia) tienen una temperatura entre -20^0C y -5^0C, mientras que las nubes de hielo (nieve y granizo) están a una temperatura de -40^0C porque la solidificación a tan baja temperatura es espontánea. Las nubes de tormenta (de altura entre 8 y 16km) tienen vapor de agua en su parte inferior (a 0^0C) y hielo en su parte superior (a -40^0C) y el sistema no está en equilibrio térmico.