RADIATIONS. — *Ondes et quanta* ([1]). Note de M. **LOUIS DE BROGLIE,** présentée par M. Jean Perrin.

Considérons un mobile matériel de masse propre m_0 se mouvant par rapport à un observateur fixe avec une vitesse $v = \beta c \quad (\beta < 1)$. D'après le principe de l'inertie de l'énergie, il doit posséder une énergie interne égale à $m_0 c^2$. D'autre part, le principe des quanta conduit à attribuer cette énergie interne à un phénomène périodique simple de fréquence ν_0 telle que

$$h\nu_0 = m_0 c^2,$$

c étant toujours la vitesse limite de la théorie de relativité et h la constante de Planck.

Pour l'observateur fixe, à l'énergie totale du mobile correspondra une fréquence $\nu = \dfrac{m_0 c^2}{h\sqrt{1-\beta^2}}$. Mais, si cet observateur fixe observe le phénomène périodique interne du mobile, il le verra ralenti et lui attribuera une fréquence $\nu_1 = \nu_0 \sqrt{1-\beta^2}$; pour lui, ce phénomène varie donc comme

$$\sin 2\pi \nu_1 t \ .$$

Supposons maintenant qu'au temps $t = 0$, le mobile coïncide dans l'espace avec une onde de fréquence ν ci-dessus définie se propageant dans la même direction que lui avec la vitesse $\dfrac{c}{\beta}$. Cette onde de vitesse plus grande que c ne peut correspondre à un

([1]) Au sujet de la présente Note, voir M. BRILLOUIN, *Comptes rendus*, t. **168**, 1919, p. 1318.

transport d'énergie; nous la considérerons seulement comme une onde fictive associée au mouvement du mobile.

Je dis que, si au temps $t = 0$, il y a accord de phase entre les vecteurs de l'onde et le phénomène interne du mobile, cet accord de phase subsistera. En effet, au temps t le mobile est à une distance de l'origine égale à $vt = x$; son mouvement interne est alors représenté par $\sin 2\pi \nu_1 \frac{x}{v}$.

L'onde, en ce point, est représentée par

$$\sin 2\pi \nu \left(t - \frac{x\beta}{c}\right) = \sin 2\pi \nu x \left(\frac{1}{v} - \frac{\beta}{c}\right).$$

Les deux sinus sont égaux, l'accord de phase est réalisé si l'on a

$$\nu_1 = \nu(1-\beta^2),$$

condition évidemment satisfaite par les définitions de ν et ν_1 .

La démonstration de cet important résultat repose uniquement sur le principe de relativité restreinte et sur l'exactitude de la relation des quanta tant pour l'observateur fixe que pour l'observateur entraîné.

Appliquons d'abord ceci à un atome de lumière. J'ai montré ailleurs ([1]) que l'atome de lumière doit être considéré comme un mobile de masse très petite ($< 10^{-50}$ gr.) se mouvant avec une vitesse très sensiblement égale à c (bien que légèrement inférieure). Nous arrivons donc à l'énoncé suivant : « *L'atome de lumière équivalent en raison de son énergie totale à une radiation de fréquence* ν *est le siège d'un phénomène périodique interne qui, vu par l'observateur fixe, a en chaque point de l'espace même phase qu'une onde de fréquence* ν *se propageant dans la même direction avec une vitesse sensiblement égale (quoique très légèrement supérieure) à la constante dite vittese de la lumière.* »

([1]) Voir *Journal de Physique*, 6e série, t. **3**, 1922, p. 422.

Passons maintenant au cas d'un électron décrivant d'une vitesse uniforme sensiblement inférieure à c une trajectoire fermée. Au temps $t = 0$, le mobile est en un point O. L'onde fictive associée, partant alors de O et décrivant toute la trajectoire avec la vitesse $\frac{c}{\beta}$, rattrape l'électron au temps τ en un point O' tel que $\overline{OO'} = \beta c \tau$.

On a donc

$$\tau = \frac{\beta}{c}[\beta c(\tau + \mathrm{T_r})] \quad \text{ou} \quad \tau = \frac{\beta^2}{1-\beta^2}\mathrm{T_r},$$

où $\mathrm{T_r}$ est la période de révolution de l'électron sur son orbite. La phase interne de l'électron, quand celui-ci va de O en O', varie de

$$2\pi\nu_1\tau = 2\pi\frac{m_0c^2}{h}\mathrm{T_r}\frac{\beta^2}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Il est *presque nécessaire* de supposer que la trajectoire de l'électron n'est stable *qui si* l'onde fictive passant en O' retrouve l'électron en phase avec elle : l'onde de fréquence ν et de vitesse $\frac{c}{\beta}$ doit être en résonance sur la longueur de la trajectoire. Ceci conduit à la condition

$$\frac{m_0\beta^2c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\mathrm{T_r} = nh, \qquad n \text{ étant entier.}$$

Montrons que cette condition de stabilité est bien celle des théories de Bohr et Sommerfeld pour une trajectoire décrite à vitesse constante. Appelons p_x, p_y, p_z les quantités de mouvement de l'électron suivant trois axes rectangulaires. La condition générale de stabilité énoncée par Einstein est en effet

$$\int_0^{T_r} (p_x\,dx + p_y\,dy + p_z\,dz) = nh \qquad (n \text{ entier})\ (^1)$$

ce qui peut dans le cas présent s'écrire

$$\int_0^{T_r} \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)\,dt = \frac{m_0 \beta^2 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} T_r = nh\,,$$

comme ci-dessus.

Dans le cas d'un électron tournant avec une vitesse angulaire ω sur un cercle de rayon R, on retrouve pour les vitesses assez petites la formule primitive de Bohr : $m_0 \omega R^2 = n \frac{h}{2\pi}$.

Si la vitesse varie le long de la trajectoire, on retrouve encore la formule de Bohr-Einstein si β est petit. Si β prend de grandes valeurs, la question devient plus compliquée et nécessitera un examen spécial.

Poursuivant dans la même voie, nous sommes parvenus à des résultats importants qui seront prochainement communiqués. Nous sommes dès aujourd'hui en mesure d'expliquer les phénomènes de diffraction et d'interférences en tenant compte des quanta de lumière.

([1]) Le cas des mouvements quasi périodiques ne présente aucune difficulté nouvelle. La nécessité de satisfaire à la condition énoncée au texte pour une infinité de pseudo-périodes conduit aux conditions de Sommerfeld.

This document is a facsimile of the original article in *Comptes rendus*, Vol. 177, pp. 507-510 (1923). Note that, while the page range is accurate, the content of any given page may not match that of the original. Consult the orginal article for correct page references.