

2

a) $\Delta x \approx r \Rightarrow \Delta p \cdot r \geq \frac{\hbar}{2} \Rightarrow \Delta p \geq \frac{\hbar}{2r}$ ESTE ES EL p MÍNIMO PARA ESE r ($p_{min} = \Delta p$)

b) $E = K + V = \frac{p^2}{2m} - \frac{ke^2}{r}$
 $L = n\hbar \Rightarrow mvr = n\hbar \Rightarrow p = \frac{n\hbar}{r}$ $\Rightarrow E = \frac{n^2\hbar^2}{2mr^2} - \frac{ke^2}{r}$

c) $\frac{dE}{dr} = 0$ para E mínima $\Rightarrow -\frac{n^2\hbar^2}{2mr^3} + \frac{ke^2}{r^2} = 0$

$\Leftrightarrow -\frac{n^2\hbar^2}{2mr^3} + \frac{ke^2}{r^2} = 0 \Leftrightarrow r_{min} = \frac{n^2\hbar^2}{mke^2}$

$r_{min} (n=1) = 5,3 \times 10^{-11} m$

BOHR: $F = m a_{cp} \Leftrightarrow \frac{ke^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$ (POSTULADO: ÓRBITA CIRCULAR)

$\Leftrightarrow mv^2 = \frac{ke^2}{r} \Leftrightarrow K = \frac{ke^2}{2r}$ (1)

(3º POSTULADO) $mvr = n\hbar \Leftrightarrow mv = \frac{n\hbar}{r} \Leftrightarrow v = \frac{n\hbar}{mr} \Rightarrow K = \frac{m(n\hbar)^2}{2m^2r^2}$ (2)

IGUALANDO (1) y (2) $\Rightarrow \frac{ke^2}{2r} = \frac{n^2\hbar^2}{2mr^2} \Rightarrow r = \frac{n^2\hbar^2}{mke^2}$ COINCIDE CON LO ANTERIOR TOMANDO $n=1$

EXISTE UN r MÍNIMO PUES EL PRINCIPIO DE INCERTIDUMBRE PROHIBE QUE p SEA CERO (PUES CONOCERÍAMOS SU POSICIÓN CON UNA INCERTIDUMBRE $\Delta x \approx r$). ESE r_{min} ES EL QUE MINIMIZA LA ENERGÍA Y COINCIDE CON EL CALCULO MEDIANTE LOS POSTULADOS DE BOHR.