27 de febrero de 2009 - Examen de Física Moderna

Problema 1: Efecto Compton.

a) Sin completar la deducción paso a paso, indicar qué relaciones permiten determinar que la longitud de onda del fotón dispersado verifica:

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta)$$

siendo λ la longitud de onda del fotón incidente y h/m_0c una constante, llamada longitud de onda de Compton que para el electrón es de 0,0243 □, siendo h = 4,136 x10^{-15} eV-s.

b) La máxima energía cinética que se puede comunicar a un electrón en un experimento Compton es de 45 keV. ¿Cuál es la longitud de onda del fotón incidente?

Problema 2: Átomos mesónicos.

Cuando un mesón es capturado por un protón se forma un átomo mesónico. El mesón es una partícula que tiene igual carga que la del electrón y una masa en reposo 207 veces la masa en reposo del electrón. El estado de energía más bajo en un átomo mesónico se encuentra en el interior del núcleo, mientras que los otros estados son externos.

a) Suponiendo que la carga nuclear está uniformemente distribuida en una esfera de radio R, determinar la energía potencial de un mesón en una órbita de radio r, interior al núcleo de Pb (Z = 82).
b) Si el radio R del núcleo de Pb es de 7,1 fm, calcular el radio de la órbita más interior del átomo mesónico, sabiendo que la energía de ligación del mesón en el átomo es de -10,75 MeV.
c) Determine la longitud de onda del fotón emitido por un átomo mesónico que decae desde el primer estado excitado hacia su estado base.

Nota: la energía de los átomos hidrogenoides puede calcularse:

$$E_n = -\frac{Z^2 E_1}{n^2} \quad / \quad E_1 = 13{,}6\,eV = \frac{2\pi^2 k^2 e^4 m}{h^2}$$

donde k = 9,0 x 10^9 Nm^2/C^2 es la constante dieléctrica en el vacío.

Nota: el potencial de una esfera de radio R, cargada uniformemente con una carga total Q está dado por:

$$V(r) = \begin{cases} \dfrac{kQ}{R}\left[\dfrac{3}{2} - \dfrac{r^2}{2R^2}\right] & r < R \\ \\ \dfrac{kQ}{r} & r > R \end{cases}$$

Problema 3: Ecuación de Schrödinger.
Considere una partícula de masa m en un potencial unidimensional dado por: $V(x) = -\frac{q^2}{x}$, donde q es una constante.

a) Demuestre que $\Psi(x) = Axe^{-\alpha x}$ / $\alpha = \frac{mq^2}{\hbar^2}$ es solución de la ecuación de Schrödinger y determine, en función de las constantes, la energía de la partícula en ese estado.
b) ¿Qué puede decir acerca de $\Psi(x,t)$? Calcule la constante A.
c) Calcule el valor medio de la posición de la partícula en ese estado.

Nota: puede ser útil, $\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$