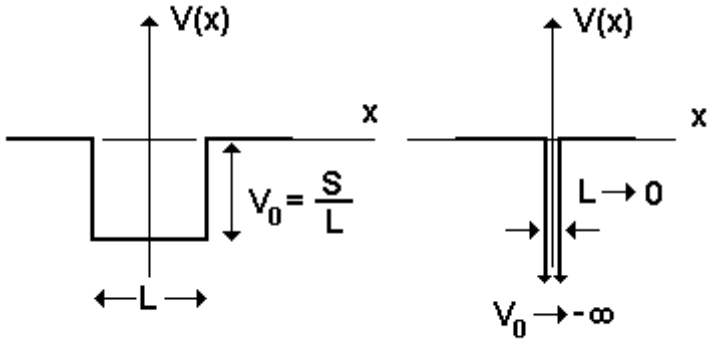
13 de diciembre de 2006
Examen de Física Moderna

Problema 1



Pozo Delta: electrón en un cristal

La figura de la derecha muestra un potencial llamado "pozo delta", el cual se usa (cuando el pozo se repite periódicamente) para modelar el movimiento de un electrón a través de un cristal. El modelo es muy útil porque la solución de la ecuación de Schrödinger para ese potencial es muy sencilla.

El potencial es unidimensional y puede considerarse como un pozo cuadrado de ancho $\boldsymbol{L}$ y profundidad $\boldsymbol{V_0}$ = S/L (ver figura de la izquierda) en el límite en el cual $L \to 0$ y la profundidad del pozo $V_0 \to \infty$, siendo el producto $\boldsymbol{V_0 L} = \boldsymbol{S}$, constante.

El efecto de un pozo delta es introducir una discontinuidad en la pendiente de la función de onda en el punto donde se localiza el pozo, de modo tal que la función en sí es continua pero su derivada verifica:

$$\left.\frac{d\Psi}{dx}\right|_{x=0^+} - \left.\frac{d\Psi}{dx}\right|_{x=0^-} = -\frac{2mS}{\hbar^2}\Psi(0)$$

siendo $\boldsymbol{m}$ la masa del electrón.

a) Resuelva la ecuación de Schrödinger a ambos lados del pozo (x < 0 y x >0), para el caso en que el electrón provenga desde la izquierda con energía E > 0.
b) Aplique las condiciones necesarias para determinar el coeficiente de trasmisión T(E), en función de la energía E > 0 de la partícula..

Problema 2

Relatividad Especial. Viajes espaciales.

Una profesora de Física que se encuentra en la Tierra aplica un examen a sus estudiantes que están en una nave espacial que se desplaza a velocidad v = 0,6c con respecto a la Tierra. En el instante en que la nave pasa frente a la profesora, ésta indica el inicio del examen. La profesora quiere que sus alumnos cuenten con dos horas (tiempo de la nave espacial) para completar el examen.

a) ¿Cuánto tiempo (medido en la Tierra) debe esperar la profesora para mandar una señal luminosa indicándoles a los estudiantes que entreguen?

b) Dibuje un diagrama de Minkovsky de la anécdota, indicando claramente el evento “finalización del examen” en el referencial de la profesora y de los estudiantes.

c) Los estudiantes envían las respuestas a la profesora, mediante una señal luminosa. Una vez que llegó la señal, el tribunal tarda dos horas en corregir la prueba y envía los resultados mediante otra señal luminosa. ¿Cuánto tiempo tuvieron que esperar los estudiantes para conocer los resultados?

Problema 3

El positronio.

a) Suponiendo que la masa del núcleo es mucho mayor que la masa del electrón (M >>m_e), deducir (a partir de la cuatización del momento angular y otras relaciones físicas) que la energía del electrón en el átomo de hidrógeno verifica:

$$E_n = -\frac{13{,}6\ eV}{n^2}$$

b) Cuando no hace la aproximación mencionada en (a), la teoría de Bohr prevé que la energía de las órbitas del electrón respecto del centro de masa del átomo está dada por:

$$E_n = -\frac{\mu k e^2}{2 m_e a_0}\left(\frac{1}{n^2}\right) \quad / \quad \mu = \frac{m_e M}{M + m_e}$$

siendo μ la masa reducida del sistema formado por un núcleo de masa *M* y un electrón de masa m_e = 9,1 x 10^{-31}kg, *k* la constante dieléctrica (k =1/4πε$_o$ = 9,0 x 10^9 Nm^2/C^2) y **a_o** el radio de Bohr (a_o = 0,529Å).

El positronio es un átomo parecido al átomo de hidrógeno que consta de un positrón (un electrón con carga positiva) y un electrón, los cuales giran uno alrededor del otro.

I. ¿Cuáles son los radios permitidos del movimiento de ambas partículas respecto de su centro de masa?

II. ¿Cuáles son las energías permitidas del sistema? Compárelas con las energías del átomo de hidrógeno